

3
6
ACADÉMIE DES SCIENCES
DE L'EMPEREUR FRANÇOIS JOSEPH I.
(ČESKÁ AKADEMIE CÍSAŘE FRANTIŠKA JOSEFA I.)

7469
36739
C-L

BULLETIN INTERNATIONAL.

RÉSUMÉS DES TRAVAUX PRÉSENTÉS

CANCELLED
STANFORD
LIBRARY 85

CLASSE DES SCIENCES MATHÉMATIQUES, NATURELLES ET DE LA MÉDECINE.

XII^e ANNÉE

(1907.)

PRAGUE.

PUBLIÉ PAR L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE L'EMPEREUR FRANÇOIS JOSEPH I.

1908.

L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE BOHÊME A ÉTÉ FONDÉE EN 1890.
PAR S. M. L'EMPEREUR FRANÇOIS JOSEPH I.

PROTECTEUR DE L'ACADÉMIE

S. A. I. R. L'ARCHIDUC FRANÇOIS FERDINAND D'ESTE.



VICE PROTECTEUR:

S. A. LE PRINCE GEORGE DE LOBKOWICZ.



PRÉSIDENT:

M. JOSEPH HLÁVKA

SECRÉTAIRE GÉNÉRAL:

M. BOHUSLAV RAYMAN.

PRÉSIDENT DE LA CLASSE DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET NATURELLES
M. CHARLES VRBA.

50.6.437

C 423

ACADÉMIE DES SCIENCES
DE L'EMPEREUR FRANÇOIS JOSEPH I.

(ČESKÁ AKADEMIE CÍSAŘE FRANTIŠKA JOSEFA I.)

ved a umeni, Prague

BULLETIN INTERNATIONAL.

RÉSUMÉS DES TRAVAUX PRÉSENTÉS.

CLASSE DES SCIENCES MATHÉMATIQUES, NATURELLES ET DE LA MÉDECINE.

XII^e ANNÉE

(1907.)



PRAGUE.

PUBLIÉ PAR L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE L'EMPEREUR FRANÇOIS JOSEPH I.

1908.

BUREAU OF STANDARDS,

JUN 22 1931

Accession

5694

CANCELED.

By Transfer

Bureau of Standards

JAN 25 1932

TISKEM ALOISA WIESNERA V PRAZE,
KNIHTISKAŘE ČESKÉ AKADEMIE CÍSAŘE FRANTIŠKA JOSEFA
PRO VĚDY, SLOVESNOST A UMĚNÍ.

06.437
C 423

TABLE DES AUTEURS.

	Pag.
Dr. Aug. <i>Krejčí</i> : Zirkon und Monazit von Písek	1
Dr. B. <i>Kučera</i> and Dr. B. <i>Mašek</i> : On the Radiation of the Radio- tellurium. Part I.	6
Gotthard <i>Smolař</i> : Calcul des macles dans les systèmes de coordonnées obliques	24
Zdeněk <i>Jaroš</i> : Beiträge zur Morphologie des böhmischen Antimonites	44
Dr. F. <i>Slavík</i> : Über Salmiakkristalle vom Vesuv a. d. J. 1906 . .	50
Marie <i>Doubek</i> : Über die Ranken und die Zusammensetzung der Achsen bei den Cucurbitaceen	55
Gustav <i>Gruss</i> : Ein Beitrag zur Bahnbestimmung der Kometen aus drei Positionen	77
Fr. <i>Nušl</i> : Über allgemeine Differenzenformeln der sphärischen Aber- ration	84
Prof. Fr. <i>Klapálek</i> : Die europäischen Arten der Gattung <i>Perla</i> Geoffr.	117
B. <i>Šetlík</i> et V. <i>Krupař</i> : Papiers japonais et les fibres employées à leur fabrication	139
Prof. Franz <i>Klapálek</i> : Beitrag zur Kenntnis der Gattung <i>Pteronarcys</i> <i>Newman</i>	150
K. <i>Petr</i> : Über eine Reihenentwicklung für algebraische Formen . .	163
Dr. Josef <i>Woldřich</i> : Über einen metamorphen Granitporphyr und andere Eruptivgesteine aus dem Böhmerwalde	192
Dr. B. <i>Němec</i> : Weitere Untersuchungen über die Regeneration I. .	210
Dr. St. <i>Tobiášek</i> : Über akzessorische distale Epiphysen der Phalangen bei Ectrodaktylie des Menschen	233
Dr. St. <i>Tobiášek</i> : Über kongenitale Brachymetakarpie	241
Dr. K. <i>Šulc</i> : Beiträge zur Kenntnis der Psylloden	248
Prof. Franz <i>Klapálek</i> : Über die Arten der Unterfamilie <i>Perlinae</i> aus Japan	257

Zirkon und Monazit von Pisek.

Von

Dr. **Aug. Krejčí.**

(Vorgelegt am 1. März 1907.)

Im Jahre 1904 beschrieb ich den Monazit und Zirkon aus den goldführenden Sanden der Votava aus der Umgegend von Pisek. *) Im Juli desselben Jahres habe ich die Seifenarbeit in grösserem Masse wieder aufgenommen und werde über den Erfolg derselben, soweit Gold in Betracht kommt, später eingehend berichten.

Beim Seifen habe ich den Begleitmineralen des Goldes, namentlich dem Zirkon und Monazit volle Aufmerksamkeit gewidmet. Den Zirkon habe ich morphologisch, den Monazit in chemischer Richtung untersucht, namentlich war ich auch bestrebt, das Mengenverhältnis des letzteren Mineralen und des verseiften Schotters und Sandes festzustellen.

Zirkon.

In der vorerwähnten Arbeit habe ich vier Typen von Zirkonkrystallen aus dem Votavaschotter unterschieden: 1. nadelförmige, 2. kurzsäulenförmige, 3. isometrische und 4. scheinbar hemimorphe Krystalle. Im Sande, den ich bei der Seifenarbeit im Jahre 1904 gewonnen habe, fand ich Zirkonkryställchen, die infolge ansehnlicher Ausdehnung eines Flächenpaares des Proto- oder Deuteroprismas das Aussehen tafeliger, dem Ansehen nach rhombischer Krystalle aufgewiesen haben. Neben diesen Kryställchen beobachtete ich Kombinationen, an denen die Protopyramide allein oder mit der Deuteropyramide im Gleichgewichte vorherrscht und die Prismen nur als ganz schmale Facetten auftreten; die sonst gewöhnliche ditetragonale Pyramide fehlt gänzlich; die Kryställchen stellen also einen pyramidalen Typus vor.

*) Dieses Bulletin. 1904.

Kryställchen des letztgenannten Typus sind in Fig. 1. und 2. dargestellt. In Fig. 1. ist die Pyramide $P = (111)P$ vorwaltend und alle Kanten derselben durch schmale Flächen abgestumpft, die den Formen $p = (101)P \infty$ und $l = (110) \infty P$ angehören, das Mitteleck stumpf $s = (100) \infty P \infty$ ab. In Fig. 2. sind die beiden Pyramiden, $P = (111)P$ und $p = (101)P \infty$, im Gleichgewichte gezeichnet, beide Prismen, $l = (110)$ und $s = (100) \infty P \infty$, nur als schmale, die Mittelkanten abstumpfende Facetten vorhanden.

Kryställchen des pyramidalen Typus sind nicht häufig und Flächen pflegen bedeutend abgewetzt zu sein, sie sind aber trotzdem intensiv

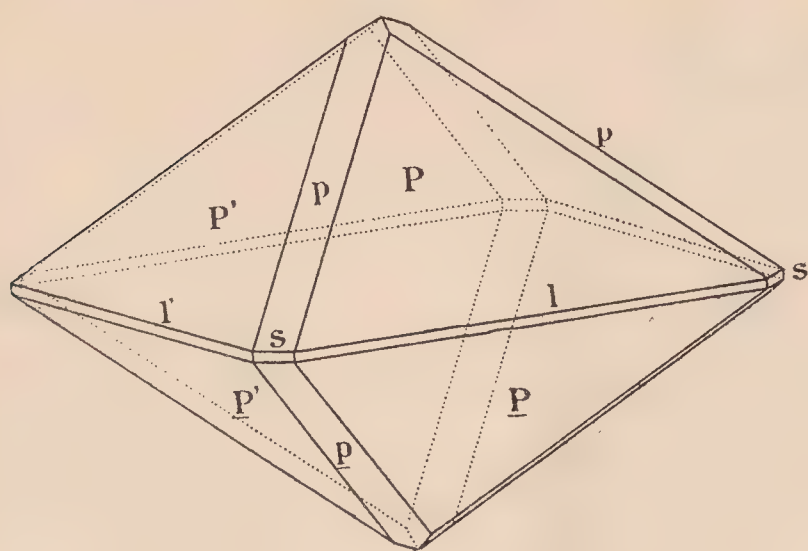


Fig. 1.

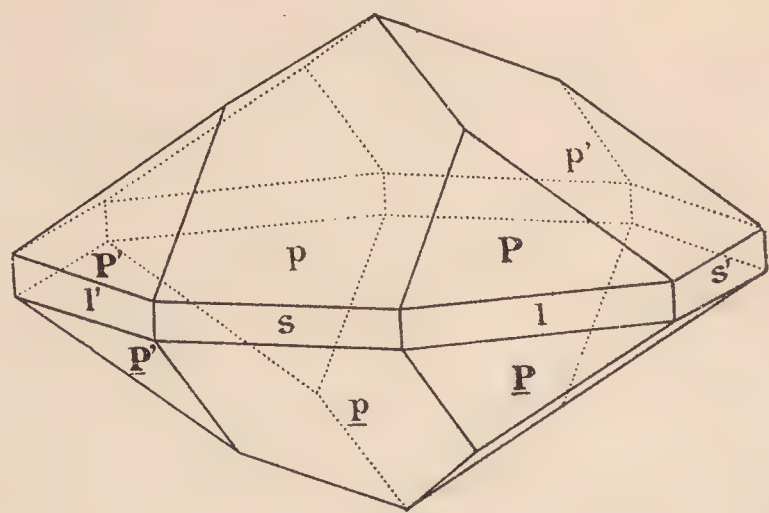


Fig. 2.

glänzend und ermöglichen ziemlich verlässliche Messungen, deren Ergebnisse mit den aus $c = 0.6404$ berechneten Werten nachstehend zusammengestellt sind.

	Berechnet:	Gemessen (Mittel):
$P (111) : P' (\bar{1}\bar{1}\bar{1})$	$56^{\circ} 41'$	$56^{\circ} 45'$
$: l (110)$	$47 \ 50$	$47 \ 48$
$: p (101)$	$28 \ 20\frac{1}{2}$	$28 \ 17.$

Wie schon erwähnt, weisen die tafelig ausgebildeten Kryställchen entweder ein erbreitertes Flächenpaar des Proto- oder des Deuteroprismas auf, das andere Flächenpaar ist entweder schmal oder fehlt ganz. Der letztere Fall ist in Fig. 3. veranschaulicht. Die die Tafelform bedingende Fläche, $s = (100) \infty P \infty$, ist fast gleich breit und hoch, einem Hexagon ähnlich. Neben $s = (100) \infty P \infty$, dessen seitliches Flächenpaar fehlt, treten auf: $l = (110) \infty P$, $P = (111)P$; $x = (311)3P3$, die vorderen Flächen letzterer Form sind ausgedehnt, die seitlichen klein. Die Kryställchen dieses Typus sind gelblichgrau oder grau, undurchsichtig, aber lebhaft glänzend, die Flächen reflektieren deutlich, manchmal recht gut. Die Ergebnisse der Messung und Rechnung stimmen befriedigend überein.

	Berechnet:	Gemessen (Mittel):
$s (100) : x (311)$	$31^{\circ} 43\frac{1}{6}'$	$31^{\circ} 40'$
$P (111)$	$61 \quad 39\frac{1}{2}$	$61 \quad 40$
$l (110)$	$45 \quad 0$	$45 \quad 0$
$x (311) : P (111)$	$29 \quad 56\frac{1}{3}$	$30 \quad 7$
$: x (311)$	$32 \quad 56\frac{1}{2}$	$33 \quad 9$
$P (111) : P''' (\bar{1}11)$	$56 \quad 41$	$57 \quad 17$
$P' (111)$	$56 \quad 41$	$56 \quad 40$

Fig. 4. und 5. stellen die Ausbildung der nach $l = (110) \infty P$ tafeligen Krystalle dar; die Endigung ist verschieden, entweder ist die Pyramide

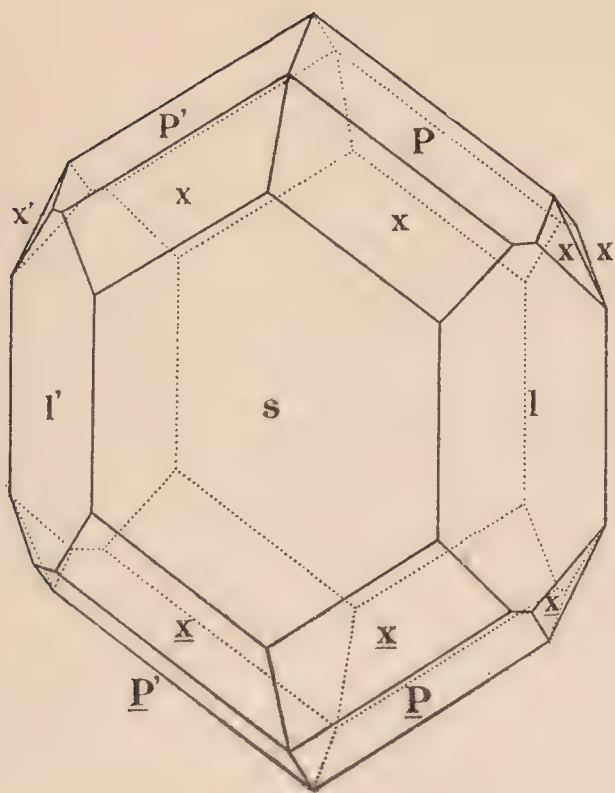


Fig. 3.

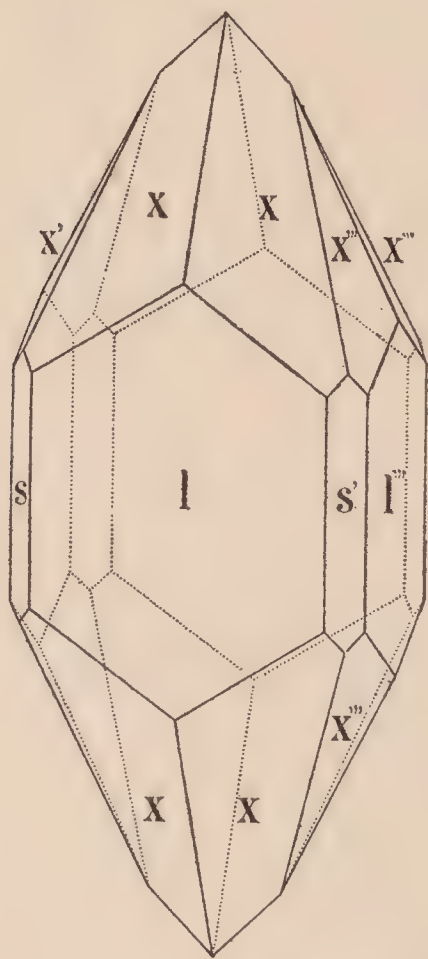


Fig. 4.

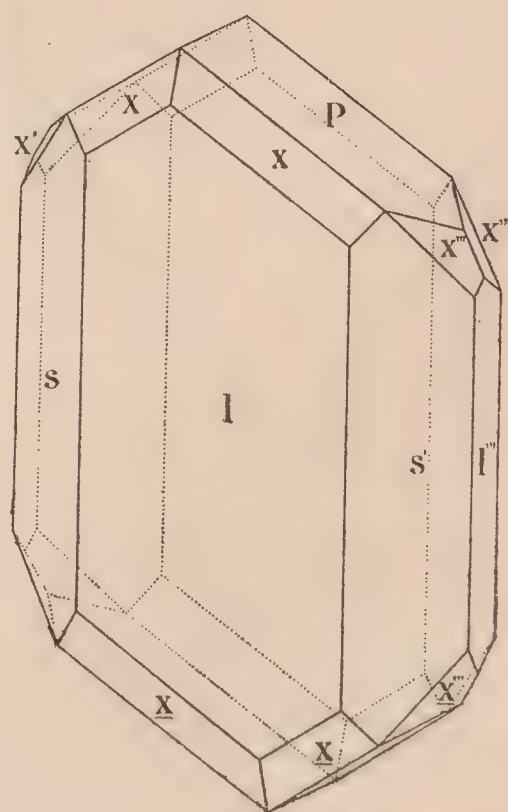


Fig. 5.

$x = (311) 3P3$ allein entwickelt oder mit $P = (111) P$ kombiniert, letztere Form waltet dann vor und ist nur mit den auf der Tafelfläche senkrechten Flächenpaaren ausgebildet.

Um die Tafelform besser hervortreten zu lassen, sind die Fig. 4. und 5. in einer gegen die gewöhnliche um 45° verdrehten Stellung entworfen.

Fig. 4. ist begrenzt von: $l = (110) \infty P$; $s = (100) \infty P \infty$; $x = (311) 3P3$. Das gemessene Kryställchen, 1 mm hoch, ist gelblich getrübt und durchscheinend, die Flächen geben nur verwischte Reflexe, einige konnten nur auf den stärksten Schimmer eingestellt werden. Die gemessenen und berechneten Werte sind die nachfolgenden:

	Berechnet:	Gemessen (Mittel):
$l (110) : s (100)$	$45^{\circ} 0'$	$45^{\circ} 0'$
$: x (311)$	$36 41$	$36 43$
$x (311) : x' (\overline{131})$	$32 56\frac{1}{2}$	$32 58$
$: x (\overline{131})$	$47 17$	$46 40$
$: s (100)$	$73 31\frac{3}{4}$	$73 35$

Fig. 5. ist eine Kombination: $l = (110) \propto P$; $s = (100) \propto P \propto$; $P = (111) P$; $x = (311) 3P3$. Die Kryställchen sind farblos und durchsichtig, die Flächen glatt und glänzend, die Reflexe gut. Die berechneten und gemessenen Winkel der Flächennormalen sind die folgenden.

	Berechnet:	Gemessen (Mittel):
$l (110) : s (100)$	$45^{\circ} 0$	$45^{\circ} 0'$
$: x (311)$	$36 41$	$36 47$
$x (311) : x (\overline{131})$	$47 17$	$46 44$
$: l' (\overline{110})$	$66 11\frac{1}{2}$	$66 20$
$P' (\overline{111}) : x (311)$	$53 3\frac{1}{2}$	$53 29$

Monazit.

Obwohl ich eine grössere Zahl von Monazitkryställchen durchgesehen und gemessen habe, konnte ich keine Form nachweisen, die ich nicht in meiner ersten Arbeit angeführt hätte. Ein einziges Kryställchen, von $x = (101) \frac{P}{P} \propto$; $u = (101) - \frac{P}{P} \propto$ und $m = (110) \propto P$ begrenzt; weicht insoferne von den früher beschriebenen Krystallen, als sämtliche angeführten Flächen im Gleichgewichte ausgebildet, namentlich bei aufrechter Stellung der Klinoaxe einen pyramidalen Typus bedingen.

Neben dem goniometrischen Studium war ich bestrebt, einerseits die Quantität des Thorium im Monazit, anderseits das Mengenverhältnis desselben im Schotter und Sand der Votawa festzustellen.

Im Jahre 1904 wurden 350 *q* Sand und Schotter verarbeitet, welches Quantum etwa 275 *q* trockenen Schotters und Sandes gleichkommt. Aus diesem wurden nun 14 *kg* dunklen, schweren und trockenen Sandes, der hauptsächlich aus Granat, Titaneisen, Monazit und Zirkon besteht, gewonnen; die mitvorkommenden Minerale, die ich in meiner ersten Arbeit angeführt habe, kommen nur äusserst selten vor. Nachdem die erwähnten Minerale durchwegs hohe Dichte besitzen, konnte eine Scheidung derselben mittelst schwerer Lösungen nicht vorgenommen werden. Da aber nur der Monazit in Salzsäure löslich ist, die anderen Minerale aber entweder gar nicht oder nur ganz unbedeutend von derselben angegriffen werden, er-

suchte ich Herrn Prof. L. Samek, eine grössere Quantität des schweren Sandes in Salzsäure zu digerieren und auf diese Weise annähernd die Quantität des Monazites im Votavasande zu bestimmen. Drei Proben ergaben annähernd 40% Monazit. Wenn aller Monazit aus den 275 g in den 14 kg schweren, dunklen Sandes enthalten war, und daran ist wohl nicht zu zweifeln, so enthalten die Votavaschotter und Sande nur 0.02% reinen Monazites. In diesem hat Herr Dr. E. Švagr 4.15% ThO_2 , gleich 3.6% Th. nachgewiesen.

Der Monazitsand aus Brasilien enthält im Mittel 3.7% Th (3—9%), es ist sonach der Monazit aus der Votava reicher an Th als dies die Monazitsande aus Brasilien im Mittel sind, trotzdem würde die Monazitgewinnung aus der Votava zum Zwecke der Verarbeitung auf ThO_2 keineswegs lohnend sein. Eine Tonne Sand enthält nur 200 gr Monazit und dieser 8.3 gr ThO_2 . Der fast reine Monazitsand aus Brasilien kostet pr Tonne M 1100.—, auf eine Tonne Monazit aus der Votava müssten aber 5000 Tonnen Schotter und Sand verarbeitet werden.

On the Radiation of the Radiotellurium.

Part I.

By Dr. **B. Kučera** and Dr. **B. Mašek**.

Presented June 8. 1906.

The continuation of our investigation concerning the radiation of radiotellurium*) led us to the study of the absorption of α -rays in various substances and of the so called secondary radiation emitted from bodies impinged by the α -particles. With respect to the very great absorbability of these rays we were confined to experiments with very thin foils of some metals.***) From our foregoing experiments with the α -rays there was evident that Bragg's¹⁾ method used in our previous paper is the only one suitable for resolving problems of this kind; for that reason the same arrangement was adopted special care being paid to securing by means of a special tripod an invariable position of the plates *K*, *L* of the measuring condenser. (Part. I. Fig. 1.) In order to employ only parallel rays a screen of glass tubes (Part. I, Fig. 3.) was used.

At first an ionisation curve was taken in air, then while a metallic foil was inserted between the radiating surface and the screen. We instance the measurement of the absorption curves of aluminium reproduced in Fig. 1., where curve I. corresponds to the air alone, curves II. and III., while one or two foils of aluminium were interposed. The curves show that the absorption is manifested by the parallel lowering of the air curve without changing its character and extension. From such curves plotted on a large scale a lowering of 6.97 *mm* for one *Al*-foil was found, for two foils 14.02 *mm* very nearly proportional to the thickness of the traversed material, placed in the very proximity of the radiating surface. The slight divergency of the linear portions in the curves is due to the evidently wedge-like shape

*) On the radiation of the radiotellurium. Part I. Bull. intern. de l'Acad. des Sciences de Bohême 1906.

**) For these we are indebted to Mr. Grünfeld, silversmith at Prague - I, who has rolled them out with utmost care.

of the foils. The mean lowering can nevertheless be attributed to the mean thickness of the foil deduced from the measured weight and surface of same.

From our experiments we can deduce that an aluminium foil 0.00388 mm thick is equivalent to a layer of air 7.01 mm thick (at 74.9 cm barometric pressure and 17.6°C temperature) or expressed in masses

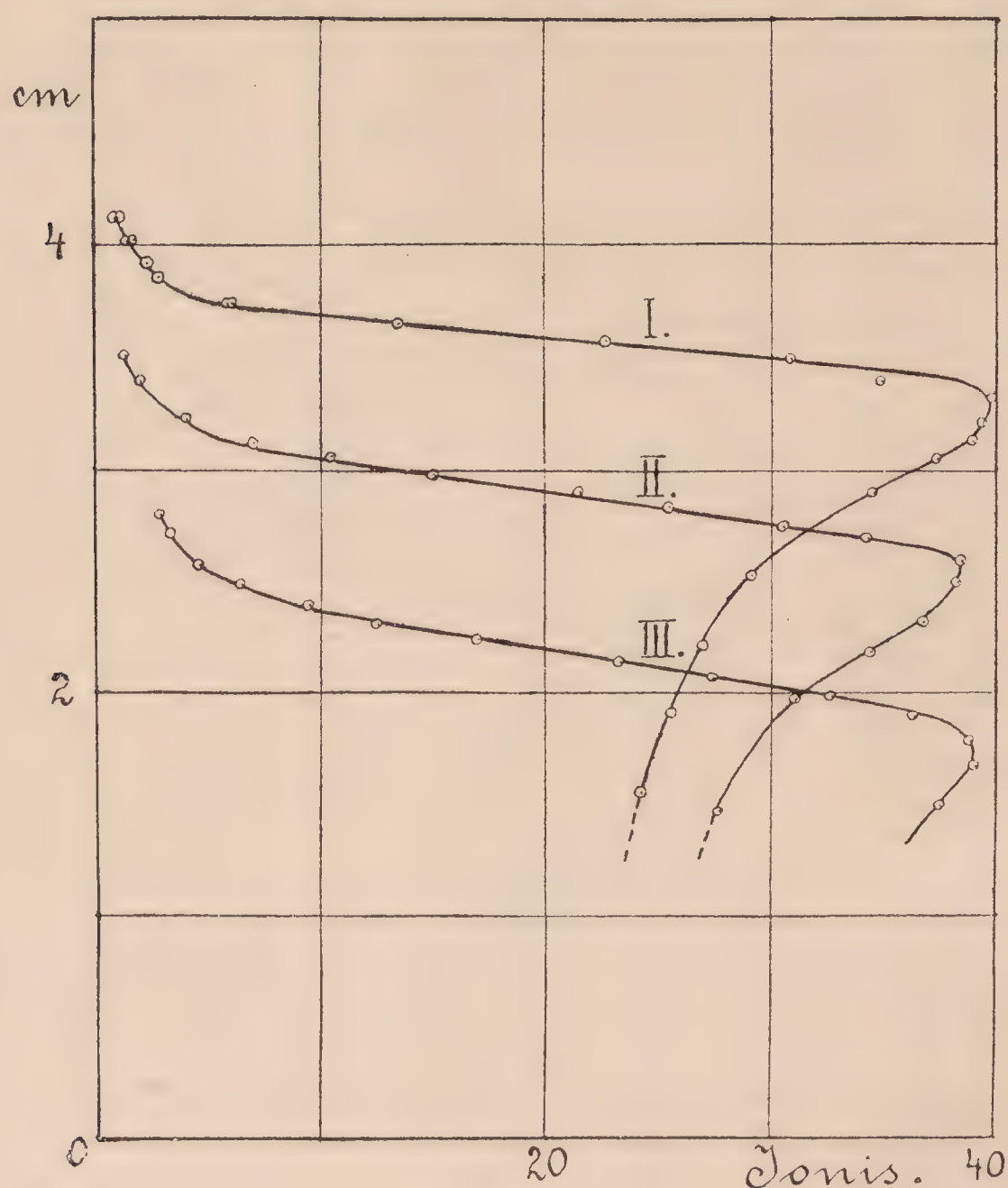


Fig. I.

for 1 cm^2 surface 1.045 mg Al is equivalent to 0.841 mg of air, the ratio of these numbers being $1 : 1.242$.

In a similar manner analogical results obtained for other metals are summed up in Table I., where the fourth column shows the ratio I. : II. of the masses (metal : air) in close agreement with Bragg's²⁾ results quoted in () as found for α -rays from radium C. The sixth column exhibits the ratio I/II multiplied with the square root of the atomic weight, a nearly constant value for all studied metals increasing only slightly with greater atomic weights the only exception being *Au* owing probably to the more wedge-like shape of this foil. The last column gives a characteristic constant for each metal called by Mr. Bragg the stopping power, the ratio of the absorbing power of two aequiatomic sheets relatively to air taken for unity. This constant is the result of multiplication of the found ratio $1/1.242$ by the ratio of the atomic weight of aluminium (27.1) to the mean atomic weight $[1/5 (4.14 + 16) = 14.4]$ of air ($4\text{ N}_2 + \text{O}_2$). A layer

Tab. I.

Metal	I. Thickness \times Density = Mass: Surface	II. Lowering of the curve \times density of air	I. II.	$\sqrt{\text{at weight}}$	$\sqrt{\text{a. w.}}$ I. II.	Stopping power.
Gold: 12.15 <i>cm</i> ² weighs 38.66 <i>mg</i> . Thickness ca 1.65.10 ⁻³ <i>mm</i>	31.8.10 ⁻⁴ $\frac{g}{cm^2}$	0.875 <i>cm</i> \times 1.18.10 ⁻³ = $\frac{g}{cm^2}$ 10.32 10 ⁻⁴ $\frac{g}{cm^2}$	3.08 (3.05)	$\sqrt{197.2} =$ 14.02 (14.2)	4.56 (4.65)	4.44 (4.45) [4.45]
Platinum: 21.30 <i>cm</i> ² weighs 73.8 <i>mg</i> . Thickness ca 1.624.10 ⁻³ <i>mm</i>	34.7.10 ⁻⁴ $\frac{g}{cm^2}$	0.963 <i>cm</i> \times 1.198.10 ⁻³ = 11.52.10 ⁻⁴ $\frac{g}{cm^2}$	3.104 (3.29)	$\sqrt{194.8} =$ 13.94 (14.0)	4.63 (4.25)	4.49 (4.12) [4.16]
Silver: 10.8 <i>cm</i> ² weighs 44.24 <i>mg</i> Thickness ca 3.89.10 ⁻³ <i>mm</i>	41.04.10 ⁻⁴ $\frac{g}{cm^2}$	1.54 <i>cm</i> \times 1.172.10 ⁻³ = 18.05.10 ⁻⁴ $\frac{g}{cm^2}$	2.28 (2.41)	$\sqrt{107.9} =$ 10.37 (10.4)	4.56 (4.30)	3.29 (3.11) [3.17]
Copper: 15.47 <i>cm</i> ² weighs 40.45 <i>mg</i> . Thickness ca 3.06.10 ⁻³ <i>mm</i>	26.17.10 ⁻⁴ $\frac{g}{cm^2}$	1.236 <i>cm</i> \times 1.185.10 ⁻³ = 14.63.10 ⁻⁴ $\frac{g}{cm^2}$ 1.27 <i>cm</i> \times 1.19.10 ⁻³ = 15.1.10 ⁻⁴ $\frac{g}{cm^2}$	1.79 (1.78) 1.737	$\sqrt{63.6} =$ 7.98 (7.96)	4.46 (4.45) 4.60 mean 4.53	2.51 (2.42) [2.43]
Aluminium: 23.86 <i>cm</i> ² weighs 24.80 <i>mg</i> . Thickness ca 3.85.10 ⁻³ <i>mm</i> 16.08 <i>cm</i> ² weighs 17.0 <i>mg</i> . Thickness ca 3.92.10 ⁻³ <i>mm</i>	10.4.10 ⁻⁴ $\frac{g}{cm^2}$ 1) 10.45.10 ⁻⁴ $\frac{g}{cm^2}$	0.72 <i>cm</i> \times 1.18.10 ⁻³ = 8.49.10 ⁻⁴ $\frac{g}{cm^2}$ 1) 0.701 <i>cm</i> \times 1.20.10 ⁻³ = 8.41.10 ⁻⁴ $\frac{g}{cm^2}$	1.226 (1.23) 1) 1.241	$\sqrt{27.1} =$ 5.21 (5.15)	4.26 (4.20) 4.20 mean 4.23	1.53 (1.53) (1.45)

1) For two foils experimented with simultaneously.

of aluminium produces a $\frac{27.1}{14.4} \cdot \frac{1}{1.242} = 1.52$ times greater absorbing effect than an aequiatomic layer of air at ordinary circumstances. Our

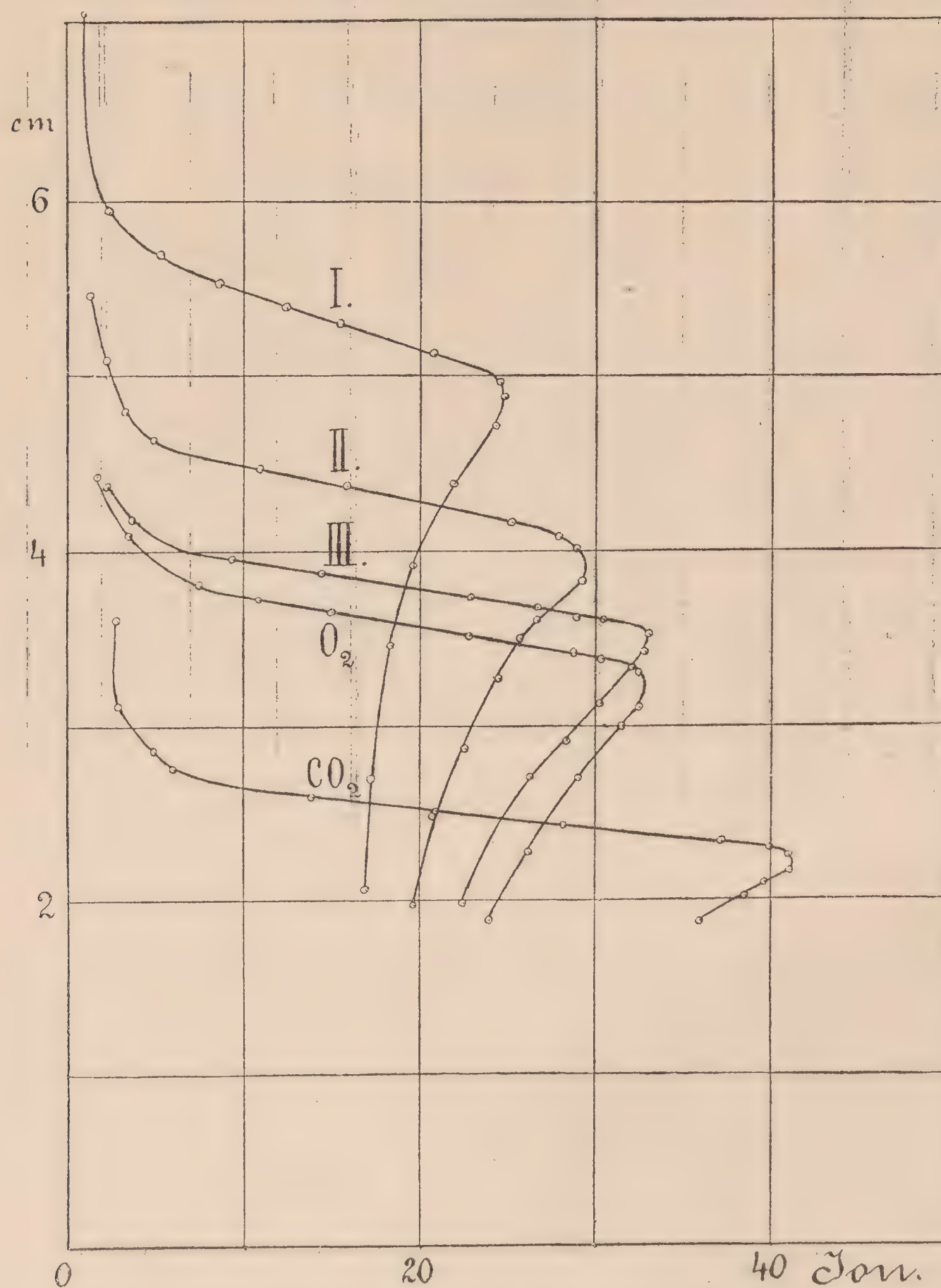


Fig. 2.

results are in good accordance with those of Mr. Bragg found for α -rays from radium-C a further proof of the identical nature of both kinds of rays.

In performing the experiments with gases it was necessary to make the glasscylinder V (Part. I, Fig. 1.) to be as airtight as possible. The atmospheric air was rarefied by means of a water-pump and the established constant pressure measured on an open manometer. The two other tested gases (O_2 , CO_2) were dried with the pentoxide of phosphorus and freed from natural ions by passing through a deionising tube. Carbon dioxide was prepared from marble with hydrochloric acid, oxygen was taken from a steel cylinder; both were examined at ordinary pressure. Table II. shows the results obtained, their graphical representation being in the Fig. 2.

Tab. II.

Air I. press. 532.2 mm <i>t</i> = 16°5			Air II. press. 651.0 mm <i>t</i> = 16°3			Air III. press. 750.0 mm <i>t</i> = 16°3		Oxygen press. 742.5 mm <i>t</i> = 15°0			Acid. carb. press. 752 mm <i>t</i> = 15°7		
<i>d</i>	<i>J</i>	<i>J'</i>	<i>d</i>	<i>J</i>	<i>J'</i>	<i>d</i>	<i>J</i> = <i>J'</i>	<i>d</i>	<i>J</i>	<i>J'</i>	<i>d</i>	<i>J</i>	<i>J'</i>
7.05	1.2	1.2	5.44	1.27	1.27	4.37	2.2	4.43	1.6	1.6	3.59	2.8	2.8
5.95	2.3	2.8	5.09	2.17	2.35	4.17	3.7	4.08	3.5	3.3	3.11	2.8	2.8
5.69	5.3	6.97	4.79	3.17	3.5	3.94	9.5	3.81	7.6	7.0	2.85	5.05	4.2
5.51	8.8	11.9	4.63	4.83	5.35	3.86	14.4	3.72	10.8	9.9	2.76	5.9	4.8
5.38	12.4	17.0	4.46	10.9	12.3	3.73	22.9	3.65	15.0	13.7	2.58	13.9	10.1
5.28	15.6	21.4	4.37	15.9	18.1	3.68	26.6	3.51	22.7	20.7	2.50	20.95	14.7
5.11	20.8	28.8	4.16	25.15	28.8	3.61	28.8	3.41	28.7	26.1	2.42	28.0	19.3
4.95	24.4	33.8	4.06	27.9	32.0	3.60	30.2	3.37	30.3	27.5	2.34	37.2	25.4
4.86	24.6	34.1	4.00	28.7	32.9	3.51	33.0	3.29	32.4	29.4	2.29	39.9	27.2
4.71	24.3	33.7	3.81	29.2	33.4	3.42	32.7	3.07	32.4	29.4	2.24	40.95	27.9
4.38	21.9	30.3	3.60	26.5	30.4	3.33	32.0	3.00	31.3	28.4	2.17	41.0	27.9
3.89	19.75	27.3	3.49	25.45	59.1	3.13	30.1	2.70	28.9	26.2	2.11	39.6	27.0
3.45	18.4	25.4	3.27	24.4	27.9	2.91	28.2	2.27	25.95	23.6	2.02	38.5	36.3
2.69	17.4	24.0	2.86	22.6	25.9	1.91	22.1	1.88	23.9	21.8	1.87	35.9	24.5
2.05	17.0	23.4	2.47	20.75	23.7								
			1.97	19.7	22.5								

The ionisation curves differ entirely from those in Fig. 1., the condenser being filled in this case with rarefied air or other gas. To obtain results comparable with the previous ones it is convenient to reduce the observation to the ideal case as if the condenser were filled with air at 750 *mm* and 16.3° C, the remaining space being filled with rarefied air or another gas. By making use of Strutts³⁾ results which show that the relative conductivity of oxygen and carbon dioxide under the influence of α -rays is proportional to their density and in rarefied gases to their pressure we can calculate the ideal ionisation by means of the formulae

$$J' = (J - 1.2) \frac{750}{532.5} + 1.2 \text{ for the air at } 532.5 \text{ mm pressure,}$$

$$J' = (J - 1.2) \frac{750}{651} + 1.2 \text{ ,, ,, ,, ,, 651.0 ,, ,,}$$

$$J' = \frac{J - 1.2}{1.10} + 1.2 \text{ for O}_2 \text{ at ordinary pressure}$$

$$J' = \frac{J - 2.8}{1.52} + 2.8 \text{ ,, CO}_2 \text{ ,, ,, ,,,}$$

1.2 resp. 2.8 being the leak currents caused by natural ionisation in the electroscope resp. in the condenser in absence of α -rays. The results are shown graphically in Fig. 3.

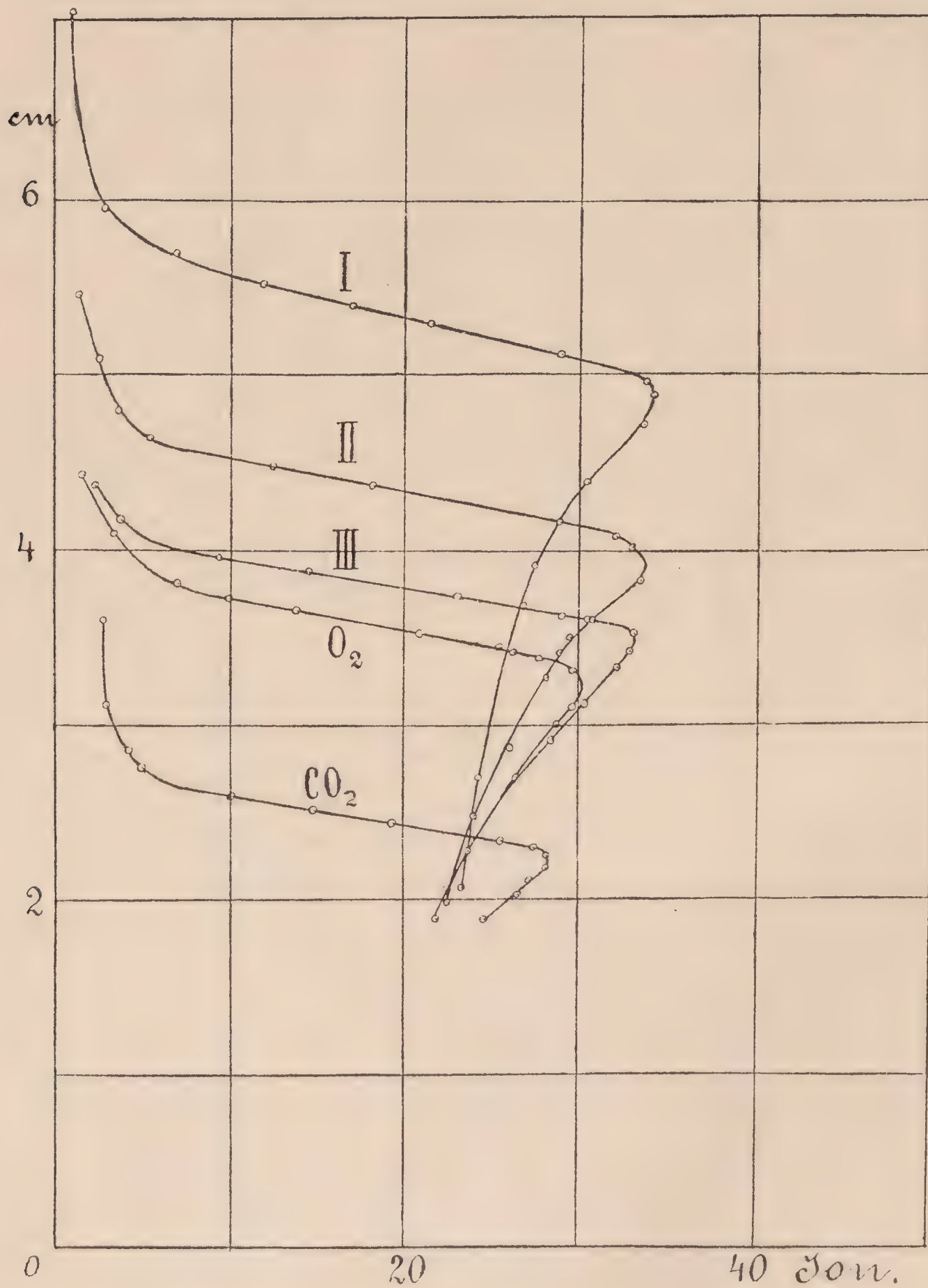


Fig. 3.

From these curves one can find the ranges for a given ionisation as follows

for the ionisation of		10	25 units
in air at pressure	525.5 mm	5.55 cm	5.19 cm,
„ „ „ „	651.0 „	4.51 „	4.22 „
„ „ „ „	750.0 „	3.93 „	3.69 „

From the ratios of the ranges

$$\begin{array}{lll} \frac{3.93}{5.55} = 0.709 & \frac{3.69}{5.19} = 0.711 & \text{mean } 0.710 \\ \frac{3.93}{4.51} = 0.871 & \frac{3.69}{4.22} = 0.875 & \text{mean } 0.873 \end{array}$$

and from the reciprocal ratios of the corresponding pressures it will be seen that for a given gas the ranges corresponding to the same ionisation, that is to the same velocity of α -rays are inversely proportional to the pressure or to the masses. The ranges for O_2 and CO_2 taken from the curves partly reduced Fig. 2. partly not reduced Fig. 3. are

	for the ionisation of 10		20 units	
	reduced	not reduced	reduced	not reduced
in O_2	3.72 <i>cm</i>	3.73 <i>cm</i>	3.52 <i>cm</i>	3.54 <i>cm</i>
in CO_2	2.60 „	2.61 „	2.43 „	2.52 „

and the ratios with the ranges found for the air at 750 *mm* pressure (3.93 and 3.76 *cm*)

for O_2	0.948	for CO_2	0.662
	0.950		0.662
	0.937		0.647
	0.943		0.670
mean	0.945	mean	0.661

As the mean square root of the atomic weight for air is 3.79, for O_2 $2\sqrt{16}/2 = 4$, for CO_2 $(\sqrt{12} + 2\sqrt{16})/2 = 5.73$ the quotients of these quantities are 0.948 and 0.662 resp., the same as the ratios of the observed ranges.

Thus we can state that the ranges in various gases at the same pressure are inversely proportional to the square root of atomic weight. Bragg's values for the absorbing power in gases (in O_2 1.055, in carbon dioxide 1.47) agree quite closely with ours. Our value for CO_2 1.514 seems to be more correct because in our arrangement the measuring condenser was at the bottom of the air-tight cylinder and CO_2 was forced during half an hour through the cylinder until all air was removed.

* * *

The relative ionisation for the β - and γ -rays which are very penetrative in various gases is given by the ratio of the corresponding saturation currents under the supposition that the radiation in both gases is constant throughout its path as it actually always occurs. Since on the contrary, the character of the α -rays is changed considerably as to their velocity and ionising power during their passage through the gas, the definition of the

absorption of the α -rays is possible only for rays of the same velocity, for example for the α -rays causing the so called maximal ionisation as revealed on the ionisation curves.

The active mass should be spread out only in a very thin layer as in the case of radiotellurium or radium C. Otherwise rays of other qualities come forth from the inner portions of a thicker layer than from the surface and the stream of the α -particles is not homogenous. The measuring condenser is to be very narrow. These conditions are not allways fulfilled, if powdered active substance is simply strewn thickly and unevenly over a plate of a condenser of large dimensions.

When dividing the maximum ionisation I in any gas given by the maximum abscissa of the curve in Fig. 2. through the relative ionisation in air, the maxima of the I' curves (Fig. 3.) should be identical. For air at different pressures this is nearly true as shown by the correspondent abscissae 34.1, 33.5, 33.0, but in the case of O_2 and CO_2 we find 30 resp. 28; a distinct decrease with the density and molecular weight.

There may be two possible causes of this discrepancy. Either Strutt's values obtained by an older method are not quite correct or the current was not saturated.

The first possibility can only be decided by new measurements meanwhile not at our disposal. The second circumstance can be of great importance as it is evident from the very recent Bragg's⁴⁾ experiments. In the case of complex gases (CO_2 for instance) the saturation current requires a great voltage. With the potential gradient of 600 *volt/cm* Bragg found in aethylchloride nearly 75% of the maximum current, using a measuring condenser of 2—4 *mm* thickness and a current of $3 \cdot 10^{-13}$ *amp/cm*². In our experiments the potential gradient was 670 *volt/cm*, the thickness of the condenser being 3.5 *mm* and the saturation current-density of the order 10^{-13} *amp/cm*². Accepting Strutt's proportionality of the ionisation to the density of a gas, it can be deduced that in O_2 the current had 91%, and in CO_2 only 85% of its saturation value. Bragg's explanation of this curious phenomenon is based upon the conception of the so called initial recombination.

The experimental results of Mrs Curie,⁵⁾ Mr. Rutherford and Miss Brooks⁶⁾ bearing upon the absorption of polonium rays in metals appear now in a rather different light. The experimental arrangement of Mrs Curie was copied in a manner shown in Fig. 4.

The plate PP connected with the electroscope and the top $P' P'$ of a zinc cylinder (diam. 8 *cm*) represent a condenser 3 *cm* wide as in the case of Mrs. Curie. The radiation emanating from a circular surface of 0.8 *cm* diameter passes through the circular hole T of 1.4 *cm* diam. covered with a fine gauze-wire. Close in front of the radiating surface it was possible to fasten by means of suitable clamps one or several metallic foils.

It will be seen that experiments in this arrangement can be explained easily from the shape of the ionisation curves.

Mrs Curie found by experiments „that the rays of polonium are the more absorbable the thicker the traversed layer of substance is. This curious absorption law is not in agreement with the laws governing the

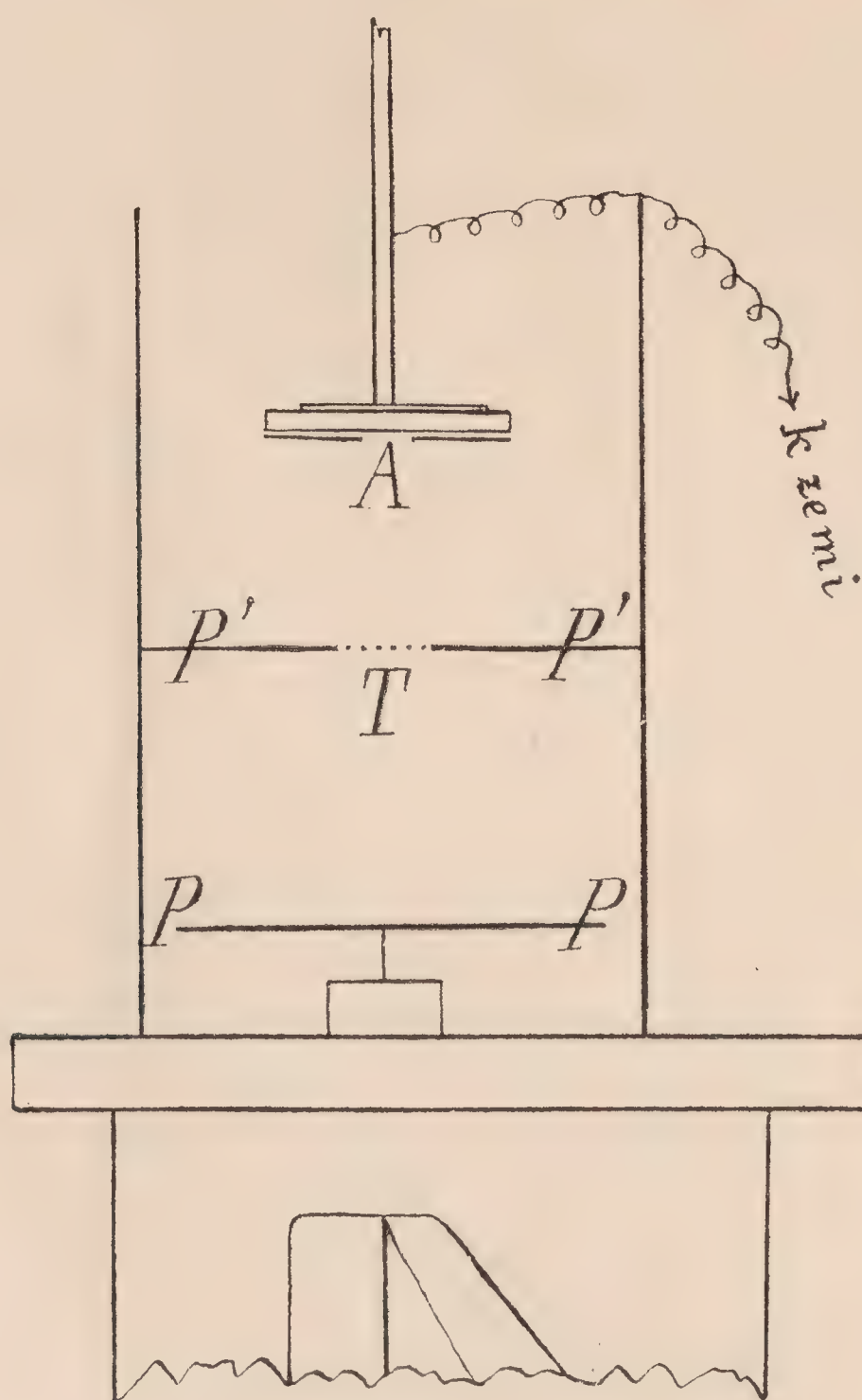


Fig. 4.

absorption of all other kinds of rays“ (pag. 65.). „An aluminium leaf covering the radiating matter the more absorbs the radiation, the greater the distance AT is. If a second equal leaf of aluminium be put over the first leaf, every one of them absorbs a part of incident radiation, this part being for the second foil greater than for the first one, there appears the second foil to be more absorbing“ (pag. 66.).

These statements are confirmed by the following results of measurements:

Distance AT	3.5	3.0	2.5	2.0	1.0	0.3 <i>cm</i>
Percentage of the transmitted radiation through one foil.	0	30	50	63	86	100
through two foils	0	0	10	25	48.5	64.

The explanation of these results is given by Fig. 5., when the curve I corresponds to the condenser alone, the curves II and III to one or two absorbing foils of aluminium. For a broad condenser ($PP' = 3\text{ cm}$) the maximum of ionisation curves disappears and only the parts AB are observable as confirmed by direct experiments. All statements of Mrs.

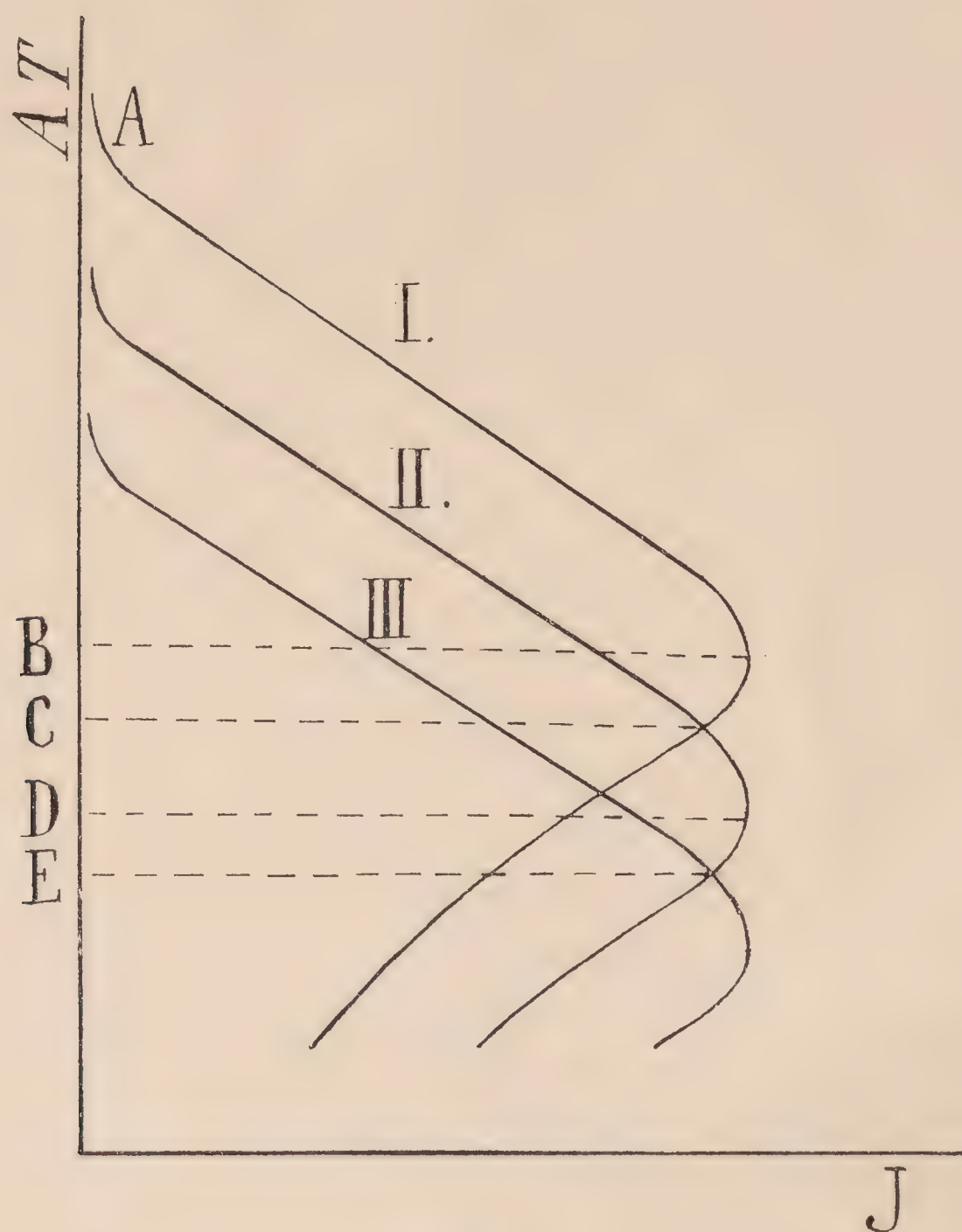


Fig. 5.

Curie can be deduced from this diagram. In our experiments with a much thinner condenser the point C was reached for the distance $AT = 0.3\text{ cm}$, where no effect of the interposed aluminium foil was detected. Using a still narrower condenser showing a well marked maximum one can observe an increased ionisation with an aluminium foil interposed, that is a negative absorption. For $PP' = 1.2\text{ cm}$, $AT = 1.1\text{ cm}$ the current was 37.0 arbitrary units with no aluminium, 42.1 a. u. with one foil, 38.5 a. u. with two foils or in other words: one foil permits in this case 111%, two foils 104% of the incident radiation, and the second foil lets through 91.5% of the radiation transmitted through the first foil. It is not necessary to explain this curious behaviour by means of a secondary radiation as the diagram (Fig. 5.) clearly illustrates. The further approximation of the radiating surface ($AT = 0.7\text{ cm}$) corresponds to the position E in fig. 4. as the observed values of the current (65.3, 74.3, 76.3) with none, one or two foils show.

The statements of Mrs. Curie are therefore only special cases depending on the thickness of the condenser and the absorbing layers and on the distance AT .

Further experiments analogous to those of Mrs. Curie when $AT = 0$ and to those of Mr. Rutherford and Miss Brooks, when the active mass was spread over a plate of the condenser, were repeated. Mrs. Curie found for 7 very thin aluminium foils as absorption constants the nearly constant values (0.69, 0.94, 0.95, 0.91, 0.92, 0.93, 0.94). Mr. Rutherford and Miss Brooks on the contrary found with rather thicker foils the rapidly decreasing values 0.41, 0.31, 0.17, 0.067. By our experiments with a small radiating surface (diam. 0.8 cm) we were able to confirm all these possibilities by simply varying the thickness PP' of the condenser.

All these and similar results are only a necessary consequence of the dependance of the ionisation from the distance and may serve as a corroboration of the statement that the method used by the cited authors to measure the absorption of a given substance is not suitable. It seems not superfluous to add a remark touching the methods generally used in the research of radioactivity. For the study of the absorption phenomena the geometric shape of the condenser, the distance and dimensions of the radiating surface are of greatest importance. On the other hand we are quite right to use ionising chambers of whatever form and dimensions when investigating the temporary decrease or increase of the α -radiation of any radioactive substance because the character of the radiation does not alter in course of time. In the case, when a new radioactive substance with another range for the α -rays is produced, it is necessary to make use either of a quite exactly defined invariable form of the ionising chamber or to employ a condenser of such dimensions that no α -rays can reach the walls of the chamber.

* * *

Further experiments were performed with two foils of different material Al/Au resp. Pt/Au , when the radiation passed at first in the direction Al/Au , then in the opposite direction. Both for Al/Au and for Pt/Au there appeared only a very small difference 0.3 mm in the ordinates of the corresponding ionisation curves thus corroborating the statement that the secondary radiation produced by the α -rays-if it exists at all, becomes entirely absorbed after passing an air gap of 1.8 cm.

To investigate the variability of the absorption of the α -rays with the distance, two ionisation curves were plotted, one with the absorbing foil close to the radiating surface, a second one with the foil on the upper plate of the guarding condenser at some distance from the radiating surface. In this second case the straight part of the curve was more than two mm higher than in the first case, concordantly for Al , Cu and Pt . To ensure an invariable distance (1.9 cm) from the radiating surface to the absorbing

foil a ring-shaped frame attached by means of three short rods to the tube-screen, was employed to hold the foil. The ionisation curve corresponding to the foil kept at a distance from the source lies 0.07 cm higher for *Al* and 0.12 cm higher for *Pt* above the curve for the distance 0. This effect can not be duly attributed to any secondary radiation as shown by the results with interchanged metals. When such an effect should exist the reversal of the field in the guard-condenser (once accelerating, once retarding the slowly moving β -particles) would be evident in a greater displacement of both curves. By an experimental proof very carefully performed a difference of ordinates only 0.2 mm could be detected, a value coinciding with the experimental error. As a probable explanation of the elevation of the curve for foils placed in greater distance from the radiating surface we can assume the change of the absorption constant with the velocity of the α -rays. The stopping power for *Al* is by 10%, for *Pt* by 12.5% less when before reaching the metallic foil the rays are compelled to penetrate a range of 1.9 cm in air and Rutherford ⁷⁾ found for the α -rays from radium C a diminution of velocity of nearly 11% in close accordance with our results. Slower rays are therefore less absorbable, a quite contrary result to the statement of Mrs Curie, that the absorbing power is increasing with the thickness of traversed matter.

A somewhat surprising condition of our results is yet to be explained. Bragg in his experiments on atomic absorption of the α -radiation used rays emitted from radium C possessing the range of 7 cm and consequently of about 12% greater velocity than our rays emitted from polonium. His results (in the Tab. 2.) should be therefore by 12% greater than ours and not by 3% less as they are in fact. The only possible explanation of this curious phenomenon can be found in the relatively small exactness of the method and possibly in the circumstance that owing to the greater thickness of metallic foils in Bragg's experiments the mean velocity of the rays was not greatly different from those used by us. On the other hand Bragg's new results (Tab. 2., quoted in []) obtained with a radium product of 4.8 cm range in air are only very slightly different from his old values probably for the same reason.

* * *

In Bragg's graphic representation of the atomic absorbing power as a function of the mean square root of atomic weight the straight line corresponding to metals differs from that of gases. Both lines possess a different slope toward the x -axis. This unexpected result, too, is due to the unequal velocity of the used α -rays in both cases. The range of Bragg's α -rays was 7.0 cm , the mean lowering of the curves for metals was 2.8 cm and therefore the mean range of the ionising rays was $7 - \frac{1}{2} \cdot 2.8 = 5.6\text{ cm}$. The corresponding velocity, according to Rutherford's measurements, is $0.944 V_0$, V_0 denoting the velocity for the range 6.7 cm . In the case

of a gas the absorbing medium has a thickness of 7 *cm*, the corresponding velocity being $0.85 V_0$. The rays used in the case of metals as ionising agent were about 11% faster and therefore the absorption found was accordingly to our results by 11% greater for metals than for gases. And indeed Bragg's proportionality constant for metals $3.95 : 3.55 = 1.13$ is nearly by 11% greater than the same value $3.55 : 3.50 = 1.02$ for gases. We can therefore assume, that the ratio between the atomic absorption and the square root of atomic weight is independent from the nature and aggregation of the substance.

* * *

Ample time was spent in solving in a direct way the question of the secondary radiation produced by α -rays. Close in front of the side-hole of the electroscope designed by one of us, which was covered with a piece of wire-gauze, was placed in a vertical plane the radiating disc of polonium in such an azimuth that no direct α -rays could reach the inner space of the electroscope. The rays impinged on a lead plate in a distance of 1.5 *cm* from the radiating source so that either the reflected α -rays if any reflection occurred, or any expected secondary rays emitted from the lead plate could penetrate into the electroscope after having traversed a path of 1 or 2 *cm* in air. Owing to the small capacity and excellent insulation of the electroscope — the leakage caused by natural ionisation of air was only of the order of 10^{-15} amp. — a secondary radiation of 1/2000 part of the incident radiation could have been detected. But all efforts in this direction were quite unsuccessful.

A further modification of the direct proof was tried in such a manner, that a magnetic field was established perpendicularly to the path of the hypothetic secondary radiation emitted from a *Pt*-foil; yet no effect could be detected. By these direct experiments evidence is given that — if any secondary radiation emitted from a metallic surface exists, the ionisation produced in air at ordinary pressure after passing through a layer of some *mm*-s thickness does not exceed a small fraction of a percent.

To prove the transformation effect of screens or in other words the secondary radiation Mrs Curie⁸⁾ employed the method of interchanging of screens. The hole *T* (Fig. 4.) was covered with two foils of different metals, for instance *Al* and brass, so that the α -rays must have passed once in the direction *Al*- brass, another time in the opposite direction. The current was in the first case 17.9, in the second only 6.7 arbit. units. Mrs. Curie found also that the transformation effect of the screens seem to increase with distance from the radiating surface. As the nature of this curious phenomenon has not been cleared up till present, we repeated these experiments with our arrangement. The screens of two or more metallic foils were placed over the hole *T*, the centric position of the polonium being fixed by means of a suitable holder. Special attention was given to the re-

quirement that in both cases exactly the same parts of the foils be put in the way of the α -rays.

The observation was performed in a manner shown in the following table.
Screen *Pt-Al*; distance *AT* $\times 16$ *mm*.

The direction of the radiation	The time of passage of the electro- scope foil through 5 scale-divisions	Mean	Mean
<i>Pt</i> — <i>Al</i>	$\left\{ \begin{array}{l} 55.8 \text{ sec.} \\ 53.8 \text{ ,,} \end{array} \right.$	54.8 sec.	
<i>Al</i> — <i>Pt</i>	$\left\{ \begin{array}{l} 50.0 \text{ ,,} \\ 49.0 \text{ ,,} \end{array} \right.$		49.5 sec.
<i>Pt</i> — <i>Al</i>	$\left\{ \begin{array}{l} 54.0 \text{ ,,} \\ 57.0 \text{ ,,} \end{array} \right.$	55.5 ,,	
<i>Al</i> — <i>Pt</i>	$\left\{ \begin{array}{l} 51.8 \text{ ,,} \\ 48.8 \text{ ,,} \end{array} \right.$		50.3 ,,
<i>Pt</i> — <i>Al</i>	$\left\{ \begin{array}{l} 55.4 \text{ ,,} \\ 53.8 \text{ ,,} \end{array} \right.$	54.6 ,,	
<i>Al</i> — <i>Pt</i>	$\left\{ \begin{array}{l} 51.0 \text{ ,,} \\ 51.8 \text{ ,,} \end{array} \right.$		51.4 ,,
		55.0 sec.	50.4 sec.
Current	9.95		9.10
Leakage	0.36		0.36
Corr. current . .	9.59		8.74

In a similar manner we tested various screens at various distances *AT*.

Tab. II.

<i>AT</i> = <i>mm</i>	1.1	2.1	6.0	8.5	11.0	16.0	16.4	18.5	21.0
<i>Al</i> \rightarrow <i>Pt</i>	—	—	77.5	—	27.0	9.59	7.95	3.55	1.11
<i>Pt</i> \rightarrow <i>Al</i>	—	—	73.7	—	25.6	8.74	7.4	2.95	0.68
<i>Al</i> \rightarrow <i>Au</i>	—	—	81.0	—	30.0	8.9	—	—	1.97
<i>Au</i> \rightarrow <i>Al</i>	—	—	77.0	—	28.0	8.15	—	—	1.56
2 <i>Al</i> \rightarrow <i>Au</i>	—	69.6	31.0	—	6.42	0.64	—	—	—
<i>Au</i> \rightarrow 2 <i>Al</i>	—	59.9	25.2	—	4.49	0.37	—	—	—
3 <i>Al</i> \rightarrow <i>Au</i>	—	20.1	5.60	1.96	—	—	—	—	—
<i>Au</i> \rightarrow 3 <i>Al</i>	—	14.9	3.77	0.94	—	—	—	—	—
<i>Al</i> \rightarrow 2 <i>Au</i>	—	70.1	25.6	—	6.74	0.53	—	—	—
2 <i>Au</i> \rightarrow <i>Al</i>	—	61.8	21.6	—	5.07	0.24	—	—	—
<i>Al</i> \rightarrow <i>Ag</i>	97.2	—	42.3	—	8.62	—	—	—	—
<i>Ag</i> \rightarrow <i>Al</i>	92.3	—	39.4	—	7.50	—	—	—	—
<i>Al</i> \rightarrow <i>Ag</i>	0.67	0.38	—	—	—	—	—	—	—
2 <i>Ag</i> \rightarrow <i>Al</i>	0.10	0.02	—	—	—	—	—	—	—
2 <i>Al</i> \rightarrow <i>Ag</i>	34.8	—	80.0	1.28	—	—	—	—	—
<i>Ag</i> \rightarrow 2 <i>Al</i>	29.9	—	6.85	1.07	—	—	—	—	—
<i>Al</i> \rightarrow <i>Cu</i>	—	—	53.5	—	18.3	3.94	—	—	—
<i>Cu</i> \rightarrow <i>Al</i>	—	—	50.3	—	16.6	3.02	—	—	—
<i>Pt</i> \rightarrow <i>Au</i>	—	—	61.9	—	23.7	6.75	—	1.94	—
<i>Au</i> \rightarrow <i>Pt</i>	—	—	61.2	—	24.0	6.70	—	1.89	—

The table confirms the phenomenon observed by Mrs. Curie and its dependance from the distance AT . Mr. Rutherford explains this remarkable fact by secondary radiation. But this explanation is not quite satisfactory.

The following Fig. 6. will be useful for our further discussion. As ordinates the differences (d) between the currents $Al \rightarrow$ metal less metal $\rightarrow Al$ are plotted, as abscissae the corresponding currents metal $\rightarrow Al$.

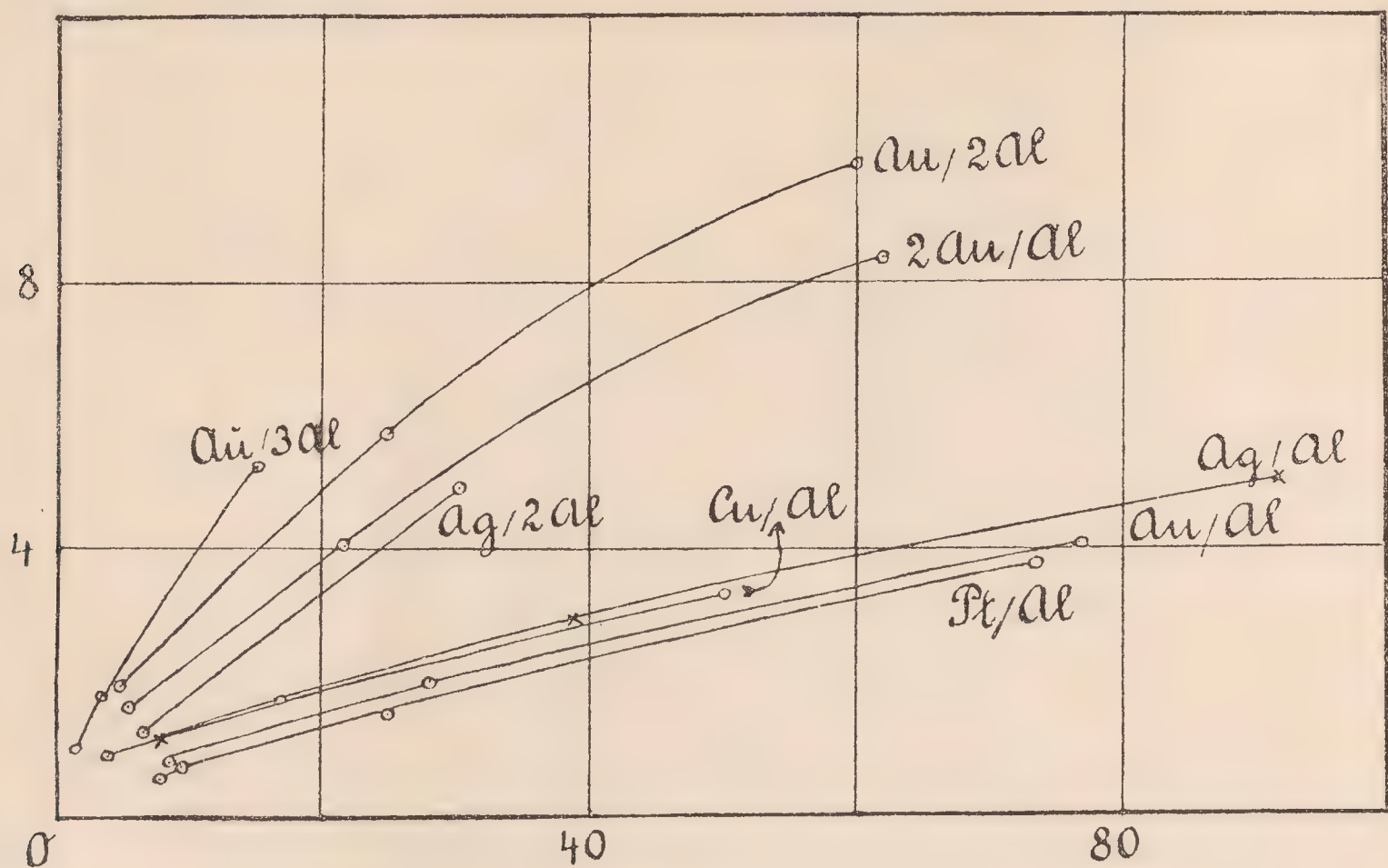


Fig. 6.

The differences (d) are increasing with the current and with the order of the couple Pt/Al , Au/Al , Ag_2Al , Cu/Al . If we should suppose an easily absorbable secondary radiation we would be obliged to accept both an increasing secondary radiation with decreasing atomic weight, in contradiction with other known secondary radiations and also with the observed fact, that the currents in the direction metal $\rightarrow Al$ are always greater than in the opposite sense, $Al \rightarrow$ metal.

The supposition of a secondary radiation offers moreover a very great difficulty in explaining the increasing ordinates for $Ag/2Al$ and $Ag/3Al$ in comparison with Ag/Al or for $Au/2Al$ and $Al/2 Au$ in comparison with Au/Al . We would be obliged to accept that some part of the secondary radiation is traversing one or more Al -foils, a fact quite contrary to our direct experiments on secondary radiation. Similar difficulties are encountered in explaining the following experiment. The condenser $PPP'P'$ was diminished to 1 cm in thickness and the hole covered with the screen $Al \rightarrow Pt$. The current, in this case 24.4 arb. units, was found to be 22.5 a. u. after interchanging the foils. If an air gap of 1 mm was left between these foils the current decreased to 21.8, and for a still greater gap the current was found to be 20.7 a. n.

It is interesting to show that all observed facts can be explained in a simple way by means of the phenomenon of scattering of the α -rays by passing through the matter, discovered by Rutherford⁹⁾ and clearly shown on his photogramms, if we admit a plausible hypothesis that the scattering power is a function of the atomic weight. Supposing $d_1 d_2$ (Fig. 7.) to be the infinitely small thicknesses of the foils for instance of

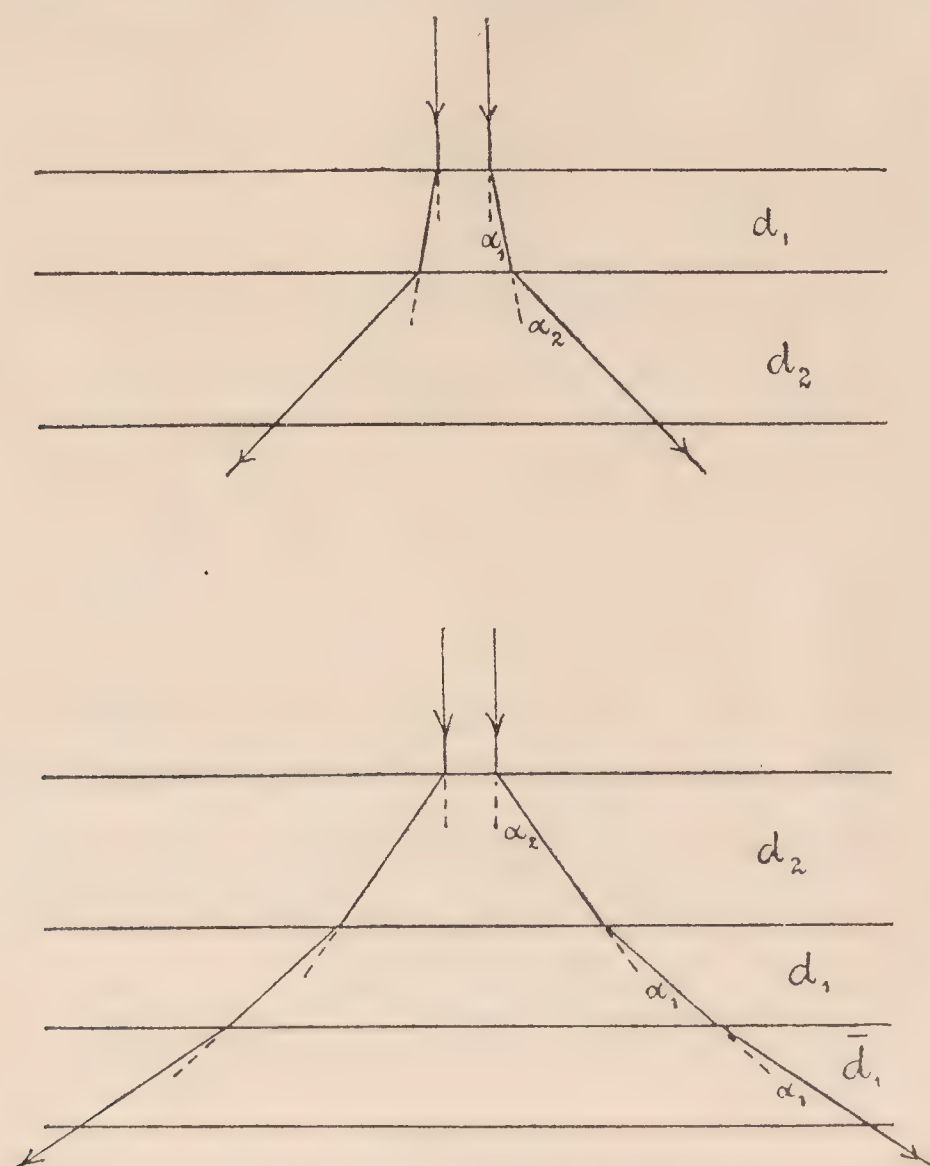


Fig. 7.

Al and *Pt*, by scattering of the α -rays there is meant the fact that a pencil of rays at first parallel and perpendicular to the foil becomes more or less divergent according to the scattering power of the matter. The section of the pencil is not only broadened to a considerable extent by passing through the matter, so that now all rays can not reach the innerspace of the condenser the most oblique ones being absorbed by the condenser's upper plate, but also the rays penetrating in the ionisation chamber, which suffered different absorption in different directions possess a much less ionising power.

From the diagram (Fig. 7.) it is evident that divergency ($\alpha_2 > \alpha_1$) is dependent both on the order and on the thickness of the foils and that it can be enhanced by interposing another layer of a substance even of a very small scattering power, as for instance air. In this simple way we can fully account for the elevation of the curves for *Ag/2Al*, *Ag/3Al*, *Al/2Au*, *Au/2Al* in Fig. (6.) over the curves *Ag/Al* resp. *Al/Au* and the decrease of the current by interposing an air-gap. Using the curves Fig. (6.) it is possible, notwithstanding the difficulty of experimenting and the complicated geometrical nature of the problem, to establish approximately a series of metals with increasing scattering power.

From the ordinates corresponding to the current of 40 units the differences $Al/\text{metal} - \text{metal}/Al$ can be determined for *Pt* (2·3), *Au* (2·5), *Cu* (2·8), *Ag* (3·0). As the scattering effect increases with the thickness of the layer probably according to the exponential law, by dividing the logarithms of these values by the thickness of the foils one can deduced the value 241 for *Au*, 224 for *Pt*, 123 for *Ag*, 145 for *Cu*. The quotients of these numbers by the square root of corresponding atomic weights are 17, 16, 12, 18, nearly equal values, having regard to the approximative character of the calculation. The discordant value for *Ag* can be explained by the circumstance that this foil was a little finer in these experiments than in the absorption experiments. There is therefore probable that the scattering power of metals is increasing with the atomic weight probably proportionally with the square root thereof. All these conclusions concerning the secondary radiation of the α -rays are not in discrepancy with the existence of the secondary radiation in high vacuum consisting of very slowly moving electrons as proved by Rutherford's and J. J. Thomson's experiments. These rays are very easily absorbed in air at ordinary pressure, so that their existence can not be detected by their ionising effect. This kind of rays (δ -rays) is not to be confounded with the so called secondary radiation of Mrs Curie's, which as was shown by our experiments and the given explanation, perhaps do not exist at all.

Summary of results.

1. The absorption of the α -rays from radiotellurium in metals and gases investigated by Bragg's method is manifested similarly as with α -rays of radium and its first transformation products by lowering of the ionisation curve.

2. The atomic stopping power is very nearly proportional to the square root of the atomic weight and possesses almost the same values as Bragg found for radium C. It is probable though, that the proportionality constant increases slightly with atomic weight.

3. For the same gas (air) the ranges corresponding to the α -rays of the same velocity are inversely proportional to the pressure (density) of the gas.

4. The ranges for the rays of the same velocity in different gases (air, O_2 , CO_2) are inversely proportional to the mean square roots of their atomic weights.

5. Mrs Curie's and Rutherford's method is not suitable to determine the physical constants of the α -radiation, the reason lying in the different velocity of the α -rays. All previous results can be easily explained from the shape of the ionisation curves.

6. The method used to investigate the transformation products of radium by means of α -rays is applicable only when the shape and the size of the ionisation chambers remain unaltered.

7. The absorption of the α -rays in metals is dependent on their velocity, the atomic absorption power decreasing with decreasing velocity.

8. Any secondary radiation produced by α -rays incident on a metallic plate and perceivably ionising the ordinary air could not be detected by direct experiments.

9. Mrs Curie's experiments concerning the transformation effect by interchanging the screens cannot be simply explained by the secondary radiation. A satisfactory explanation is offered by supposing a scattering of α -rays when passing the matter.

10. It is evident from 8. and 9. that the existence of a secondary radiation of α -rays which ionises air at ordinary pressure cannot be taken for ascertained.

* * *

It is with much pleasure that we express our gratitude to Prof. Strouhal, director of the Physical Institution of the bohemian university at Prague for having kindly placed at our disposal all necessary means to carry out this work.

1) W. H. Bragg and R. Kleeman, Phil. Mag. (6) 10. 318. 1905.

2) W. H. Bragg, Phil. Mag. (6). 11. 617, 1906.

3) R. J. Strutt, Phil. Trans. of the Roy. Soc. (A) 196. 508., 1901 and Proc. Roy. Soc. 72. 208. 1903. See Rutherford: Radioactivity, 2 ed. pag. 64. 1905, and J. J. Thomson: Conduction of Electricity through gases, Cambridge, 311. 1903.

4) W. H. Bragg, Phil. Mag. (6) 11. 466, 1906.

5) Mrs J. Curie, C. R. 130. 1900; and Untersuchungen über die radioaktiven Substanzen, Braunschweig, 1904, pag. 64 seqq.

6) E. Rutherford and Miss Brooks, Phil. Mag. (6) 4. 1. 1902, Radioactivity, 2 ed. pag. 161 seqq.

7) E. Rutherford, Phil. Mag. (6) 10. 163. 1905.

8) S. Curie, Untersuchungen, pag. 74.

9) E. Rutherford, Phil. Mag. (6). 11. 174. 1905; Tab. IV. Fig. 3.

Calcul des macles dans les systèmes de coordonnées obliques.¹⁾

(Avec 12 figures en deux planches.)

Extrait d'une étude tchèque

de

Gotthard Smolař.

(Présenté le 16 novembre 1906.)

§ 1. Projections rectangulaires des segments.

Si l'on mène des extrémités d'un segment quelconque m (fig. 1) une suite continue de segments $a, b, c \dots$, la projection orthogonale du segment m sur une ligne droite quelconque PQ est égale à la somme des projections orthogonales des segments $a, b, c \dots$ sur la même droite de sorte que

$$m \cos \omega = a \cos \alpha + b \cos \beta + c \cos \gamma + \dots \quad (1)$$

On reconnaît que ce théorème a une valeur générale en considérant la fig. 2 où $\cos \alpha$ et $\cos \delta$ sont négatifs.

C o n s é q u e n c e. Si l'on projette les segments $a, b, c \dots$ sur la droite RS ou sur la droite parallèle à RS , $\cos \omega$ (formule 1) égale 1.

§ 2. Angles autour de l'origine des coordonnées.

1. Soient

$$Y : Z = \lambda, \quad Z : X = \mu, \quad X : Y = \sigma$$

les angles que font les demi-axes positifs des coordonnées (fig. 3), soient

$$XZ : XY = \varepsilon, \quad XY : YZ = \eta, \quad YZ : XZ = \vartheta$$

les angles que font les plans des coordonnées, nous aurons alors

¹⁾ Suite de l'étude „Base mathématique pour le calcul cristallographique des macles“ par G. Smolař. Bulletin international de l'Acad. Prague XI. 1906.

$$\left. \begin{aligned} \cos \varepsilon &= \frac{\cos \lambda - \cos \mu \cos \sigma}{\sin \mu \sin \sigma}, \\ \cos \eta &= \frac{\cos \mu - \cos \sigma \cos \lambda}{\sin \sigma \sin \lambda}, \\ \cos \vartheta &= \frac{\cos \sigma - \cos \lambda \cos \mu}{\sin \lambda \sin \mu}. \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (2)$$

2. Les angles φ, ψ, τ que font les axes X, Y, Z avec les plans des coordonnées $Y Z, Z X, X Y$ (fig. 3) se calculent à l'aide des formules

$$\sin \varphi = \frac{\sin (\lambda \mu \sigma)}{\sin \lambda}, \quad \sin \psi = \frac{\sin (\lambda \mu \sigma)}{\sin \mu}, \quad \sin \tau = \frac{\sin (\lambda \mu \sigma)}{\sin \sigma}, \quad (3)$$

où

$$\sin^2 (\lambda \mu \sigma) = \begin{vmatrix} 1 & \cos \sigma & \cos \mu \\ \cos \sigma & 1 & \cos \lambda \\ \cos \mu & \cos \lambda & 1 \end{vmatrix} \dots \dots \dots (4)$$

Cette expression est désignée aussi par différents auteurs $\sin^2 (0)$ ou $\sin^2 (X Y Z)$.

$\sin (\lambda \mu \sigma)$ s'appelle le sinus de l'angle trièdre.

3. Des formules (3) il résulte:

$$\sin (\lambda \mu \sigma) = \sin \varphi \sin \lambda = \sin \psi \sin \mu = \sin \tau \sin \sigma. \dots \dots (5)$$

4. Le déterminant (4) peut être exprimé aussi par le produit des fonctions λ, μ, σ de cette façon:

$$\sin^2 (\lambda \mu \sigma) = 4 \sin \frac{\lambda + \mu + \sigma}{2} \sin \frac{\mu + \sigma - \lambda}{2} \sin \frac{\sigma + \lambda - \mu}{2} \sin \frac{\lambda + \mu - \sigma}{2} \dots (6)$$

Remarque. Dans le système des coordonnées rectangulaires $\sin^2 (\lambda \mu \sigma) = 1$.

§ 3. Angles d'une demi-droite OB quelconque (fig. 4) menée de l'origine.

1. Soient x, y, z les coordonnées obliques d'un point quelconque B , soient a, b, c les angles que fait ce rayon vecteur OB avec les demi-axes positifs X, Y, Z , projetons les coordonnées x, y, z sur le rayon OB , alors suivant la formule (1)

$$OB = x \cos a + y \cos b + z \cos c. \dots \dots (7)$$

En projetant les coordonnées x, y, z sur les axes X, Y, Z , on obtient suivant la formule (1)

$$\left. \begin{aligned} OB \cos a &= x + y \cos \sigma + z \cos \mu, \\ OB \cos b &= x \cos \sigma + y + z \cos \lambda, \\ OB \cos c &= x \cos \mu + y \cos \lambda + z \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (8)$$

En multipliant l'équation (7) par le segment OB et en substituant, à droite, à $OB \cos a$, $OB \cos b$, $OB \cos c$ les expressions contenues dans les formules (8), on obtient la longueur du rayon vecteur OB :

$$OB^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2 y z \cos \lambda + 2 z x \cos \mu + 2 x y \cos \sigma. \quad (9)$$

En éliminant les quantités variables OB , x , y , z des équations (7) et (8) on obtient la relation suivante entre les cosinus directeurs et les angles λ , μ , σ :

$$\Delta_4 = \begin{vmatrix} 1 & \cos a & \cos b & \cos c \\ \cos a & 1 & \cos \sigma & \cos \mu \\ \cos b & \cos \sigma & 1 & \cos \lambda \\ \cos c & \cos \mu & \cos \lambda & 1 \end{vmatrix} = 0, \quad \dots \dots \dots (10)$$

d'où il suit que :

$$\sin^2 (\lambda \mu \sigma) = \sum_{\lambda \mu \sigma}^{a b c} \cos^2 a (1 - \cos^2 \lambda) + \sum_{\lambda \mu \sigma}^{a b c} 2 \cos a \cos b (\cos \lambda \cos \mu - \cos \sigma). \quad (11)$$

2. Soient ϱ_a , ϱ_b , ϱ_c les angles que fait le rayon vecteur OB avec les plans des coordonnées YZ , ZX , XY (fig. 4), on déduit alors suivant les formules (3) :

$$\sin \varrho_a = \frac{\sin (b c \lambda)}{\sin \lambda}, \quad \sin \varrho_b = \frac{\sin (c a \mu)}{\sin \mu}, \quad \sin \varrho_c = \frac{\sin (a b \sigma)}{\sin \sigma}. \quad \dots (12)$$

Si le pôle B se trouve du côté positif devant le plan des coordonnées YZ , $\sin \varrho_a$ est positif; si le pôle B se trouve derrière le plan YZ (dans la direction négative de l'axe X), $\sin \varrho_a$ est négatif. Le cas est le même aussi pour $\sin \varrho_b$, $\sin \varrho_c$.

Le calcul suivant les formules (36) devient plus simple.

Remarque. Dans le système de coordonnées rectangulaires la formule (11) se simplifie de cette façon :

$$1 = \cos^2 a + \cos^2 b + \cos^2 c.$$

§ 4. Différentes équations d'un plan dans le système de coordonnées obliques $(\lambda \mu \sigma)$.

1. Si OQ est perpendiculaire au plan R (fig. 5), alors cette normale forme avec les demi-axes positifs X , Y , Z les angles a , b , c et si l'on désigne par B un point arbitraire dans le plan R , alors OQ est la projection rectangulaire du rayon vecteur OB . En projetant OB et les coordonnées du point B sur OQ , on obtient d'après (1)

$$\delta = x \cos a + y \cos b + z \cos c$$

ou

$$R \equiv x \cos a + y \cos b + z \cos c - \delta = 0, \quad (13)$$

où $\delta = OQ$ est toujours positif.

On appelle cette équation (13) normale et les cosinus directeurs $\cos a = \alpha$, $\cos b = \beta$, $\cos c = \gamma$ satisfont à la condition (11).

2. Si l'on formule l'équation générale du même plan R dans le même système des coordonnées obliques $(\lambda \mu \sigma)$ de cette façon:

$$R \equiv Ax + By + Cz + D = 0, \quad (14)$$

on la transforme en forme normale, en la divisant par la valeur M que l'on tire de l'équation

$$M^2 \sin^2(\lambda \mu \sigma) = \sum_{\lambda \mu \sigma}^{ABC} A^2 (1 - \cos^2 \lambda) + \sum_{\lambda \mu \sigma}^{ABC} 2AB (\cos \lambda \cos \mu - \cos \sigma). \quad . (15)$$

On tire cette valeur M de la racine carrée de l'expression précédente et l'on conserve celui des deux signes qui satisfait à la condition

$$\delta = \frac{D}{\pm M},$$

où δ est toujours positif.

Il en résulte que l'on déduit l'équation normale de l'équation générale (14) de cette façon:

$$R \equiv \frac{Ax}{\pm M} + \frac{By}{\pm M} + \frac{Cz}{\pm M} + \frac{D}{\pm M} = 0. \quad (16)$$

On vérifie le calcul au moyen de la formule (11).

Remarque. Dans le système de coordonnées rectangulaires la formule (15) se simplifie ainsi:

$$M = \pm \sqrt{A^2 + B^2 + C^2}.$$

3. Si l'on divise l'équation générale du plan (14) par la valeur $-D$, on obtient l'équation paramétrique

$$\frac{x}{-\frac{D}{A}} + \frac{y}{-\frac{D}{B}} + \frac{z}{-\frac{D}{C}} = 1$$

que l'on peut aussi écrire ainsi:

$$\frac{x}{p} + \frac{y}{q} + \frac{z}{s} = 1, \quad (17)$$

où p, q, s désignent les paramètres du plan R sur les axes des coordonnées X, Y, Z (fig. 5).

Par la comparaison des équations précédentes on obtient:

$$p = -\frac{D}{A}, \quad q = -\frac{D}{B}, \quad s = -\frac{D}{C} \dots \dots \dots (18)$$

4. Suivant (17) $x = p$ désigne le plan dont les paramètres q, s sont infinis, de sorte que le plan est parallèle au plan des coordonnées $Y Z$.

Pareillement $y = q$ désigne un plan parallèle à $X Z$, $z = s$ un plan parallèle à $Y X$.

§ 5. Calculer l'angle ω que font entre eux deux plans R_1 et R_2 dans le système d'axes obliques $(\lambda \mu \sigma)$.

Soient δ_1, δ_2 les perpendiculaires (fig. 6) aux plans R_1, R_2 représentés par les équations normales

$$\begin{aligned} R_1 &\equiv x \cos a_1 + y \cos b_1 + z \cos c_1 - \delta_1 = 0, \\ R_2 &\equiv x \cos a_2 + y \cos b_2 + z \cos c_2 - \delta_2 = 0, \end{aligned}$$

on calcule l'angle ω suivant la formule:

$$\begin{aligned} \cos \omega \sin^2 (\lambda \mu \sigma) &= \alpha_1 \alpha_2 (1 - \cos^2 \lambda) + \beta_1 \beta_2 (1 - \cos^2 \mu) + \gamma_1 \gamma_2 (1 - \cos^2 \sigma) \\ &+ (\alpha_1 \beta_2 + \beta_1 \alpha_2) (\cos \lambda \cos \mu - \cos \sigma) + (\beta_1 \gamma_2 + \gamma_1 \beta_2) (\cos \mu \cos \sigma - \cos \lambda) \\ &+ (\gamma_1 \alpha_2 + \alpha_1 \gamma_2) (\cos \sigma \cos \lambda - \cos \mu) \dots \dots \dots (19) \end{aligned}$$

ou

$$\cos \omega \sin^2 (\lambda \mu \sigma) + \begin{vmatrix} 1 & \cos \sigma \cos \mu & \alpha_1 \\ \cos \sigma & 1 & \cos \lambda & \beta_1 \\ \cos \mu & \cos \lambda & 1 & \gamma_1 \\ \alpha_2 & \beta_2 & \gamma_2 & 0 \end{vmatrix} = 0.$$

Remarque. Dans le système de coordonnées rectangulaires on tire de la formule (19):

$$\cos \omega = \alpha_1 \alpha_2 + \beta_1 \beta_2 + \gamma_1 \gamma_2.$$

§ 6. La distance p du point $B (x_1 y_1 z_1)$ du plan $R \equiv z \cos a + y \cos b + z \cos c - \delta = 0$ se calcule dans le système d'axes obliques $(\lambda \mu \sigma)$ au moyen de la formule

$$\pm p = x_1 \cos a + y_1 \cos b + z_1 \cos c - \delta \dots \dots \dots (20)$$

On prend le signe supérieur $+$, quand les points B et O se trouvent de côtés différents du plan R , le signe inférieur $-$ s'emploie quand les points B et O sont d'un même côté du plan R (fig. 7).

§ 7. Soient

$$\begin{aligned} R_1 &\equiv x \cos a_1 + y \cos b_1 + z \cos c_1 - \delta_1 = 0, \\ R_2 &\equiv x \cos a_2 + y \cos b_2 + z \cos c_2 - \delta_2 = 0 \end{aligned}$$

les équations normales de deux plans (fig. 8) dans le système oblique $(\lambda \mu \sigma)$; on calcule les équations des plans T , U , qui partagent les angles $R_1 : R_2$ en deux parties égales au moyen des formules

$$T \equiv R_1 - R_2 = \emptyset, \quad (21)$$

$$U \equiv R_1 + R_2 = \emptyset. \quad (22)$$

§ 8. Dans le système de coordonnées obliques $(\lambda \mu \sigma)$ déterminer l'équation du plan R_x qui est symétriquement situé vers le plan R_1 par rapport au plan de symétrie R_s (fig. 9).

Le problème peut être traité comme dans le cas du système rectangulaire (voir Bulletin international de l'Académie des Sciences de Bohême, XI. 1906, p. 13—14).

Les fonctions des angles λ , μ , σ disparaissent par élimination si l'on déduit les formules correspondantes.

§ 9. Equations d'une droite dans le système de coordonnées obliques $(\lambda \mu \sigma)$.

1. La droite BC (fig. 10) est déterminée par deux équations appartenant aux projections obliques $B_3 C_3$ et $B_2 C_2$ sur les plans des coordonnées XY , XZ dans la direction des axes des coordonnées.

D'après cela

$$y = m x + q, \quad z = n x + r. \quad (23)$$

sont les équations de la droite BC .

2. Si la droite OC' passe par l'origine des coordonnées parallèlement à la droite BC , ses équations sont:

$$y = m x, \quad z = n x. \quad (24)$$

3. Les équations

$$y = \emptyset, \quad z = \emptyset \quad (25)$$

déterminent l'axe des coordonnées X et pareillement l'axe Y est déterminé par les équations

$$\left. \begin{array}{l} z = \emptyset, \quad x = \emptyset, \\ Z \equiv x = \emptyset, \quad y = \emptyset. \end{array} \right\} (26)$$

§ 10. On connaît les cosinus directeurs d'un rayon quelconque OC' (fig. 10) dans le système de coordonnées obliques $(\lambda \mu \sigma)$, déterminer ses équations $y = m x$, $z = n x$.

Si l'on désigne par α , β , γ les cosinus directeurs du rayon OC' , on calcule

$$\left. \begin{aligned} m &= \frac{\alpha (\cos \lambda \cos \mu - \cos \sigma) + \beta (1 - \cos^2 \mu) + \gamma (\cos \sigma \cos \mu - \cos \lambda)}{\alpha (1 - \cos^2 \lambda) + \beta (\cos \lambda \cos \mu - \cos \sigma) + \gamma (\cos \lambda \cos \sigma - \cos \mu)} \\ n &= \frac{\alpha (\cos \sigma \cos \lambda - \cos \mu) + \beta (\cos \sigma \cos \mu - \cos \lambda) + \gamma (1 - \cos^2 \sigma)}{\alpha (1 - \cos^2 \lambda) + \beta (\cos \lambda \cos \mu - \cos \sigma) + \gamma (\cos \lambda \cos \sigma - \cos \mu)} \end{aligned} \right\} (27)$$

Remarque. Dans le système de coordonnées rectangulaires les formules (27) se simplifient ainsi:

$$m = \frac{\beta}{\alpha}, \quad n = \frac{\gamma}{\alpha}.$$

§ 11. Connaissant les équations d'un rayon quelconque $y = mx$, $z = nx$, déterminer ses cosinus directeurs α , β , γ dans le système de coordonnées obliques $(\lambda \mu \sigma)$.

Ce problème se résout au moyen des formules suivantes:

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \frac{1 + m \cos \sigma + n \cos \mu}{\sqrt{1 + m^2 + n^2 + 2mn \cos \lambda + 2n \cos \mu + 2m \cos \sigma}} \\ \beta &= \frac{\cos \sigma + m + n \cos \lambda}{\sqrt{1 + m^2 + n^2 + 2mn \cos \lambda + 2n \cos \mu + 2m \cos \sigma}} \\ \gamma &= \frac{\cos \mu + m \cos \lambda + n}{\sqrt{1 + m^2 + n^2 + 2mn \cos \lambda + 2n \cos \mu + 2m \cos \sigma}} \end{aligned} \right\} (28)$$

Remarque. Dans le système de coordonnées rectangulaires on déduit des équations (28):

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + m^2 + n^2}}, \quad \beta = \frac{m}{\sqrt{1 + m^2 + n^2}}, \quad \gamma = \frac{n}{\sqrt{1 + m^2 + n^2}}.$$

§ 12. Dans le système de coordonnées obliques $(\lambda \mu \sigma)$ déterminer l'angle que fait une droite avec un plan donné.

Au moyen des formules précédentes on résout ce problème ainsi:

Des équations données de la droite on calcule ses cosinus directeurs suivant les formules (28). L'équation générale du plan donnée se met sous la forme normale à l'aide des formules (15) et (16), d'où résultent les cosinus directeurs α_2 , β_2 , γ_2 appartenant à la normale du plan. Ensuite on trouve l'angle ω entre les deux rayons suivant la formule (19). L'angle cherché que fait la droite avec le plan est égal à $90^\circ - \omega$.

§ 13. Si l'on fait tourner le système de coordonnées obliques $(\lambda \mu \sigma)$ autour de l'axe OP perpendiculaire au plan

$$P \equiv x \cos r_1 + y \cos r_2 + z \cos r_3 - \delta = 0$$

de la position fondamentale d'un angle ν , déterminer les cosinus directeurs des demi-axes tournés X' , Y' , Z' .

1. Si l'on désigne par a_n , b_n , c_n (fig. 11) les angles que font les demi-axes des coordonnées tournés avec les demi-axes fondamentaux positifs, et si l'on désigne par α_n , β_n , γ_n les cosinus directeurs correspondants, on trouve alors pour les axes des coordonnées notés également

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 &= \cos^2 r_1 (1 - \cos \nu) + \cos \nu, \\ \beta_2 &= \cos^2 r_2 (1 - \cos \nu) + \cos \nu, \\ \gamma_3 &= \cos^2 r_3 (1 - \cos \nu) + \cos \nu. \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (29)$$

Pour les axes des coordonnées notés différemment on se sert des formules suivantes:

$$\left. \begin{aligned} \gamma_1 &= \cos r_1 \cos r_3 (1 - \cos \nu) + \cos \mu \cos \nu \pm \sin \nu \sin \mu \sin \varrho_2, \\ \alpha_2 &= \cos r_2 \cos r_1 (1 - \cos \nu) + \cos \sigma \cos \nu \pm \sin \nu \sin \sigma \sin \varrho_3, \\ \beta_3 &= \cos r_3 \cos r_2 (1 - \cos \nu) + \cos \lambda \cos \nu \pm \sin \nu \sin \lambda \sin \varrho_1, \\ \alpha_3 &= \cos r_1 \cos r_3 (1 - \cos \nu) + \cos \mu \cos \nu \mp \sin \nu \sin \mu \sin \varrho_2, \\ \beta_1 &= \cos r_2 \cos r_1 (1 - \cos \nu) + \cos \sigma \cos \nu \mp \sin \nu \sin \sigma \sin \varrho_3, \\ \gamma_2 &= \cos r_3 \cos r_2 (1 - \cos \nu) + \cos \lambda \cos \nu \mp \sin \nu \sin \lambda \sin \varrho_1. \end{aligned} \right\} \dots (30)$$

On prend le signe supérieur des formules (30), si la rotation est positive, et on prend le signe inférieur, si la rotation est négative.

Si l'on suppose que l'oeil de l'observateur se trouve à l'origine des coordonnées O , si l'on considère de ce point dans la direction normale le plan donné P , et si la rotation a lieu en sens contraire à la direction de la marche des aiguilles d'une montre, on appelle cette rotation positive. Inversement la rotation est négative.

Les angles ϱ_1 , ϱ_2 , ϱ_3 que fait le rayon OP avec les plans des coordonnées YZ , ZX , XY (fig. 4) peuvent être calculés à l'aide des formules (12) ou (36).

On vérifie le calcul au moyen de la formule (11).

2. Si l'on forme des neuf cosinus directeurs des demi-axes tournés le déterminant

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} \alpha_1 & \beta_1 & \gamma_1 \\ \alpha_2 & \beta_2 & \gamma_2 \\ \alpha_3 & \beta_3 & \gamma_3 \end{vmatrix},$$

et si l'on remplace α_n , β_n , γ_n par les valeurs (29), (30), on calcule au moyen des formules (11) et (12)

$$\begin{aligned} \Delta_3 &= \cos^2 \nu \sin^2 (\lambda \mu \sigma) + \\ &+ \sin^2 \nu (1 - \cos \nu) [\cos r_1 \sin (r_2 r_3 \lambda) + \cos r_2 \sin (r_3 r_1 \mu) + \cos r_3 \sin (r_1 r_2 \sigma)]^2 \\ &+ \sin^2 \nu \cos \nu [\sin^2 (r_2 r_3 \lambda) + \sin^2 (r_3 r_1 \mu) + \sin^2 (r_1 r_2 \sigma) + \\ &+ 2 \cos \lambda \sin (r_1 r_2 \sigma) \sin (r_3 r_1 \mu) + 2 \cos \mu \sin (r_2 r_3 \lambda) \sin (r_1 r_2 \sigma) + \\ &+ 2 \cos \sigma \sin (r_3 r_1 \mu) \sin (r_2 r_3 \lambda)] \\ &= \sin^2 (\lambda \mu \sigma). \end{aligned}$$

Dans cette formule les nouvelles formes du sinus de l'angle trièdre $(\lambda \mu \sigma)$ sont très intéressantes, parce que

$$\begin{aligned} & [\cos r_1 \sin (r_2 r_3 \lambda) + \cos r_2 \sin (r_3 r_1 \mu) + \cos r_3 \sin (r_1 r_2 \sigma)]^2 \\ &= \sin^2 (r_2 r_3 \lambda) + \sin^2 (r_3 r_1 \mu) + \sin^2 (r_1 r_2 \sigma) + \\ &+ 2 \cos \lambda \sin (r_1 r_2 \sigma) \sin (r_3 r_1 \mu) + 2 \cos \mu \sin (r_2 r_3 \lambda) \sin (r_1 r_2 \sigma) + \\ &+ 2 \cos \sigma \sin (r_3 r_1 \mu) \sin (r_2 r_3 \lambda) \\ &= \sin^2 (\lambda \mu \sigma). \end{aligned}$$

C o n s é q u e n c e. Si l'angle de rotation $\nu = 180^\circ$ de sorte que $\cos \nu = -1$, on réduit ainsi les formules (29) et (30):

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 &= 2 \cos^2 r_1 - 1, \quad \beta_2 = 2 \cos^2 r_2 - 1, \quad \gamma_3 = 2 \cos^2 r_3 - 1, \\ \gamma_1 &= \alpha_3 = 2 \cos r_1 \cos r_3 - \cos \mu, \quad \alpha_2 = \beta_1 = 2 \cos r_2 \cos r_1 - \cos \sigma, \\ \beta_3 &= \gamma_2 = 2 \cos r_3 \cos r_2 - \cos \lambda. \end{aligned} \right\} (31)$$

R e m a r q u e. Pour les formules correspondantes simplifiées dans le système de coordonnées rectangulaires, nous renvoyons au Bulletin international de l'Académie des Sciences de Bohême. XI. 1906, p. 2. 3.

§ 14. T r a n s f o r m a t i o n d e s c o o r d o n n é e s o b l i q u e s du système $(\lambda \mu \sigma)$.

1. Si l'on connaît les cosinus directeurs $\alpha_n, \beta_n, \gamma_n$ des demi-axes tournés X', Y', Z' , on transforme ainsi les coordonnées x, y, z d'un point quelconque B (fig. 12) du système fondamental en coordonnées x', y', z' du système tourné:

En projetant le rayon vecteur OB , les coordonnées x, y, z et x', y', z' sur l'axe X , puis sur les axes Y, Z , on obtiendra suivant la formule (1) les équations suivantes::

$$\begin{aligned} x + y \cos \sigma + z \cos \mu &= x' \alpha_1 + y' \alpha_2 + z' \alpha_3, \\ x \cos \sigma + y &+ z \cos \lambda = x' \beta_1 + y' \beta_2 + z' \beta_3, \\ x \cos \mu + y \cos \lambda + z &= x' \gamma_1 + y' \gamma_2 + z' \gamma_3. \end{aligned}$$

En résolvant ces équations, on obtiendra les formules de transformation:

$$\left. \begin{aligned} x \sin^2 (\lambda \mu \sigma) &= \begin{vmatrix} (x' \alpha_1 + y' \alpha_2 + z' \alpha_3), & \cos \sigma, & \cos \mu \\ (x' \beta_1 + y' \beta_2 + z' \beta_3), & 1, & \cos \lambda \\ (x' \gamma_1 + y' \gamma_2 + z' \gamma_3), & \cos \lambda, & 1 \end{vmatrix}, \\ y \sin^2 (\lambda \mu \sigma) &= \begin{vmatrix} 1, & (x' \alpha_1 + y' \alpha_2 + z' \alpha_3), & \cos \mu \\ \cos \sigma, & (x' \beta_1 + y' \beta_2 + z' \beta_3), & \cos \lambda \\ \cos \mu, & (x' \gamma_1 + y' \gamma_2 + z' \gamma_3), & 1 \end{vmatrix}, \\ z \sin^2 (\lambda \mu \sigma) &= \begin{vmatrix} 1, & \cos \sigma, & (x' \alpha_1 + y' \alpha_2 + z' \alpha_3) \\ \cos \sigma, & 1, & (x' \beta_1 + y' \beta_2 + z' \beta_3) \\ \cos \mu, & \cos \lambda, & (x' \gamma_1 + y' \gamma_2 + z' \gamma_3) \end{vmatrix}. \end{aligned} \right\} \dots (32)$$

Si l'on veut passer des coordonnées x', y', z' du système tourné aux coordonnées x, y, z du système initial, on projette le rayon vecteur OB et les coordonnées du point B (x', y', z'), (x, y, z) sur les axes tournés X', Y', Z' , d'où il suit, suivant la formule (1):

$$\begin{aligned} x' + y' \cos \sigma + z' \cos \mu &= x \alpha_1 + y \beta_1 + z \gamma_1, \\ x' \cos \sigma + y' &+ z' \cos \lambda = x \alpha_2 + y \beta_2 + z \gamma_2, \\ x' \cos \mu + y' \cos \lambda + z' &= x \alpha_3 + y \beta_3 + z \gamma_3. \end{aligned}$$

En résolvant ces équations, on trouve que:

$$\left. \begin{aligned} x' \sin^2 (\lambda \mu \sigma) &= \begin{vmatrix} (x \alpha_1 + y \beta_1 + z \gamma_1), & \cos \sigma, & \cos \mu \\ (x \alpha_2 + y \beta_2 + z \gamma_2), & 1, & \cos \lambda \\ (x \alpha_3 + y \beta_3 + z \gamma_3), & \cos \lambda, & 1 \end{vmatrix}, \\ y' \sin^2 (\lambda \mu \sigma) &= \begin{vmatrix} 1, & (x \alpha_1 + y \beta_1 + z \gamma_1), & \cos \mu \\ \cos \sigma, & (x \alpha_2 + y \beta_2 + z \gamma_2), & \cos \lambda \\ \cos \mu, & (x \alpha_3 + y \beta_3 + z \gamma_3), & 1 \end{vmatrix}, \\ z' \sin^2 (\lambda \mu \sigma) &= \begin{vmatrix} 1, & \cos \sigma, & (x \alpha_1 + y \beta_1 + z \gamma_1) \\ \cos \sigma, & 1, & (x \alpha_2 + y \beta_2 + z \gamma_2) \\ \cos \mu, & \cos \lambda, & (x \alpha_3 + y \beta_3 + z \gamma_3) \end{vmatrix}. \end{aligned} \right\} \dots \dots (33)$$

2. Si l'on connaît l'angle φ que fait le demi-axe X avec le plan des coordonnées YZ , ainsi que

l'angle ψ entre Y et ZX ,
l'angle τ entre Z et XY ,

et si le demi-axe tourné

X' forme avec les plans YZ, ZX, XY les angles $\varphi_1, \psi_1, \tau_1$,
 Y' forme avec les plans YZ, ZX, XY les angles $\varphi_2, \psi_2, \tau_2$,
 Z' forme avec les plans YZ, ZX, XY les angles $\varphi_3, \psi_3, \tau_3$,

on projette les coordonnées du point B du système primitif et du système tourné sur les normales menées aux plans YZ, ZX, XY , de sorte que l'on obtiendra suivant la formule (1) directement:

$$\left. \begin{aligned} x \sin \varphi &= x' \sin \varphi_1 + y' \sin \varphi_2 + z' \sin \varphi_3, \\ y \sin \psi &= x' \sin \psi_1 + y' \sin \psi_2 + z' \sin \psi_3, \\ z \sin \tau &= x' \sin \tau_1 + y' \sin \tau_2 + z' \sin \tau_3. \end{aligned} \right\} \dots \dots (34)$$

Les angles $\varphi_k, \psi_k, \tau_k$ se tirent des cosinus directeurs connus suivant les formules (3) et (12) ou (36).

Inversement, si les demi-axes du système fondamental

$$\left. \begin{array}{l} X \\ Y \\ Z \end{array} \right\} \text{ font avec les plans tournés des coord. } Y' Z', Z' X', X' Y' \text{ les angles } \left\{ \begin{array}{l} \varphi_1', \psi_1', \tau_1' \\ \varphi_2', \psi_2', \tau_2' \\ \varphi_3', \psi_3', \tau_3' \end{array} \right.$$

alors les projections rectangulaires de coordonnées (x', y', z') et (x, y, z) du point B sur les normales menées aux plans tournés des coordonnées $Y' Z', Z' X', X' Y'$ donnent directement suivant la formule (1) les équations de transformation:

$$\left. \begin{array}{l} x' \sin \varphi = x \sin \varphi_1' + y \sin \varphi_2' + z \sin \varphi_3', \\ y' \sin \psi = x \sin \psi_1' + y \sin \psi_2' + z \sin \psi_3', \\ z' \sin \tau = x \sin \tau_1' + y \sin \tau_2' + z \sin \tau_3'. \end{array} \right\} \dots \dots (35)$$

Pour arriver aux formules de transformation que O. Staude *) déduit, appliquons les formules (3) en écrivant dans les équations (35):

$$\sin \varphi = \frac{\sin (\lambda \mu \sigma)}{\sin \lambda}, \quad \sin \varphi_1' = \frac{\sin (X Y' Z')}{\sin \lambda}, \quad \sin \varphi_2' = \frac{\sin (Y Y' Z')}{\sin \lambda} \dots \dots$$

Alors on obtient:

$$\begin{aligned} x' \sin (\lambda \mu \sigma) &= x \sin (X Y' Z') + y \sin (Y Y' Z') + z \sin (Z Y' Z'), \\ y' \sin (\lambda \mu \sigma) &= x \sin (X Z' X') + y \sin (Y Z' X') + z \sin (Z Z' X'), \\ z' \sin (\lambda \mu \sigma) &= x \sin (X X' Y') + y \sin (Y X' Y') + z \sin (Z X' Y'). \end{aligned}$$

3. En calculant les déterminants dans les formules (33), en ordonnant les membres des expressions suivant les valeurs x, y, z et en comparant les formules de transformation aux formules (35) qui désignent la même transformation, les coefficients des valeurs x, y, z sont égaux entre eux, de sorte qu'on obtiendra par cette comparaison les formules importantes suivant lesquelles les angles $\varphi_k', \psi_k', \tau_k'$ peuvent être calculés et au moyen desquelles les équations compliquées dans les problèmes suivants peuvent être simplifiées; ces formules sont:

$$\left. \begin{array}{l} \sin \varphi_1' = \frac{\alpha_1 (1 - \lambda^2) + \alpha_2 (\lambda \mu - \sigma) + \alpha_3 (\sigma \lambda - \mu)}{\sin (\lambda \mu \sigma) \sin \lambda}, \\ \sin \psi_1' = \frac{\alpha_1 (\lambda \mu - \sigma) + \alpha_2 (1 - \mu^2) + \alpha_3 (\mu \sigma - \lambda)}{\sin (\lambda \mu \sigma) \sin \mu}, \\ \sin \tau_1' = \frac{\alpha_1 (\sigma \lambda - \mu) + \alpha_2 (\mu \sigma - \lambda) + \alpha_3 (1 - \sigma^2)}{\sin (\lambda \mu \sigma) \sin \sigma}. \end{array} \right\} \dots \dots (36)$$

*) O. Staude, Analytische Geometrie des Punktes, der geraden Linie und der Ebene; Leipzig und Berlin 1905 p. 178.

Dans les formules précédentes on écrit λ, μ, σ pour $\cos \lambda, \cos \mu, \cos \sigma$. Les angles $\varphi_2', \psi_2', \tau_2'$ près de l'axe Y et $\varphi_3', \psi_3', \tau_3'$ près de l'axe Z se calculent au moyen des formules (36) en remplaçant la valeur α par β pour l'axe Y et par γ pour l'axe Z .

Ces formules sont d'un emploi plus facile que les formules (12).

4. Si p. ex. $\cos \lambda = \frac{1}{2}$, $\cos \mu = \frac{1}{3}$, $\cos \sigma = \frac{2}{3}$, et si l'on fait tourner le système de coordonnées autour de la normale au plan $P \equiv -x + 2y + z = 0$ d'un angle ν dans la direction positive, de sorte que $\cos \nu = \frac{3}{5}$, $\sin \nu = \frac{4}{5}$, on calcule d'abord les cosinus directeurs $\alpha_k, \beta_k, \gamma_k$ des demi-axes tournés X', Y', Z' à l'aide des formules (29) et (30).

Connaissant ceux-ci, on transforme l'équation du plan

$$U' \equiv 2x' - 3y' + 3z' = 0$$

en système fondamental de coordonnées suivant les formules (33).

§ 15. Réduire à une seule rotation résultante deux et plusieurs rotations d'angles différents autour d'axes divers qui se coupent à l'origine des coordonnées obliques $(\lambda \mu \sigma)$.

1. Soient

$$\left. \begin{aligned} \frac{\sin \alpha_1'}{\sin \varphi} &= a_1, & \frac{\sin \alpha_2'}{\sin \varphi} &= b_1, & \frac{\sin \alpha_3'}{\sin \varphi} &= c_1, \\ \frac{\sin \psi_1'}{\sin \psi} &= a_2, & \frac{\sin \psi_2'}{\sin \psi} &= b_2, & \frac{\sin \psi_3'}{\sin \psi} &= c_2, \\ \frac{\sin \tau_1'}{\sin \tau} &= a_3, & \frac{\sin \tau_2'}{\sin \tau} &= b_3, & \frac{\sin \tau_3'}{\sin \tau} &= c_3 \end{aligned} \right\} \dots \dots (37)$$

les coefficients de transformation pour passer des coordonnées tournées une fois aux coordonnées de la position fondamentale suivant les formules (35), soient

$$\begin{aligned} \frac{\sin \alpha_1''}{\sin \varphi} &= d_1, & \frac{\sin \alpha_2''}{\sin \varphi} &= e_1, & \frac{\sin \alpha_3''}{\sin \varphi} &= f_1, \\ \frac{\sin \psi_1''}{\sin \psi} &= d_2, & \frac{\sin \psi_2''}{\sin \psi} &= e_2, & \frac{\sin \psi_3''}{\sin \psi} &= f_2, \\ \frac{\sin \tau_1''}{\sin \tau} &= d_3, & \frac{\sin \tau_2''}{\sin \tau} &= e_3, & \frac{\sin \tau_3''}{\sin \tau} &= f_3 \end{aligned}$$

les coefficients de transformation pour passer des coordonnées tournées deux fois aux coordonnées après le premier tour suivant les mêmes formules (35), alors on calcule les coefficients de transformation

$$\begin{aligned} f_1 & d_1 & v_1 \\ f_2 & d_2 & v_2 \\ f_3 & d_3 & v_3 \end{aligned}$$

pour passer des coordonnées après le deuxième tour aux coordonnées de la position fondamentale à l'aide des formules suivantes:

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{f}_1 &= a_1 d_1 + a_2 e_1 + a_3 \mathfrak{f}_1, & v_1 &= b_1 d_1 + b_2 e_1 + b_3 \mathfrak{f}_1, & v_1 &= c_1 d_1 + c_2 e_1 + c_3 \mathfrak{f}_1, \\ \mathfrak{f}_2 &= a_1 d_2 + a_2 e_2 + a_3 \mathfrak{f}_2, & v_2 &= b_1 d_2 + b_2 e_2 + b_3 \mathfrak{f}_2, & v_2 &= c_1 d_2 + c_2 e_2 + c_3 \mathfrak{f}_2, \\ \mathfrak{f}_3 &= a_1 d_3 + a_2 e_3 + a_3 \mathfrak{f}_3, & v_3 &= b_1 d_3 + b_2 e_3 + b_3 \mathfrak{f}_3, & v_3 &= c_1 d_3 + c_2 e_3 + c_3 \mathfrak{f}_3. \end{aligned} \right\} (38)$$

2. Dans le cas de rotation multiple on combine successivement les deux derniers tours d'après les formules (38) en un tour résultant lequel se combine avec le tour précédent jusqu'à ce qu'on obtienne finalement de la sorte le tour résultant.

§ 16. Connaissant les coefficients de transformation a_n, b_n, c_n (formules 37) pour passer des coordonnées tournées aux coordonnées fondamentales, calculer les cosinus directeurs $\alpha_n, \beta_n, \gamma_n$ des axes tournés de coordonnées X', Y', Z' .

En réduisant les expressions (36) au moyen des formules (2), on obtiendra les équations:

$$\begin{aligned} \alpha_1 \sin \lambda - \alpha_2 \cos \vartheta \sin \mu - \alpha_3 \cos \eta \sin \sigma &= \sin \varphi_1' \sin (\lambda \mu \sigma), \\ -\alpha_1 \cos \vartheta \sin \lambda + \alpha_2 \sin \mu - \alpha_3 \cos \varepsilon \sin \sigma &= \sin \psi_1' \sin (\lambda \mu \sigma), \\ -\alpha_1 \cos \eta \sin \lambda - \alpha_2 \cos \varepsilon \sin \mu + \alpha_3 \sin \sigma &= \sin \tau_1' \sin (\lambda \mu \sigma). \end{aligned}$$

Il résulte de là

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 &= \frac{\begin{vmatrix} \sin \varphi_1' & -\cos \vartheta & -\cos \eta \\ \sin \psi_1' & 1 & -\cos \varepsilon \\ \sin \tau_1' & -\cos \varepsilon & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & -\cos \vartheta & -\cos \eta \\ -\cos \vartheta & 1 & -\cos \varepsilon \\ -\cos \eta & -\cos \varepsilon & 1 \end{vmatrix}}, \\ \alpha_2 &= \frac{\begin{vmatrix} 1 & \sin \varphi_1' & -\cos \eta \\ -\cos \vartheta & \sin \psi_1' & -\cos \varepsilon \\ -\cos \eta & \sin \tau_1' & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & -\cos \vartheta & -\cos \eta \\ -\cos \vartheta & 1 & -\cos \varepsilon \\ -\cos \eta & -\cos \varepsilon & 1 \end{vmatrix}}, \\ \alpha_3 &= \frac{\begin{vmatrix} 1 & -\cos \vartheta & \sin \varphi_1' \\ -\cos \vartheta & 1 & \sin \psi_1' \\ -\cos \eta & -\cos \varepsilon & \sin \tau_1' \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & -\cos \vartheta & -\cos \eta \\ -\cos \vartheta & 1 & -\cos \varepsilon \\ -\cos \eta & -\cos \varepsilon & 1 \end{vmatrix}}. \end{aligned} \right\} \dots (39)$$

Les cosinus directeurs $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ se calculent au moyen des mêmes formules (39), et on écrit dans les déterminants les valeurs $\varphi_2', \psi_2', \tau_2'$ pour $\varphi_1', \psi_1', \tau_1'$. D'une manière analogue on remplace $\varphi_1', \psi_1', \tau_1'$ par $\varphi_3', \psi_3', \tau_3'$ dans les formules (39) afin de calculer les cosinus directeurs $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$.

Le déterminant dans les dénominateurs (39) peut s'écrire aussi de cette façon:

$$1 - \cos^2 \varepsilon - \cos^2 \eta - \cos^2 \vartheta - 2 \cos \varepsilon \cos \eta \cos \vartheta \\ = -4 \cos \frac{\varepsilon + \eta + \vartheta}{2} \cos \frac{\varepsilon + \eta - \vartheta}{2} \cos \frac{\varepsilon - \eta + \vartheta}{2} \cos \frac{-\varepsilon + \eta + \vartheta}{2}. \quad (40)$$

§ 17. Si l'on connaît les cosinus directeurs $\alpha_n, \beta_n, \gamma_n$ que font les axes tournés des coordonnées dans le système $(\lambda \mu \sigma)$, calculer la position de l'axe de rotation et l'angle de rotation.

En résolvant les équations (29) et (30), on obtiendra l'angle de rotation ν d'après la formule suivante:

$$2 \cos \nu \sin^2 (\lambda \mu \sigma) = \alpha_1 (1 - \lambda^2) + \beta_2 (1 - \mu^2) + \gamma_3 (1 - \sigma^2) \\ + (\alpha_2 + \beta_1) (\lambda \mu - \sigma) + (\beta_3 + \gamma_2) (\mu \sigma - \lambda) \\ + (\gamma_1 + \alpha_3) (\sigma \lambda - \mu) - \sin^2 (\lambda \mu \sigma) \quad . \quad . \quad . \quad (41)$$

dans laquelle, pour abréger, on écrit λ, μ, σ au lieu de $\cos \lambda, \cos \mu, \cos \sigma$.

Les cosinus directeurs $\cos r_1, \cos r_2, \cos r_3$ de l'axe de rotation OP sont :

$$\left. \begin{aligned} \cos r_1 &= \pm \sqrt{\frac{(\gamma_1 + \alpha_3 - 2 \cos \mu \cos \nu) (\alpha_2 + \beta_1 - 2 \cos \sigma \cos \nu)}{2 (1 - \cos \nu) (\beta_3 + \gamma_2 - 2 \cos \lambda \cos \nu)}} \\ \cos r_2 &= \pm \sqrt{\frac{(\alpha_2 + \beta_1 - 2 \cos \sigma \cos \nu) (\beta_3 + \gamma_2 - 2 \cos \lambda \cos \nu)}{2 (1 - \cos \nu) (\gamma_1 + \alpha_3 - 2 \cos \mu \cos \nu)}} \\ \cos r_3 &= \pm \sqrt{\frac{(\beta_3 + \gamma_2 - 2 \cos \lambda \cos \nu) (\gamma_1 + \alpha_3 - 2 \cos \mu \cos \nu)}{2 (1 - \cos \nu) (\alpha_2 + \beta_1 - 2 \cos \sigma \cos \nu)}} \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

Des deux signes \pm on ne prend que celui qui correspond au signe du dénominateur des fractions (42).

Si l'on veut calculer les angles $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ que fait l'axe de rotation avec les plans des coordonnées, on soustrait les trois dernières équations (30) des équations précédentes analogues (30) d'où il résulte que:

$$\left. \begin{aligned} \sin \varphi_1 &= \frac{\beta_3 - \gamma_2}{2 \sin \lambda \sin \nu} \\ \sin \varphi_2 &= \frac{\gamma_1 - \alpha_3}{2 \sin \mu \sin \nu} \\ \sin \varphi_3 &= \frac{\alpha_2 - \beta_1}{2 \sin \sigma \sin \nu} \end{aligned} \right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (43)$$

En appliquant ces formules il faut tenir compte que $\sin \nu$ est négatif dans le cas d'une rotation négative.

C o n s é q u e n c e. Si l'angle de rotation $\nu = 180^\circ$, les formules (43) ne peuvent être appliquées, parce que d'après les formules (31)

$$\gamma_1 = \alpha_3, \alpha_2 = \beta_1, \beta_3 = \gamma_2 \dots \dots \dots (44)$$

C'est pourquoi on calcule dans ce cas-là au moyen des formules (42):

$$\left. \begin{aligned} \cos r_1 &= \pm \sqrt{\frac{(\alpha_2 + \cos \sigma)(\alpha_3 + \cos \mu)}{2(\beta_3 + \cos \lambda)}} \\ \cos r_2 &= \pm \sqrt{\frac{(\beta_3 + \cos \lambda)(\beta_1 + \cos \sigma)}{2(\gamma_1 + \cos \mu)}} \\ \cos r_3 &= \pm \sqrt{\frac{(\gamma_1 + \cos \mu)(\gamma_2 + \cos \lambda)}{2(\alpha_2 + \cos \sigma)}} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (45)$$

Des deux signes \pm on ne prend que celui qui correspond au signe du dénominateur des fractions (45).

Remarque. Les conséquences pour le système des coordonnées rectangulaires se trouvent au Bulletin international de l'Académie des Sciences de Bohême XI. 1906 pag. 4.

§ 18. Dans le système fondamental de coordonnées obliques $(\lambda \mu \sigma)$ on connaît l'équation normale $T \equiv h x + k y + l z - \delta = 0$, dans le système $(\lambda \mu \sigma)$ tourné de la position fondamentale d'un angle inconnu ν autour de la normale du plan connu $P \equiv a x + b y + c z - \delta'' = 0$ on connaît l'équation normale d'une face quelconque $U' \equiv d x' + e y' + f z' - \delta' = 0$; si l'on mesure l'angle ω que font les plans T et U' , calculer l'angle de rotation ν .

A l'aide des équations (29), (30) nous transformons l'équation U' au moyen des formules (33) en système primitif d'axes, nous déterminons $\cos \omega$ suivant la formule (19), nous simplifions toute l'équation au moyen des formules (4) et (19), nous obtiendrons enfin l'équation

$$\cos \omega = (1 - \cos \nu) \cos \Gamma \cos A + \cos \nu \cos \Theta + \frac{\sin \nu}{\sin (\lambda \mu \sigma)} \begin{vmatrix} h & k & l \\ d & e & f \\ a & b & c \end{vmatrix},$$

d'après laquelle on doit calculer ν .

Γ désigne l'angle des plans $T : P$, $A = U : P$, $\Theta = U : T$, où U désigne le plan de la même position dans le système fondamental de coordonnées ainsi que U' dans le système tourné. Ces angles Γ , A , Θ se calculent suivant (19).

Si nous notons, pour abréger,

$$Q = \cos \Gamma \cos A, \quad N = \cos \Gamma \cos A - \cos \Theta, \quad \Omega = \begin{vmatrix} h & k & l \\ d & e & f \\ a & b & c \end{vmatrix} : \sin (\lambda \mu \sigma),$$

l'équation précédente peut s'écrire:

$$\cos \omega = Q - N \cos \nu + \Omega \sin \nu.$$

Il résulte de là

$$\cos \nu = \frac{N (Q - \cos \omega) \pm \Omega \sqrt{N^2 + \Omega^2 - (Q - \cos \omega)^2}}{N^2 + \Omega^2} \quad \dots (46)$$

Le signe $+$ est valable pour la rotation positive, le signe $-$ pour la rotation négative sans tenir compte du signe de Ω , parce qu'il arrive avant la racine carrée par le calcul de $\sqrt{\Omega^2}$.

C o n s é q u e n c e 1. S'il arrive que le plan tourné U' dans le système tourné ait la même position que le plan T dans le système fondamental, alors

$$h = d, \quad k = e, \quad l = f, \quad A = \Gamma, \quad \Theta = \emptyset$$

de sorte que la formule (46) se simplifie ainsi:

$$\cos \nu = \frac{Q - \cos \omega}{N} = \frac{\cos^2 A - \cos \omega}{\cos^2 A - 1} \quad \dots (47)$$

ou

$$\sin \frac{\nu}{2} = \frac{\sin \frac{\omega}{2}}{\sin A} \quad \dots (48)$$

C o n s é q u e n c e 2. Si les plans T , U , P appartiennent à la même zone, ils remplissent les conditions de la tautozonalité $\Omega = \emptyset$, de sorte que la formule (46) prend la forme suivante:

$$\cos \nu = \frac{Q - \cos \omega}{N} = \frac{\cos \Gamma \cos A - \cos \omega}{\cos \Gamma \cos A - \cos \Theta} \quad \dots (49)$$

C o n s é q u e n c e 3. Si $\cos \omega = 1$, cela veut dire que le plan U après le tour doit coïncider avec le plan T de sorte que

$$N^2 + \Omega^2 = (Q - \cos \omega)^2,$$

ou si la racine carrée de la formule (46) est égale à zéro, on obtient:

$$\cos \nu = \frac{N}{Q - 1} = \frac{\cos \Gamma \cos A - \cos \Theta}{\cos \Gamma \cos A - 1} \quad \dots (50)$$

Conséquence 4. Si le plan U' est parallèle à l'arête perpendiculaire au plan $T = h x + k y + l z - \delta = 0$, on applique la formule (46), où dans ce cas-là $\omega = 0$, d'où il suit que

$$\cos \nu = \frac{N Q \pm \Omega \sqrt{N^2 + \Omega^2 - Q^2}}{N^2 + \Omega^2} (51)$$

Cas particulier de la conséquence 3.

Des conditions connues

$$\cos \lambda = \frac{1}{2}, \quad \cos \mu = \frac{1}{3}, \quad \cos \sigma = \frac{2}{3},$$

$$P \equiv -\frac{5x}{\sqrt{69 \cdot 5}} + \frac{10y}{\sqrt{69 \cdot 5}} + \frac{5z}{\sqrt{69 \cdot 5}} = 0,$$

$$U' \equiv \frac{10x'}{18\sqrt{5}} - \frac{15y'}{18\sqrt{5}} + \frac{15z'}{18\sqrt{5}} = 0,$$

$$T \equiv \frac{x(214 - 96\sqrt{23})}{69 \cdot 6\sqrt{5}} + \frac{y(-359 - 84\sqrt{23})}{69 \cdot 6\sqrt{5}} + \frac{z(131 - 36\sqrt{23})}{69 \cdot 6\sqrt{5}} = 0,$$

$$\cos \omega = \cos (U':T) = 1$$

on calcule suivant la formule (50)

$$\cos \nu = \frac{3}{5}.$$

§ 19. Dans le système de coordonnées obliques $(\lambda \mu \sigma)$ un plan inconnu M forme avec les plans connus N_1, N_2, N_3 les angles ψ_1, ψ_2, ψ_3 , calculer l'équation du plan M .

Les équations normales des plans étant connues

$$\begin{aligned} N_1 &\equiv h_1 x + k_1 y + l_1 z = 0, \\ N_2 &\equiv h_2 x + k_2 y + l_2 z = 0, \\ N_3 &\equiv h_3 x + k_3 y + l_3 z = 0 \end{aligned}$$

et en exprimant l'équation normale inconnue du plan M par la formule

$$M \equiv a x + b y + c z = 0,$$

on trouve les valeurs inconnues a, b, c en résolvant les trois équations formées suivant la formule (19). Il en résulte que:

$$\left. \begin{aligned} a &= \frac{\begin{vmatrix} \cos \psi_1 h_1 k_1 l_1 \\ \cos \psi_2 h_2 k_2 l_2 \\ \cos \psi_3 h_3 k_3 l_3 \\ \emptyset & 1 & \sigma & \mu \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} h_1 k_1 l_1 \\ h_2 k_2 l_2 \\ h_3 k_3 l_3 \end{vmatrix}}, & b &= \frac{\begin{vmatrix} \cos \psi_1 h_1 k_1 l_1 \\ \cos \psi_2 h_2 k_2 l_2 \\ \cos \psi_3 h_3 k_3 l_3 \\ \emptyset & \sigma & 1 & \lambda \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} h_1 k_1 l_1 \\ h_2 k_2 l_2 \\ h_3 k_3 l_3 \end{vmatrix}}, \\ c &= \frac{\begin{vmatrix} \cos \psi_1 h_1 k_1 l_1 \\ \cos \psi_2 h_2 k_2 l_2 \\ \cos \psi_3 h_3 k_3 l_3 \\ \emptyset & \mu & \lambda & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} h_1 k_1 l_1 \\ h_2 k_2 l_2 \\ h_3 k_3 l_3 \end{vmatrix}}, \end{aligned} \right\} \quad (52)$$

où l'on écrit, pour abréger, λ, μ, σ pour $\cos \lambda, \cos \mu, \cos \sigma$.

§ 20. Trois plans connus M_1, M_2, M_3 d'un cristal tourné dans le système fondamental de coordonnées $(\lambda \mu \sigma)$ étant représentés de la manière déjà exposée, trouver l'axe de rotation P et l'angle de rotation ν .

Soient

$$\left. \begin{aligned} M_1 &\equiv d_1 x' + e_1 y' + f_1 z' = \emptyset, \\ M_2 &\equiv d_2 x' + e_2 y' + f_2 z' = \emptyset, \\ M_3 &\equiv d_3 x' + e_3 y' + f_3 z' = \emptyset \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots \text{I}$$

les équations normales dans le système tourné d'axes, soient

$$\left. \begin{aligned} M_1 &\equiv a_1 x + b_1 y + c_1 z = \emptyset, \\ M_2 &\equiv a_2 x + b_2 y + c_2 z = \emptyset, \\ M_3 &\equiv a_3 x + b_3 y + c_3 z = \emptyset \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots \text{II}$$

les équations normales de ces mêmes plans dans le système fondamental; on détermine les cosinus directeurs $\alpha_k, \beta_k, \gamma_k$ des axes tournés des coordonnées en substituant les formules de transformation (33) à x', y', z' dans les équations précédentes I.

En ordonnant ces équations nouvelles par rapport aux valeurs x, y, z et en comparant les coefficients des valeurs x, y, z aux coefficients a_k, b_k, c_k dans les équations II on obtiendra un système d'équations d'où il résulte que:

$$\left. \begin{aligned}
 \alpha_1 &= \frac{\begin{vmatrix} a_1 d_1 e_1 f_1 \\ a_2 d_2 e_2 f_2 \\ a_3 d_3 e_3 f_3 \\ \emptyset \quad 1 \quad \sigma \quad \mu \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} d_1 e_1 f_1 \\ d_2 e_2 f_2 \\ d_3 e_3 f_3 \end{vmatrix}}, & \alpha_2 &= \frac{\begin{vmatrix} a_1 d_1 e_1 f_1 \\ a_2 d_2 e_2 f_2 \\ a_3 d_3 e_3 f_3 \\ \emptyset \quad \sigma \quad 1 \quad \lambda \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} d_1 e_1 f_1 \\ d_2 e_2 f_2 \\ d_3 e_3 f_3 \end{vmatrix}}, \\
 & & \alpha_3 &= \frac{\begin{vmatrix} a_1 d_1 e_1 f_1 \\ a_2 d_2 e_2 f_2 \\ a_3 d_3 e_3 f_3 \\ \emptyset \quad \mu \quad \lambda \quad 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} d_1 e_1 f_1 \\ d_2 e_2 f_2 \\ d_3 e_3 f_3 \end{vmatrix}},
 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (53)$$

où l'on écrit λ, μ, σ pour $\cos \lambda, \cos \mu, \cos \sigma$.

Pour trouver les cosinus directeurs $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ on applique les mêmes formules (53) où l'on écrit b au lieu de a . En calculant $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$, on écrit c pour a dans les formules (53).

Au moyen des cosinus directeurs connus $\alpha_n, \beta_n, \gamma_n$ on trouve l'axe de rotation et l'angle de rotation suivant le § 17.

§ 21. 1. Si l'axe de rotation est situé dans le plan de symétrie, le plan de macle partage l'angle ν engendré par le plan de symétrie tournant en deux parties égales.

Si nous supposons que R_1 soit l'équation normale du plan de symétrie indiqué plus haut dans le système primitif d'axes et que R_2 soit l'équation normale de ce plan de symétrie après la rotation, on trouve l'équation du plan de macle S suivant la formule (22)

$$S \equiv R_1 + R_2 \dots \dots \dots (54)$$

A côté de ce plan de macle il y a un autre plan de macle équivalent S' que l'on tire de la formule (21):

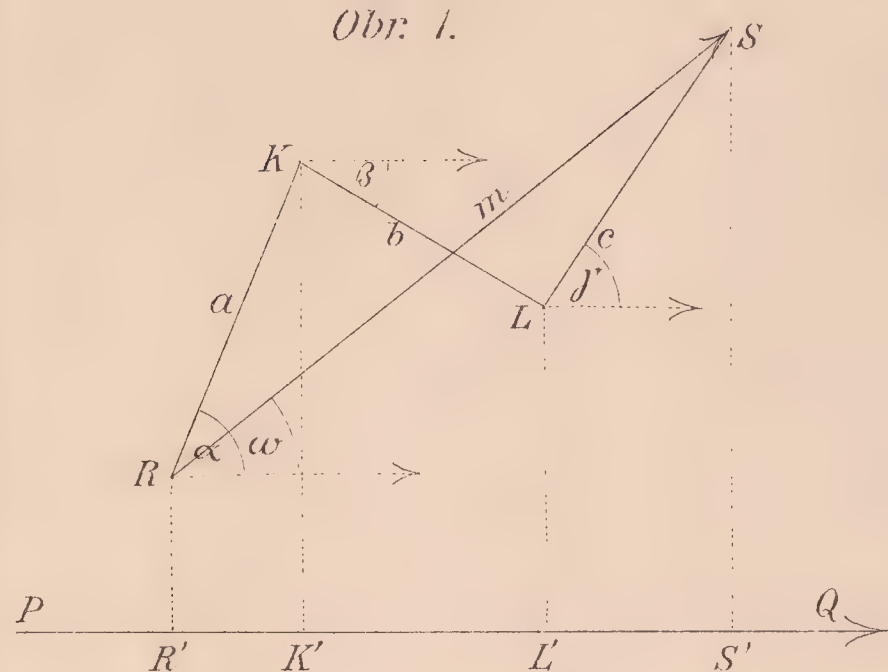
$$S' \equiv R_1 - R_2 \dots \dots \dots (55)$$

et qui est perpendiculaire au plan S .

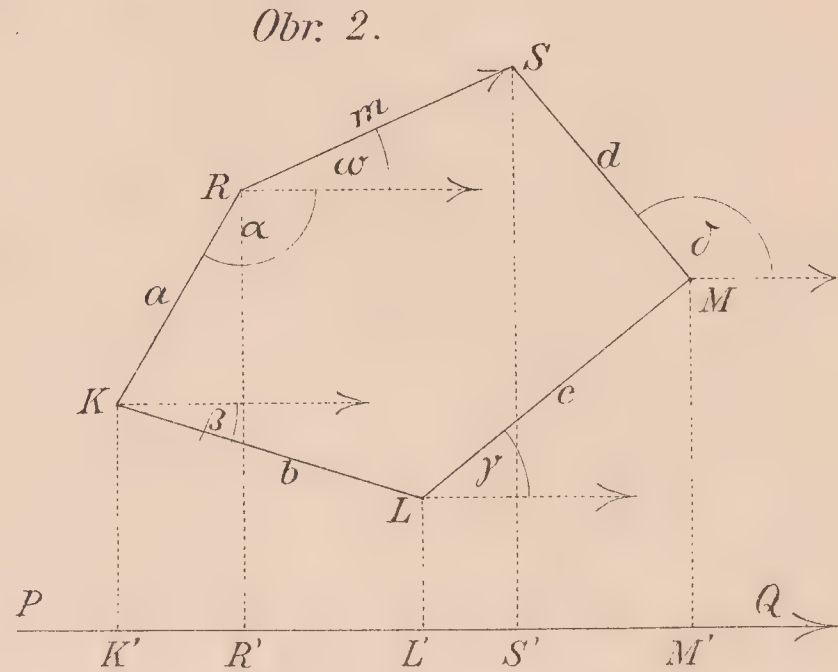
2. a) Si l'angle de rotation autour d'un axe quelconque est égal à 180° , dans le cas de cristaux symétriques aux faces parallèles, le plan de macle est perpendiculaire à l'axe de la macle dont les cosinus directeurs sont déterminés par les formules (45).

b) Dans le cas de cristaux symétriques aux faces inclinées le plan de la macle n'est pas perpendiculaire à l'axe hémitrope de la macle et il faut le calculer comme le plan qui partage en deux parties égales l'arête de la macle entre deux plans symétriques.

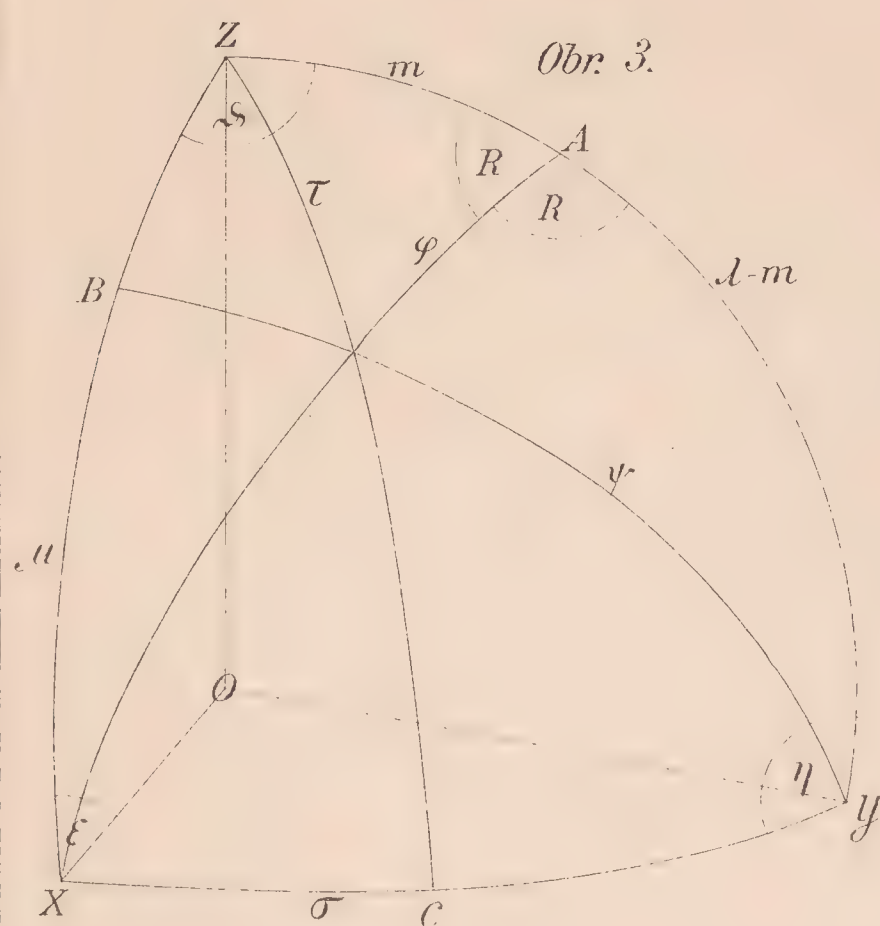
Obr. 1.



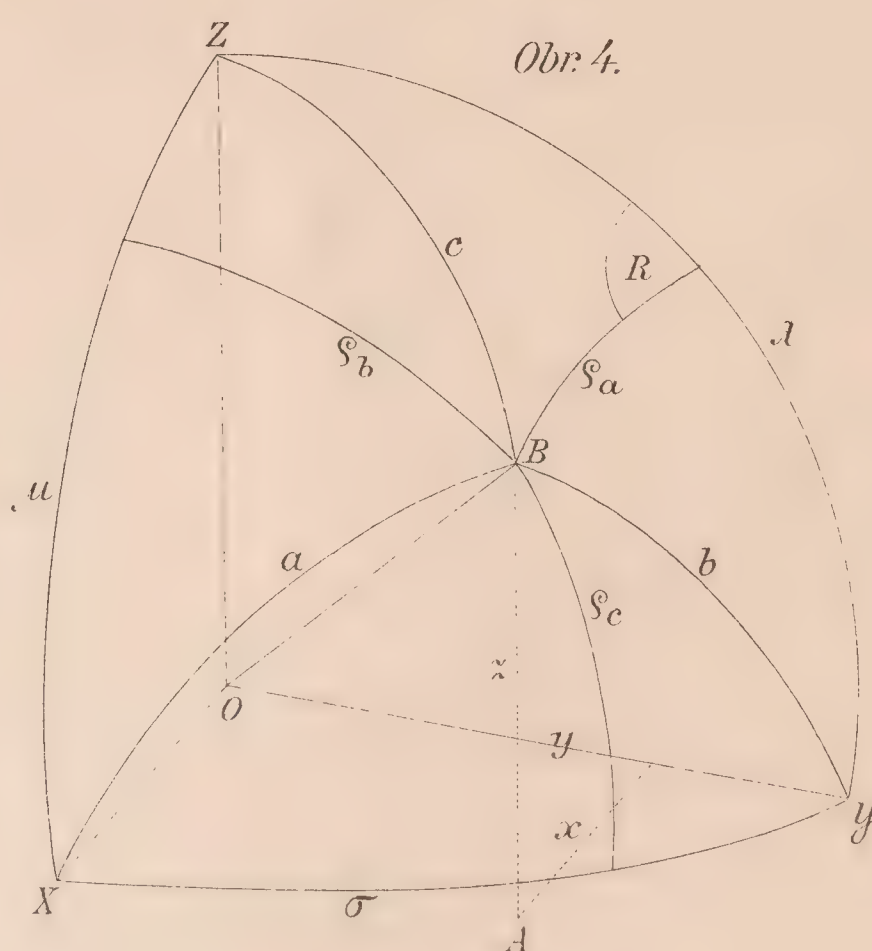
Obr. 2.



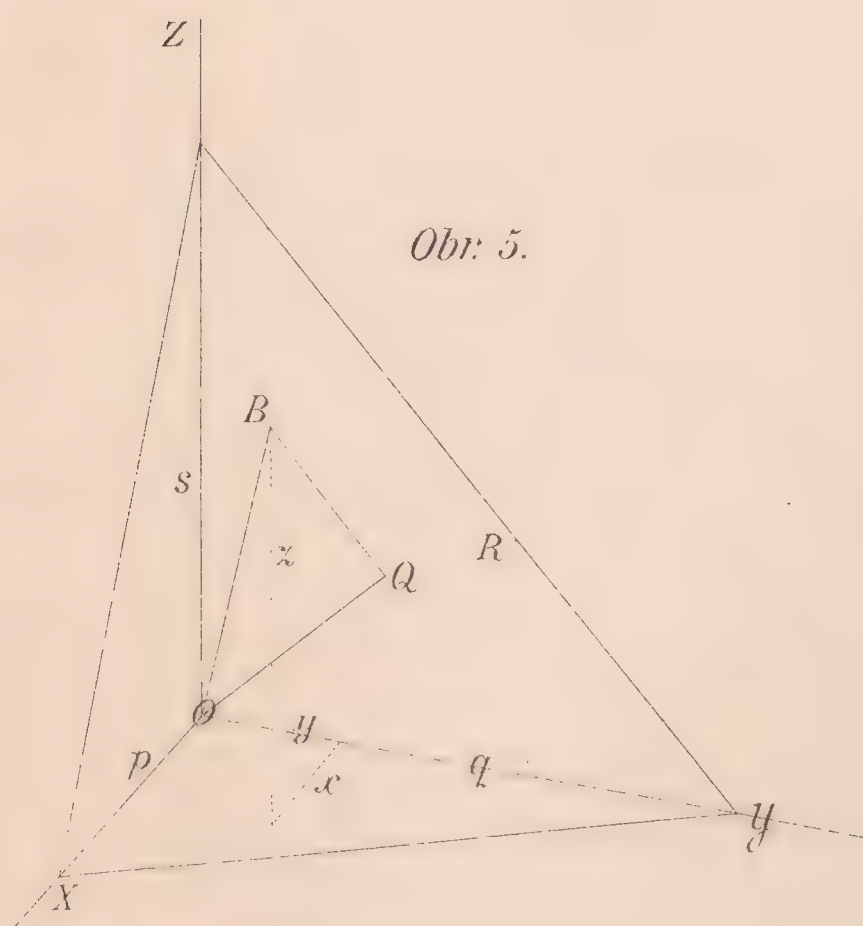
Obr. 3.



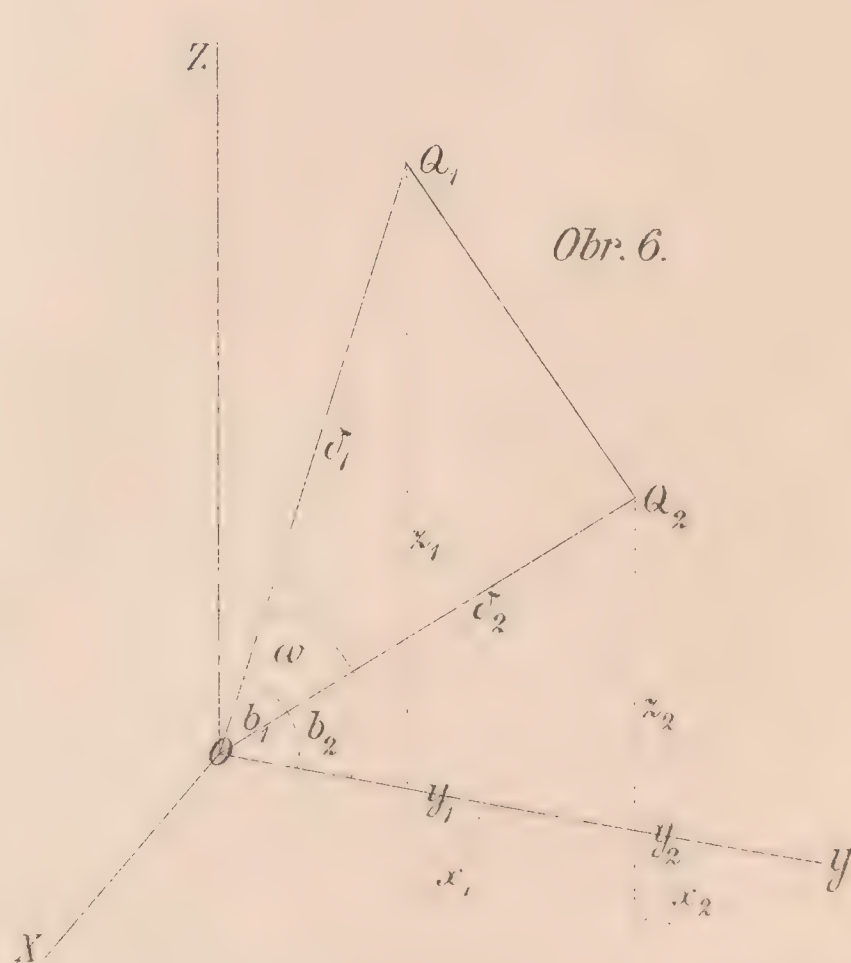
Obr. 4.



Obr. 5.

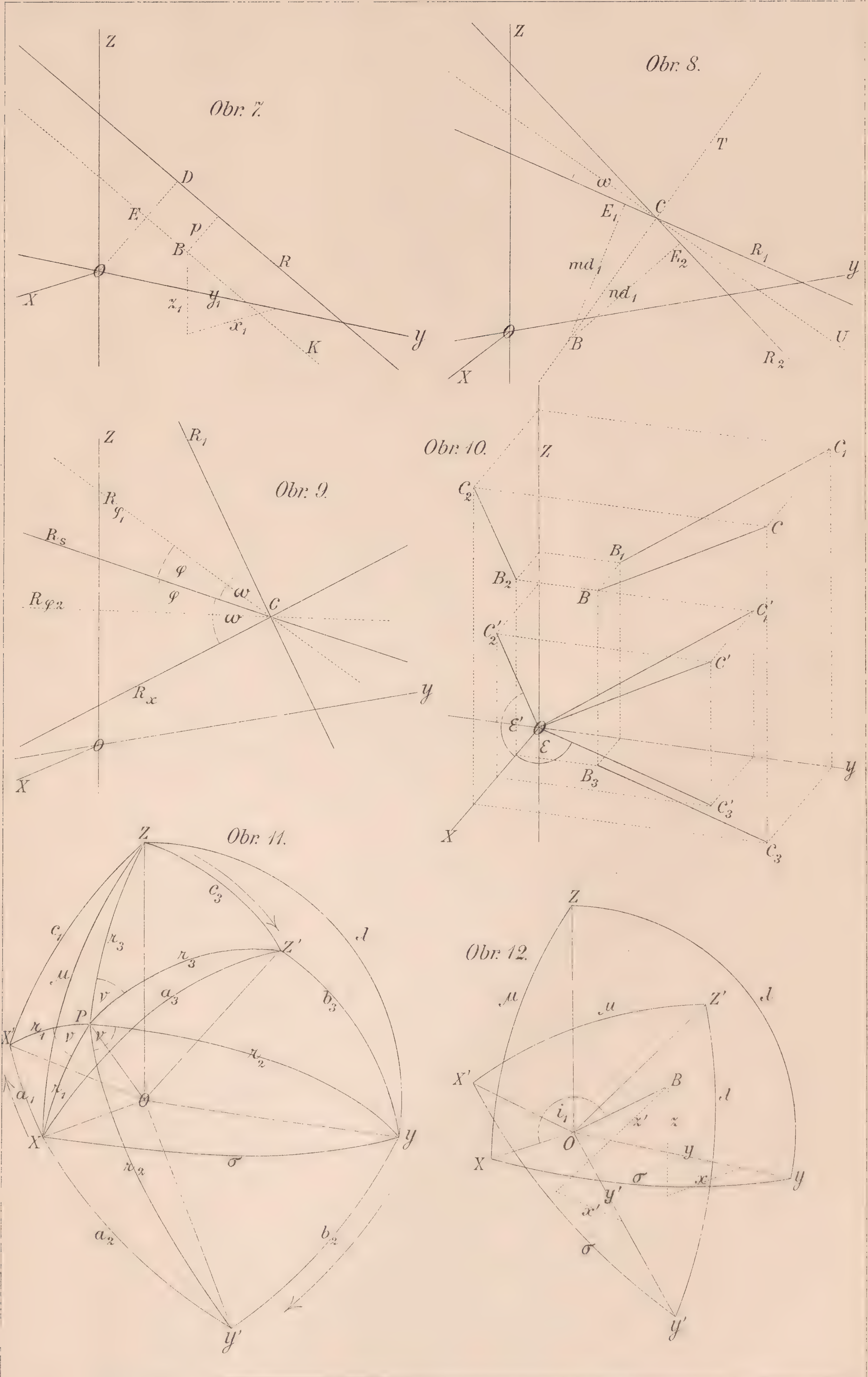


Obr. 6.



Smolař del.

Lith. Farský Praque.



Smolař del.

Beiträge zur Morphologie des böhmischen Antimonites.

(Résumé des böhmischen Textes.)

Von

Zdeněk Jaroš in Prag.

(Mit 3 Textfiguren.)

Vorgelegt am 31. Mai 1907.

Von den ziemlich zahlreichen böhmischen Vorkommen des Antimonglanzes sind bisher keine kristallographischen Daten mitgeteilt worden. Durch die Freundlichkeit des Herrn Hofrates K. V r b a wurden mir aus den Sammlungen des mineralogischen Institutes der k. k. böhmischen Universität und des Museums d. K. B. böhmische Kristalle von Antimonglanz zur Untersuchung überwiesen, weitere erhielt ich vom Herrn Bergdirektor i. R. M i c h á l e k in Rakonic.

Im Folgenden ist das von E. S. D a n a ¹⁾ an japanischen Kristallen ermittelte Axenverhältnis adoptiert worden.

$$a : b : c = 0.99257 : 1 : 1.01788$$

berechnet aus den Winkeln:

$$(353) : (\bar{3}53) = 99^{\circ} 39'$$

$$(353) : (\bar{3}53) = 55^{\circ} 1'$$

In der Buchstabenbezeichnung bin ich der Hauptsache nach J. K r e n n e r ²⁾ gefolgt.

Die gemessenen Kristalle entstammen zwei Fundorten, Milešov und Příbram.

Antimonit von Milešov.

In der Selčaner Gegend durchsetzen Antimonitgänge teils die porphyrtartige Randfacies des mittelböhmischen Granitmassivs, teils die

¹⁾ Americ. Journ. of Sc. 1883 (26), 219; Zeitschr. für Kryst. 9, 29.

²⁾ Sitzb. d. k. Akad. Wien 1865 (51), 451.

dieselbe durchdringenden Gänge von Kersantit (H e l m h a c k e r's „Biotitdiabas“). Die Hauptgangart ist Quarz, der derbe Antimonglanz ist jünger und mit gediegenem Antimon und Kalcit vergesellschaftet; als Oxydationsprodukte des Antimonites treten hier Stiblith und selten Pyrostibit und Valentinit auf.³⁾ Der Mittelpunkt des Bergbaues, der seit der Mitte des vorigen Jahrhunderts mit einigen Unterbrechungen betrieben wird, war zur ergiebigsten Zeit der bergmännischen Tätigkeit das Dorf *Milešov*, weshalb auch dieses gewöhnlich als Fundort der Antimonminerale der Selčaner Gegend angeführt wird.

Herr Privatdozent F. S l a v í k erhielt und übergab mir zur Untersuchung zwei Milešover Antimonitkristalle vom Herrn Prof. A d. H o f m a n n in Příbram.

Die Ausbildung der Kristalle entspricht der Fig. 1. Die am Milešover Antimonit konstatierten Flächen sind:

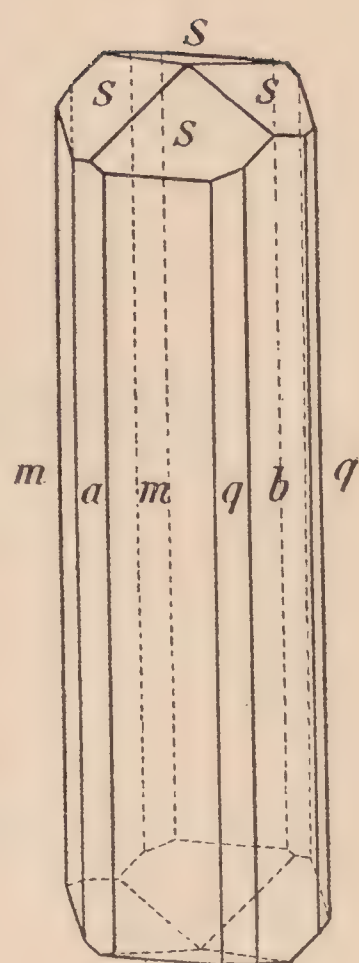


Fig. 1.]

$$b (010) \propto P \infty . a (100) \propto P \infty . m (110) \propto P . q (130) \propto P \frac{1}{3} . s (113) \frac{1}{3} P .$$

Das Grundprisma und Brachypinakoid sind annähernd im Gleichgewicht entwickelt, *a* und *q* sind mehr untergeordnet, *s* ist die einzige terminierende Form, ähnlich wie an einigen Kristallen von Felsöbánya (K r e n n e r) oder an denjenigen von Saint-Mary-le Plain im Dep. Cantal (L a c r o i x)⁴⁾.

Die Reflexe der vertikalen Flächen waren ziemlich gut, diejenigen der Pyramide *s* von minder guter Beschaffenheit.

Die Messungsdaten sind:

	Gemessen:	Berechnet:	Kantenzahl:
<i>a</i> (100) : <i>m</i> (110)	44° 43'	44° 47' 11''	2
<i>b</i> (010) : <i>m</i> (110)	45 15	45 12 49	3
: <i>q</i> (130)	19 22	18 33 50	2
: <i>s</i> (113)	71 52	72 3 46	2
<i>m</i> (110) : <i>m'</i> ($\bar{1}\bar{1}0$)	89 55	89 34 22	1
: <i>q</i> (130)	26 22	26 39 1	1
<i>s</i> (113) : <i>s'</i> ($\bar{1}\bar{1}3$)	35 40	35 35 57	3
: <i>s''</i> ($\bar{1}\bar{1}\bar{3}$)	51 41	51 26 2	2
: <i>s'''</i> ($\bar{1}\bar{1}3$)	35 59	35 52 29	3

³⁾ R. H e l m h a c k e r, Berg- u. hüttenm. Jahrb. der k. k. Bergakademien Leoben u. Příbram, 1874, 341; A. I r m l e r, Verh. d. k. k. geolog. Reichsanst. 1893; A. H o f m a n n, Zeitschr. für prakt. Geol. 1901, 94—97; V. v. Z e p h a r o v i c h, Min. Lexicon I. II. III.

⁴⁾ Vergl. H i n t z e, Mineralogie I. 381, 385, Fig. 116.

Antimonit von Příbram.

Auf Příbramer Erzgängen bricht nicht selten Antimonglanz in ziemlich grosser Menge ein und gehört nach den Untersuchungen von A. E. R e u s s und F. B a b á n e k ähnlich wie der Stephanit zwei Alters-

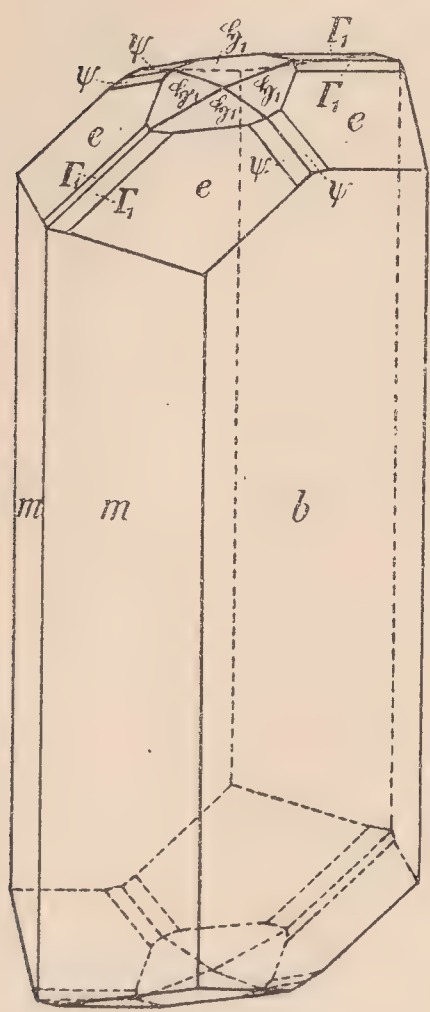


Fig. 2.

perioden an: a) der ältere Antimonit folgt mit anderen akzessorischen sulfidischen Erzen (Chalkopyrit, Nickelin, Arsenopyrit, Bournonit, Diaphorit u. s. w.) dem Siderit und ist älter als der jüngere Sphalerit und als aller Baryt, Kalkspat und Pyrit; b) der jüngere Antimonit ist gleichzeitig mit Pyrit II., dem jüngeren Stephanit, den Rotgiltigerzen u. a. und jünger als der in $\frac{1}{2} R$ auskristallisierte Kalzit III.

Im Bohutíner Grubenrevier im SW des Příbramer Ganggebietes tritt der Antimonglanz massenhaft auf und wird beim Eintritt der Gänge in den dortigen Quarzdiorit zum vorwaltenden Erz.⁵⁾ Von dort stammen auch die untersuchten Kristalle.

Es wurden siebzehn Příbramer Antimonitkristalle gemessen: sie sind insgesamt von langsäulenförmigem bis nadelförmigem Habitus, $\frac{1}{2}$ — $1\frac{1}{2}$ cm lang. Die beträchtliche Entwicklung des Brachypinakoids gegenüber den anderen Flächen der Vertikalzone macht viele Kristalle fast langtafelförmig („linealförmig“).

Man kann an Příbramer Antimoniten zwei Kombinationstypen unterscheiden:

I. Senkrecht zur Makrodiagonale verflächte Kristalle mit vorwaltender Pyramide e (123) in der Endigung.

II. Brachypinakoid im Gleichgewichte mit dem Grundprisma: daneben treten noch Makro- und Brachyprismen auf, die Terminalform ist eine einzige niedrige Brachypyramide, ψ (146) oder eine zu ihr vicinale.

Typus I.

Die Kristalle dieses Typus sind bis $3\frac{1}{2}$ cm lang, zum Teile gebogen, auf Quarz und derbem Antimonglanz sitzend: selten noch mit jüngerm kristallisierten Kalzit ($-\frac{1}{2} R$) teilweise bedeckt; das Nebengestein des Ganges ist ein zersetzter Quarzdiorit.

⁵⁾ A. E. R e u s s, Sitzb. d. k. Akad. Wien 1856 (32), 145, 156—7; ebenda 1863 (47), 27, 46, 47; F. B a b á n e k, Tscherm. Min. Mitt. 1872, 27—39; Ad. H o f m a n n, Stzb. k. böhm. Ges. d. Wiss. 1897 Nro. 49; D e r s e l b e, Guide des excursions du IX. Congrès géologique international 1903.

Im ganzen wurden sechs Kristalle gemessen.

Die konstatirten Flächen sind:

in der Vertikalzone

$$b (010) \propto P \infty. \quad m (110) \propto P ;$$

in der pyramidalen Endigung

$$e (123) \frac{2}{3} P\check{2} . \psi (146) \frac{2}{3} P\check{4} * \Gamma_1 (236) \frac{1}{2} P\check{\frac{3}{2}} * \mathfrak{S}_1 (1.2.12) \frac{1}{6} P\check{2} * \mathfrak{x}_1 (15.20.12) \frac{5}{3} P\check{\frac{4}{3}}.$$

Die Vertikalzone ist stark gerieft, manchmal sind die Kristalle auch gebogen. Ausser e treten die anderen Pyramiden nur als schmale Zuschärfungen der Polkanten (Γ_1 und ψ) und als eine sehr niedrige, die Basis vertretende Zuspitzung der oberen Ecke (\mathfrak{S}_1) auf. (Vergl. Fig. 2.) Die Pyramide \mathfrak{x}_1 ist nur an einem Kristalle in einer ziemlich grossen Fläche mit gutem Signal gefunden worden. Die Flächen Γ_1 , \mathfrak{x}_1 und \mathfrak{S}_1 sind für den Antimonit neu.

Die Messungen ergaben:

		Gemessen:	Berechnet:	Kantenzahl:
$b (010) : m$	(110)	$45^\circ 42\frac{1}{2}'$	$45^\circ 12' 49''$	2
	$: e$	$57 \quad 28$	$57 \quad 18 \quad 37$	3
$m (110) : m'$	$(\bar{1}\bar{1}0)$	$89^\circ 51$	$89 \quad 34 \quad 22$	1
$e (123) : e'$	$(\bar{1}\bar{2}\bar{3})$	$65 \quad 26\frac{1}{2}$	$65 \quad 24 \quad 34$	7
	$: e''$	$74 \quad 28\frac{1}{2}$	$74 \quad 27 \quad 24$	6
	$: e'''$	$31 \quad 29$	$31 \quad 35 \quad 16$	4
	$: \psi''$	$71 \quad 34\frac{1}{2}$	$71 \quad 41 \quad 6$	1
	$: \Gamma_1'''$	$33 \quad 14$	$33 \quad 18 \quad 30$	1
$\psi (146) : \psi'$	$(\bar{1}\bar{4}\bar{6})$	$67^\circ 37\frac{1}{2}'$	$67^\circ 33' 22''$	2
	$: \psi'''$	$16 \quad 9\frac{1}{2}$	$16 \quad 6 \quad —$	4
$\Gamma_1 (236) : e$	$(\bar{1}\bar{2}\bar{3})$	$6 \quad 52\frac{1}{2}$	$6 \quad 58 \quad 31$	9
	$: \Gamma_1'$	$51 \quad 27$	$51 \quad 25 \quad 44$	6
	$: \Gamma_1''$	$63 \quad 4\frac{1}{2}$	$63 \quad 1 \quad 24$	1
$\mathfrak{S}_1 (1.2.12) : e$	$(\bar{1}\bar{2}\bar{3})$	$26 \quad 26$	$26 \quad 28 \quad 22$	8
	$: \mathfrak{S}_1''$	$21 \quad 40$	$21 \quad 30 \quad 40$	4
$\mathfrak{x}_1 (15.20.12) : e$	$(\bar{1}\bar{2}\bar{3})$	$28 \quad 37$	$28 \quad 39 \quad 50$	1
	$: e'$	$84 \quad 26$	$84 \quad 25 \quad 46$	1

Typus II.

Die Kristalle des zweiten Typus sind dünn-nadelförmig, höchstens circa 1 cm lang, von annähernd isometrischem Querschnitt.

Die terminierende Pyramide ist nicht an allen Kristallen identisch:

a) Drei Kristalle ergaben bei der Messung das Symbol $\psi (146)$:

	Gemessen:	Berechnet:	Kantenzahl:
ψ (146) : b (010)	56° 17'	56° 13' 18''	3
: ψ' ($\overline{146}$)	67 38	67 33 22	6
: ψ'' ($\overline{146}$)	70 51½	69 58 2	1
: ψ''' ($\overline{146}$)	16 10	16 6 0	6

In der Vertikalzone wurde gemessen:

m (110) : b (010)	45° 91½'	45° 12' 49''	4
: m' ($\overline{110}$)	89 28	89 34 22	2

Die auch an den Kristallen des I. Typus nie fehlende, wenn auch nur untergeordnete Pyramide ψ ist eine am Antimonit ziemlich häufige Form. Als dominierende bis allein auftretende Terminalgestalt tritt sie auch an den von K. V r b a ⁶⁾ beschriebenen Kristallen von Allchar in Makedonien auf.

b) An anderen Kristallen ist die terminierende Pyramide niedriger und nach der Brachydiagonale mehr in die Länge gezogen als ψ . Die besten Kristalle, von denen zwei sehr gut reflektierende Flächen aufwiesen, ergaben das komplizierte Symbol

$$\psi_1 (4.17.27) \frac{17}{27} P \frac{17}{4}:$$

	Gemessen:	Berechnet:	Kantenzahl:
$\psi_1 (4.17.27) : \psi_1' (\overline{4.17.27})$	64° 44'	64° 43' 6''	4
: $\psi_1'' (\overline{4.17.27})$	66 41	66 44 30	4
: $\psi_1''' (\overline{4.17.27})$	14 25	14 34 42	3

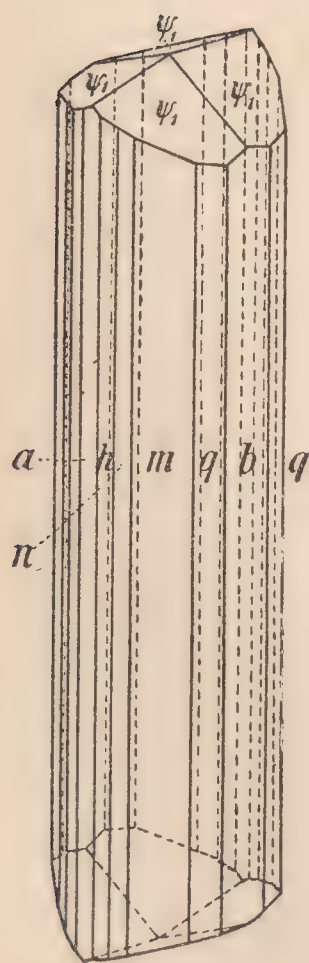


Fig. 3.

Die übrigen waren von minder guter Beschaffenheit und ergaben stark schwankende Winkeldaten, so dass sich ihr Symbol nicht mit Sicherheit bestimmen lässt.

Diese Kristalle (vergl. Fig. 3) zeigen eine reichere Entwicklung der Vertikalzone: ausser den auch am I. Typus konstatierten Formen b , m , a , q fand ich fast an allen Individuen die auch an anderen Vorkommen nicht seltenen Makroprismen h (310) und n (210), ferner an einem Kristalle x (250), das bisher von Ishinokawa (D a n a) und von Wolfsberg am Harz (K o o r t) bekannt war.

Andere Flächen der Vertikalzone ergaben wegen ihrer schlechten Beschaffenheit — es waren meist schmale Kantenabstumpfung — keine brauchbaren Messungsdaten; nur sei erwähnt, dass an einigen Individuen n (210) durch ein vicinales, in ziemlich breiten Flächen

⁶⁾ Stzb. kön. böhm. Ges. d. Wiss. 1894 Nro. 8.

entwickeltes Prisma vertreten ist, dessen Verhältnis $h : k < 2 : 1$ ist; der Winkel desselben zu b schwankt zwischen $60^\circ 44'$ — $62^\circ 50'$. Die Messungsdaten in der Vertikalzone sind:

			Gemessen:	Berechnet:	Kantenzahl:
a	$(100) : b$	(010)	$90^0 \quad 3'$	$90^0 \quad 0' \quad 0''$	3
	$: m$	(110)	44 41	$44^0 \quad 47 \quad 11$	4
b	$(010) : m$	(110)	45 18	45 12 49	12
	$: q$	(130)	18 29	18 33 50	7
	$: x$	(250)	21 $49\frac{1}{2}$	21 57 0	2
	$: n$	(210)	63 39	63 36 30	3*)
	$: h$	(310)	71 $49\frac{1}{2}$	71 41 30	5
m	$(110) : m'$	$(\overline{110})$	89 41	89 34 22	6
	$: m'''$	$(\overline{110})$	90 32	90 25 38	4
	$: q$	(130)	26 $34\frac{1}{2}$	26 39 0	7
x	$(250) : q$	(130)	3 27	3 23 10	2
	$: m$	(110)	23 $19\frac{1}{2}$	23 15 49	1
	$: x'''$	$(\overline{250})$	43 49	43 57 0	1
n	$(210) : n'$	$(\overline{210})$	52 40	52 47 0	2*)
	$: m$	(110)	18 32	18 23 30	2*)
h	$(310) : m$	(110)	26 24	26 28 41	2
	$: h'$	$(\overline{310})$	36 42	36 37 0	1

* * *

Im ganzen wurden am Milešover Antimonit 5, am Příbramer 13 Formen nachgewiesen, von welch letzteren vier für den Antimonit neu sind, nämlich T_1 (236), \mathfrak{S}_1 (1 . 2 . 12), \mathfrak{x}_1 (15 . 20 . 12) und ψ_1 (4 . 17 . 27).

Die vorliegende Arbeit wurde im mineralogischen Institut der böhmischen Universität ausgeführt, dessen Direktor, dem Herrn Hofrat K. V r b a, ich mir gestatte meinen innigsten Dank auszusprechen, desgleichen dem H. Privatdozenten F. S l a v í k für die Unterstützung bei der Arbeit.

*) An Kristallen, wo n nicht durch die erwähnte Vicinalfläche vertreten ist.

Über Salmiakkristalle vom Vesuv a. d. J. 1906.

(Résumé des böhmischen Textes.)

Von

Dr. **F. Slavík** in Prag.

(Mit 5 Textfiguren.)

Vorgelegt am 31. Mai 1907.

Bei der vorjährigen Vesuveruption haben die Fumarolen viel Salmiak abgesetzt, über dessen Vorkommen und Ursprung im letzten Jahre wiederholt berichtet worden ist.¹⁾ Indem ich diesbezüglich auf die zitierte Literatur hinweise, will ich hier nur eine kurze morphologische Mitteilung über den vorjährigen Salmiak machen. Die Untersuchungen sind an Exemplaren durchgeführt worden, die Herr V. K o s i n a, Hotelier auf Capri, dem Museum des Königreichs Böhmen geschenkt hatte und die mir durch die Freundlichkeit des Herrn Hofrates K. V r b a zur Bearbeitung überwiesen worden sind.

Das Ammoniumchlorid, sowie auch Bromid, besitzt eine grosse Neigung zu unregelmässigen Wachstumserscheinungen, so dass seine regulären Kombinationen zu Gestalten von trigonaler, tetragonaler oder rhombischer Symmetrie werden. Solche wurden an natürlichem Salmiak z. B. von A. W e i s b a c h ²⁾ und A. S c a c c h i ³⁾, an künstlichen u. a. von C. F. N a u m a n n ⁴⁾, A. W e i s b a c h, ²⁾ E. H. K r a u s ⁵⁾ und mir ⁶⁾ beschrieben und abgebildet.

¹⁾ A l. L a c r o i x, Comptes rendus 142, 1249—1252 und 143, 727—730; P. D. Q u e n s e l, Centralbl. für Min. 1906, 497—505; J. S t o k l a s a, Chemiker-Ztg. 1906, 740—742, Ber. d. deutsch. chem. Ges. 39, 3530—37 und Centralbl. für Min. 1907, 161—166; T h. W e g n e r, Cbl. f. Min. 1906, 506—518, 529—544; F. Z a m b o n i n i, Atti dell'Accademia Napoli XIII. 8 (1906) u. a.

²⁾ Über die Monstrositäten tesseral krystallisierender Mineralien, Freiberg 1858.

³⁾ a) Atti dell'Accademia Napoli 1873 (vol. VI., 9); b) Atti del R. Istituto d'Incoraggiamento, Nap. 1889; c) Neues Jahrb. für Min. 1888, II. 123—141 u. a.

⁴⁾ Journ. für prakt. Chemie 1850 (50), 11.

⁵⁾ Zeitschr. für Kryst. 33, 160—161.

⁶⁾ Ebenda 36, 268—270, 1902.

Die untersuchten Kristalle sind klein, höchstens etwa 3 *mm* messend, teils vollkommen wasserklar, teils durch Eisenchlorid blassgelb bis intensiv gelbbraun gefärbt. Trotz aller Mannigfaltigkeit der Entwicklung beteiligen sich an den Kombinationen nur die drei gewöhnlichsten Formen des Salmiaks:

$$n \ (211) \ h \ (100) \ d \ (110).$$

Der Habitus ist jedoch so verschiedenartig, dass wir fünf Ausbildungsweisen unterscheiden können:

1. die *hexaëdrische*;
2. die *ikositetraëdrische*;
3. die *trigonal-skalenoëdrische*, spiessige bis säulenförmige;
4. die *tetragonale*;
5. die *rhombische*.

1. Der Würfel ist als alleinige Form am Salmiak vom Vesuv selten, wie auch S c a c c h i hervorhebt; auch an meinem Material fand ich das Hexaëder immer mit (211) kombiniert, wenn auch dieses sehr untergeordnet und sogar nur mit einer einzigen kleinen Fläche auftreten kann. In der Regel sind die Ikositetraëderflächen an den würfeligen Kristallen vollzählig und regelmässig entwickelt. Manchmal tritt noch das Rhombendodekaëder in die Kombination ein. Bisweilen sind die Kristalle nach einem Flächenpaar des Würfels etwas verflacht und bilden also einen Übergang zur tetragonalen Ausbildungsweise.

Die an den kubischen Kristallen erhaltenen Winkeldaten sind:

	Gemessen:	Berechnet:	Kantenzahl:
001 : 100	89° 56'	90° 0' 0''	1
: 112	35 20	35 15 52	4
: 211	65 24	65 54 18	4
211 : 112	34 9	33 33 19	1
: $\bar{1}\bar{1}2$	100 8	99 36 59	1

2. Die *ikositetraëdrischen* Kristalle sind in der Regel Kombinationen von allen drei Formen mit vorwaltendem (211). Manchmal sind sie isometrisch, oft zeigen sie jedoch einen Übergang zum folgenden Habitus, indem die zu einer trigonalen Axe parallelen Dodekaëder- und Ikositetraëderflächen nach derselben etwas verlängert sind (Fig. 1.).

Einer von derartig ausgebildeten Kristallen, dessen Flächen zum grössten Teil vorzüglich reflektierten, ergab bei der Messung:

	Gemessen:	Berechnet:	Kantenzahl:
001 : 100	90° 6'	90° 0' 0''	1
: 110	89 58	90 0 0	2
: 101	45 3	45 0 0	2
: 112	35 14½	35 15 52	4
: 211	65 55	65 54 18	1
211 : 112	33 44	33 33 19	1
: 211	48 19	48 11 24	1
: 121	80 35	80 24 12	1
101 : 110	60 12	60 0 0	2
: 112	30 1	30 0 0	5

3. Diese Kristalle sind durch alle möglichen Übergänge mit den Kristallen von *trigonal-skalenoëdrischem* Habitus verbunden. Ausser den citierten Beschreibungen und Abbildungen von derartigen künstlichen Salmiakkristallen ist diese Ausbildungsweise auch am vesuvischen Salmiak von *Weisbach* (Eruption von 1850) und von *Scacchi* (namentlich von 1868 und 1872) dargestellt worden. Die von mir untersuchten skalenoëderartigen Kristalle unterscheiden sich von den älteren hauptsächlich durch die bedeutende Entwicklung der *Hexaëderflächen*.

Betrachten wir die regulären Formen in trigonaler Stellung, so wird jede reguläre Form zu der durch die gleichen Miller'schen Symbole gegebenen Trigonalen:

(100) zum Grundrhomboeder (1011) *R*

(110) zur Kombination (0112) — ½ *R* . (1120) ∞ *P*₂.

(211) zur Kombination (1014) ¼ *R* . (1232) — ½ *R*₃ . (1010) ∞ *R*.

Weisbach beobachtete an vesuvischen Kristallen von 1850 nur das Ikositetraëder, wobei die zwei gegenüberliegenden, das flache Rhomboëder (1014) bildenden Oktanten schwach ausgebildet waren oder gänzlich fehlten; dieselbe Ausbildung bildet auch *Scacchi* ab, aber noch mit den sechs der trigonalen Axe parallelen, das Deutoprisma bildenden Flächen von Rhombendodekaëder, und mit Zwillingsbildung nach (111).⁷⁾

An den von mir untersuchten Kristallen fehlen ebenfalls in der Regel die zwei stumpfen Rhomboëder und das Ganze erscheint als eine Kombination von gewöhnlich vorwaltendem Skalenoëder, Grundrhomboëder und den zwei Prismen, von welchen bald das Proto-, bald das Deutoprisma über das andere überwiegt (Fig. 2—4, die erstere behufs Vergleichs mit der vollzähligen Kombination Fig. 1. in regulärer Stellung gezeichnet).

⁷⁾ l. c. 3 a), 8. 10 auf Taf. I.

der beiden anderen bedingt. So entstehen bipyramidale oder durch Meroëdrie auch trapezoëdrische Formen.

Unter meinem Materiale waren tetragonal entwickelte Individuen viel seltener als solche von trigonalem Habitus. Es sind (Fig. 5) abgestumpft-spiessige Formen, an denen die eine ditetragonale Bipyramide bildenden Flächen (211), (121) u. s. w. vorwalten, die flache tetragonale Bipyramide (112) zurücktritt und vom Rhombendodekaëder die das Protoprisma bildenden vier Flächen ziemlich gross, die anderen, als die Grund-Deutopyramide erscheinenden nur klein sind; vom Würfel tritt nur das zur verlängerten Axe senkrechte Flächenpaar (001) auf.

Die Messungen ergaben:

	Gemessen:	Berechnet:	Kantenzahl:
001 : 110	90° 10'	90° 0' 0''	2
: 112	35 34	35 15 52	4
112 : $\bar{1}\bar{1}2$	48 20	48 11 24	1
: 211	33 22	33 33 19	1
: $\bar{2}\bar{1}1$	60 24	60 0 0	2
: 101	29 48	30 0 0	2

5. Die *rhombische* Ausbildung ist durch die Verlängerung nach einer Zwischenaxe (nach einer Kante 001 : 112) bedingt. Die untersuchten Kristalle von diesem Habitus zeigten immer nur wenige Flächen um die vorwaltende Würfelfläche, so dass sich ein Gesamtbild ihrer Gestalt nicht entwerfen lässt.

An einem solchen Kristalle wurde gemessen:

	Gemessen:	Berechnet:	Kantenzahl:
001 : 101	45° 10'	45° 0' 0''	1
: 112	34 52	35 15 52	4
101 : 110	59 40	60 0 0	1
: 112	30 8	30 0 0	2

Einen allgemein giltigen Zusammenhang zwischen dem Habitus der Kristalle und der Färbung durch Eisenchlorid habe ich nicht konstatiren können; nur so viel lässt sich sagen, dass unter den wasserklaren Kristallen die isometrische Ausbildung verhältnismässig häufiger auftritt als unter den gefärbten.

Dem Direktor der mineralogischen Sammlungen des Museums, Herrn Hofrat K. V r b a, erstatte ich meinen herzlichen Dank für die Überlassung des Untersuchungsmateriales.

Mineralogisches Institut der böhmischen Universität Prag.

Über die Ranken und die Zusammensetzung der Achsen bei den Cucurbitaceen.

Von

Marie Doubek.

(Aus dem böhm. botan. Institute Prof. J. Velenovský's in Prag.)

(Mit 3 Tafeln und 13 Textabbildungen.)

Vorgelegt am 22. Juni 1907.

I. Historische Einleitung.

Die Ranken der Cucurbitaceen, über deren morphologische Bedeutung eine recht umfangreiche Literatur existiert, wurden schon für alle möglichen Organe gehalten, so hauptsächlich:

a) für *umgewandelte Adventivwurzeln* (Seringe, Tassi, Brongniart),

b) für *verschiedene Achsenorgane*, so

1. für einen *umgewandelten Spross* (Tassi, Meneghini, Mohl, Treviranus, Link, Warming, Le Maout, Fabre, Chatin, Duchartre, Naudin, Dutailly, Decaisne, O. Müller, Goebel);

2. für einen *umgewandelten Blütenstiel* (Fresenius, Darwin, Tassi);

3. für *Phyllome*, und dies:

α) für *Nebenblätter* (A. de St. Hilaire, De Candolle, Payer, Fresenius),

β) für *Vorblätter* (Braun, Wydler, Döll, Guillard, Eichler, Goebel),

γ) für *umgewandelte Laubblätter* (Fermond, De Candolle jun., Van Tieghem, Lestiboudois, Cauvet, Seringe, Gasparini, Tassi, Clos).

Ausserdem wurde die Ranke der Cucurbitaceen von einigen Autoren für ein selbständiges Organ erklärt; dies ist allerdings keine Erklärung,

sondern nur das Bekenntnis des betreffenden Autors, dass er die richtige Bedeutung dieses Organes nicht erkannt hat.

G. Archangeli hält die Ranken der Cucurbitaceen für intermediäre Gebilde zwischen den Phyllom- und Kaulomorganen, die er als „Cladophyllen“ bezeichnet hat.

Die Ansicht Decaisnes und Kirschlegers, die auf Grund von einigen Abnormitäten die Ranken der Cucurbitaceen für verwandelte Kelchblätter zu halten geneigt waren, braucht wohl nicht näher erwähnt zu werden.

II. Spezieller Teil.

A. Was für ein Organ stellt uns die Ranke der Cucurbitaceen vor?

Die Ranken der Cucurbitaceen sind entweder einfach oder verzweigt, was für einzelne Arten konstant zu sein pflegt. Bei den verzweigten Ranken ist der basale Teil (der Rankenstiel) unempfindlich.

In der folgenden Tabelle, die besonders auf Grund der Monographie Cogniaux's zusammengestellt wurde, ist die Form der Ranken bei einzelnen Gattungen wiedergegeben. Die Ziffern beziehen sich auf die Zahl der Rankenzweige.

Einfache Ranken	Verzweigte Ranken	Einfache oder verzweigte Ranken	Mit fehlenden Ranken
Gymnopetalum Eureiandra Thladiantha Harphanocarpus Momordica trifoliata M. charantia M. Balsamina M. involucrata M. dioica M. subangulata M. ovata M. denticulata Bryonia dioica B. alba Cucumis Melo C. sativus Cucumeropsis	Hodsonia (2-5) Telfairia (2) Warea (2) Herpetospermum (2) Lagenaria (2) Edmondia (4-6) Luffa (2-mnoho) Bryonopsis (2) Citrullus (2-3) Benincasa (2-3) Calycophysum (3-5) Peponopsis (mnoho) Cucurbita (2-mnoho) Schizocarpum (2) Edgaria (2)	Trichosanthes (1-2-5) T. cucumeroides (1-2) T. integrifolia (1-2) Peponia (1-2) Andenopsis (1-2) Momordica pterocarpa (1-2) M. clematidea (1-2) M. Welwitschii (1-2) M. multiflora (1-2) M. foetida (1-2) Luffa operculata (1-2) Sphaerosicyos (1-2) Benincasa hispida (1-3)	Trochomeria (0-1) Heterosicyos Acanthosicyos Ecballium Cucumis rigidus Melancium Eulenburgia (Eine neue von Pax ¹ beschriebene Gattung mit der Art Eulenburgia mirabilis)

¹) Engler's Botan. Jahrb. XXXIX., p. 654 (1907).

Einfache Ranken	Verzweigte Ranken	Einfache oder verzweigte Ranken	Mit fehlenden Ranken
Coccinia cordifolia C. abyssinica Wilbrandia Melothria trilobata M. Candolleana M. angustifolia M. Cucumis Dactyliandra Blastania Pisosperma Corallocarpus Trochomeriopsis Anguria Gurania Helmontia Ceratosanthes Maximowiczia Cucurbitella Ampelosicyos	Hanburia (3) Sicyos (3-mnoho) Sicyosperma (2) Sechium (3-5) Sicydium (2) Sechiopsis (4-5) Schizopepon (2) Gerrardanthus (2) Feuillea (2) Anisosperma (2)	Phyzedra (1-2) Coccinia (1-2) Apodanthera(1-2-3) Mellothria (1-2) Kedrostis (1-2) Selysia (1-2) Cayoponia (1-2-5) Echinocystis(1-2-5) Cyclanthera (1-2-5) Elaterium (1-2-3) Achinostemma(1-2) Gomphogyne (1-2) Zanonia (1-2)	

1. Die Stellung der Ranken.

Die Ranke der Cucurbitaceen steht stets *neben* dem Stiele des Stützblattes, aber niemals in seinem Winkel. Dies trifft auch dann zu, wenn der Axillarspross (Eichler's Bereicherungsspross) unentwickelt bleibt oder bevor sich derselbe noch entwickelt, ja auch dann, wenn aus dem Blattwinkel kein Organ (weder der Blütenstand und die Terminalblüte noch der Axillarspross) entspringt. Dies beweist am besten, dass es sich um keine Verschiebung handeln kann. Ausserdem sehen wir, dass die Ranke deutlich in die Achsel eines der unteren Blätter (im normalen Falle des zweiten) herabläuft, was uns schon an und für sich zeigen muss, dass die Ranke nicht in den Winkel des nebenstehenden Blattes, sondern in jenen eines unterhalb stehenden (in dessen Achsel sie herunterläuft) gehört.

Diese, bei allen Cucurbitaceen so evidente Tatsache blieb merkwürdigerweise von den meisten Autoren, die sich mit der Morphologie dieser Ranken beschäftigt haben, unbeachtet. Auch O. Müller, der dieselben eingehend studiert hat, sagt unrichtig: „Die Ranken entspringen an der Seite des Stengels, den Blättern *gegenüber*.“

2. Die die Sprossnatur der Ranken beweisenden Abnormitäten.

Es kann kein Zweifel darüber obwalten, dass die Ranken in der Tat umgewandelten Laubsprossen gleichen. Dieses Faktum lässt sich nicht

nur anatomisch, sondern auch durch zahlreiche morphologische Abnormitäten beweisen. Es finden sich nämlich nicht gerade selten abnorme Ranken, die alle möglichen Stufen bis zu völlig normal entwickelten Laubsprossen vorstellen. Dabei kann man beobachten, wie sich das Mesophyll der Laubblätter langsam verliert, bis endlich nur der Mittelnerv — in Form einer Ranke — übrig bleibt. Diese Abnormitäten wurden besonders bei *Cucurbita Pepo* wiederholt beobachtet, so von Warming, Bley, Naudin, O. Müller etc., bei *Cucurbita macropus* hat sie A. Braun beschrieben. Ich selbst konnte eine Reihe solcher mehr oder weniger in Laubspresse umgewandelter Ranken bei der im böhm. botan. Garten in Prag kultivierten *Cucumis anguria* (Taf. III.) beobachten. Ähnliche verlaubte Ranken bei *Cucurbita Melo* erhielt ich auch aus Norditalien (Pontebba) zugesandt. Auch bei der *Luffa acutangula* habe ich ähnliche Verlaubungen der Ranken konstatiert.

Von den einfachen Ranken gilt dasselbe, was von den verzweigten gesagt wurde, nur mit dem Unterschiede, dass hier bloss ein einziges Blatt entwickelt ist, wogegen der eigentliche Spross stark verkürzt und nur auf die Basis der Ranke reduziert erscheint. Die eigentliche Ranke stellt uns daher den verwandelten Hauptnerven eines einzigen Blattes, welches sich auf die verkürzte Achse terminal gestellt hat, vor.

Wichtig ist auch die Beobachtung Velenovský's*) an den Jugendstadien bei *Cucurbita Pepo*, wo neben dem Blattstiele bei den ersten Noden nach den Kotyledonen dort, wo die Ranke zu stehen pflegt, im Kreise mehrere verkümmerte Ranken sich befanden und in deren Mitte ein Knospenrudiment vorhanden war. Es handelt sich hier offenbar um eine mehrzweigige Ranke, deren Stiel auf Null reduziert war.

3. Anatomische Beweise für die Sprossnatur der Ranken.

Die anatomischen Verhältnisse der vegetativen Teile sowie auch der Blütenstiele der Cucurbitaceen wurden eingehend von O. Müller studiert; ich kann seine Beobachtungen in den Grundzügen nur bestätigen.

Wenn man die anatomischen Verhältnisse des Stengels, des Blütenstieles, der Rankenzweige und der Blattspindel vergleicht, so sieht man, dass hier zweierlei Kategorien von Organen zu unterscheiden sind und zwar teils zentral und in ihrem ganzen Verlaufe gleich gebaute Organe (der Stengel, der Rankenstiel), teils bilateral gebaute und an ihren Enden die Zusammensetzung der einzelnen Elemente langsam ändernde Organe (der Rankenzweig, die Blattspindel).

Schon aus diesem einfachen Vergleiche ersehen wir, dass der Stiel und die Zweige einer Ranke nicht für homolog erklärt werden können, sondern dass der Rankenstiel auf die Achse, die Rankenzweige aber auf

*) Vergl. dessen „Vergleichende Morphologie der Pflanzen“ II. Teil (Prag 1907), wo dieses Thema überhaupt allseitig behandelt wird.

den Ursprung aus den Blättern hinweisen. Allerdings bieten uns die anatomischen Verhältnisse nicht so feste Anhaltspunkte für den Nachweis der Sprossnatur der Ranken, wie die morphologischen, was dadurch verursacht wird, dass einerseits das Zusammenfließen der sympodialen Achsen bei den Cucurbitaceen schon so vollkommen ist, dass es keine Spuren in dem anatomischen Aufbaue hinterlassen hat, wogegen anderseits die Umwandlung des Axillarsprosses in die Ranke wegen des grossen Alters dieser, biologischen Zwecken dienenden Erscheinung nur in den Hauptzügen die ursprüngliche Natur derselben erkennen lässt.

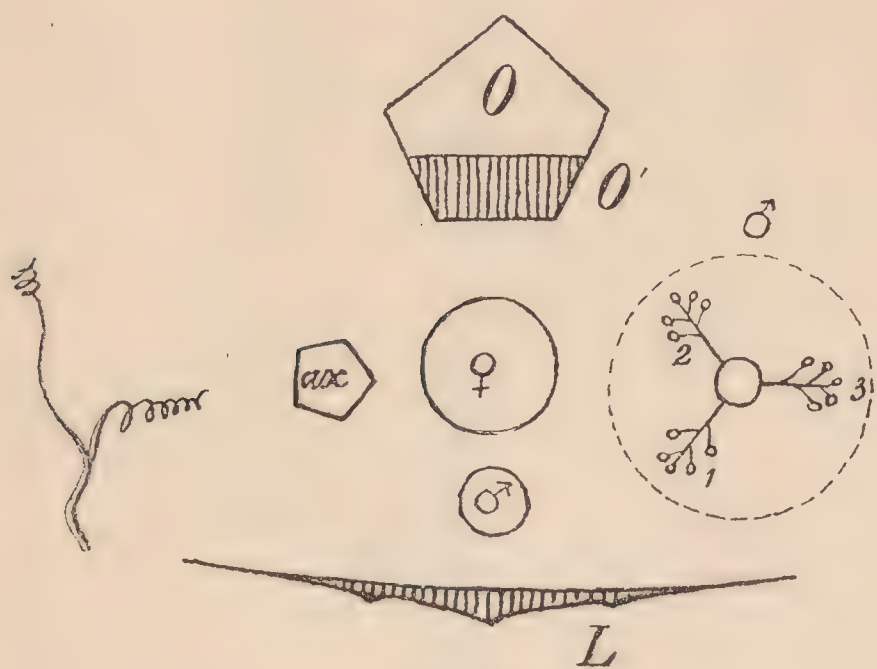


Fig. 1.

Diagramm der Blattachsel bei *Cyclanthera pedata*: *O* und *O'* die zusammengewachsene, den Hauptstengel bildende Mutter- und Tochterachse; *L* das Stützblatt. In der Mitte die *♀* Blüte, rechts die *♂* Inflorescenz, links der Axillarspross *ax*. Zu der *♀* Blüte ist eine *♂* Blüte serial gestellt. Neben dem Blatte steht die Ranke.

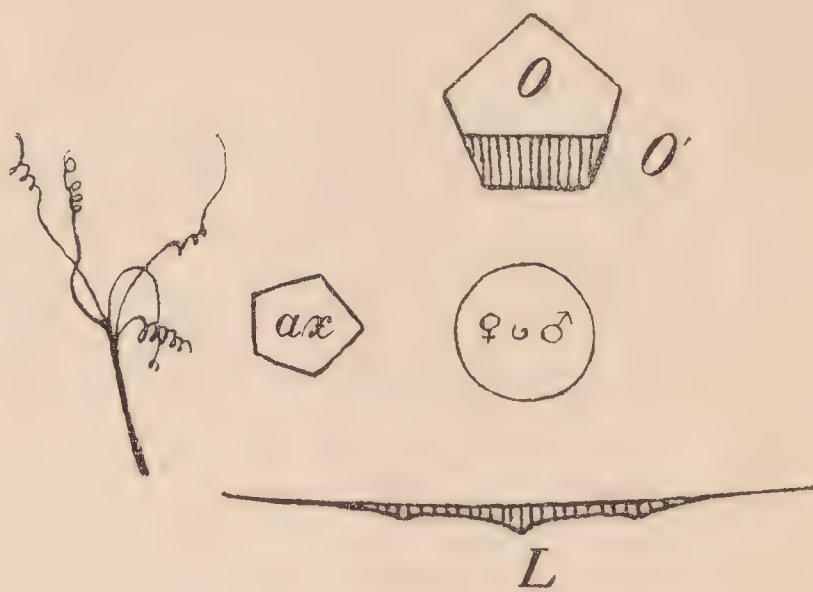


Fig. 2.

Diagramm der Blattachsel bei *Cucurbita Pepo*: Die Mutterachse *O* ist mit ihrer Tochterachse *O'* zusammengewachsen. *L* das Stützblatt, in dessen Achsel in der Mitte die *♀* oder *♂* Blüte und der Axillarspross *ax* steht. Neben dem Blatte steht die Ranke.

Wir sehen, dass die einfachen Ranken mit den verzweigten morphologisch vollkommen übereinstimmen und dass der einzige Unterschied darin besteht, dass im ersteren Falle die Achse schwach entwickelt ist und nur ein einziges terminal stehendes Blatt trägt.

G o e b e l hält die einfachen Ranken für Vorblätter und die verzweigten für umgewandelte Laubsprosse. Dass diese Erklärung unrichtig ist, beweist uns in glänzender Weise *Cyclanthera*, wo in der Jugend bloss einfache und erst später verzweigte Ranken erscheinen. Es ist wohl unmöglich, dass uns dieselbe Ranke in der Jugend etwas anderes vorstellen sollte als in voller Entwicklung, dass sie in der Jugend ein umgewandeltes Vorblatt und später ein Laubspross sein könnte!

Dass auch die anderen Ansichten über morphologische Bedeutung der Ranken nicht richtig sein können, wird in dem böhm. Text eingehend auseinandergesetzt. Ein Blick auf die Fig. 1, 2 und 3, wo die Blattachsel

bei *Cyclanthera pedata*, *Cucurbita Pepo* und *Bryonia dioica* diagrammatisch dargestellt worden sind, spricht schon an und für sich gegen die Annahme einer von den früher erwähnten Ansichten.

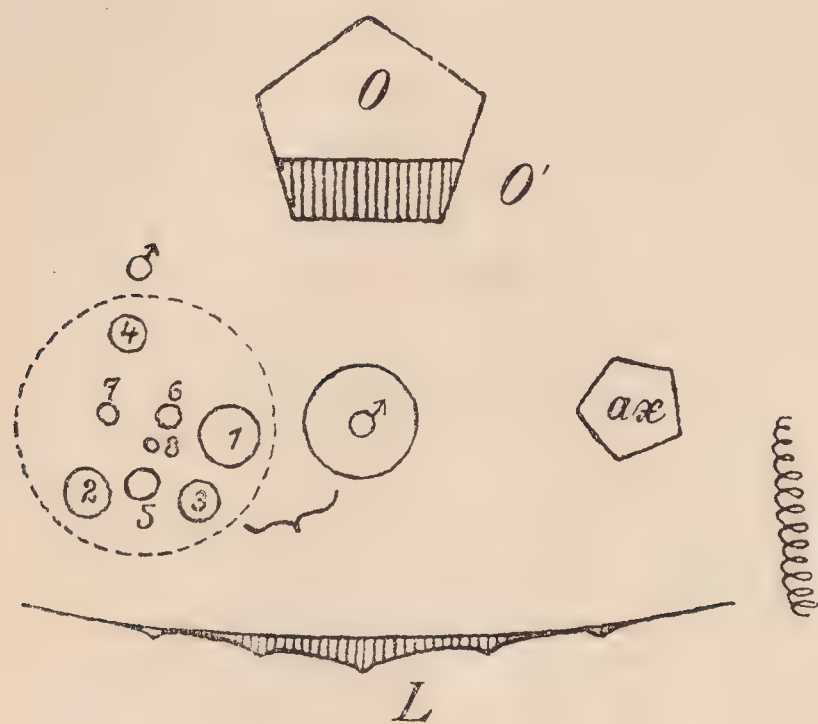


Fig. 3.

Diagramm der Blattachsel bei *Bryonia dioica*: Die mit ihrer Tochterachse O' zusammengewachsene Mutterachse O bildet den Stengel. L das Stützblatt; in seiner Achsel die σ , mit der σ Inflorescenz zusammengewachsene Terminalblüte; ax der Axillarspross. Neben dem Blatte steht die Ranke.

B. Die Zusammensetzung der Achsen bei den Cucurbitaceen.

In diesem Kapitel wollen wir zunächst die Zusammensetzung der Achsen bei den Cucurbitaceen, wie sie in normalen Fällen vorkommt, und sodann einige interessante abweichende Fälle näher erklären.

Die Ranke*) muss als ein Spross aus dem Winkel eines Phylloms entspringen. Wir wollen dies bei *Luffa* oder *Cucurbita* näher verfolgen (S. Fig. 4). Wenn wir mit dem Blatte L_1 beginnen, das zu der

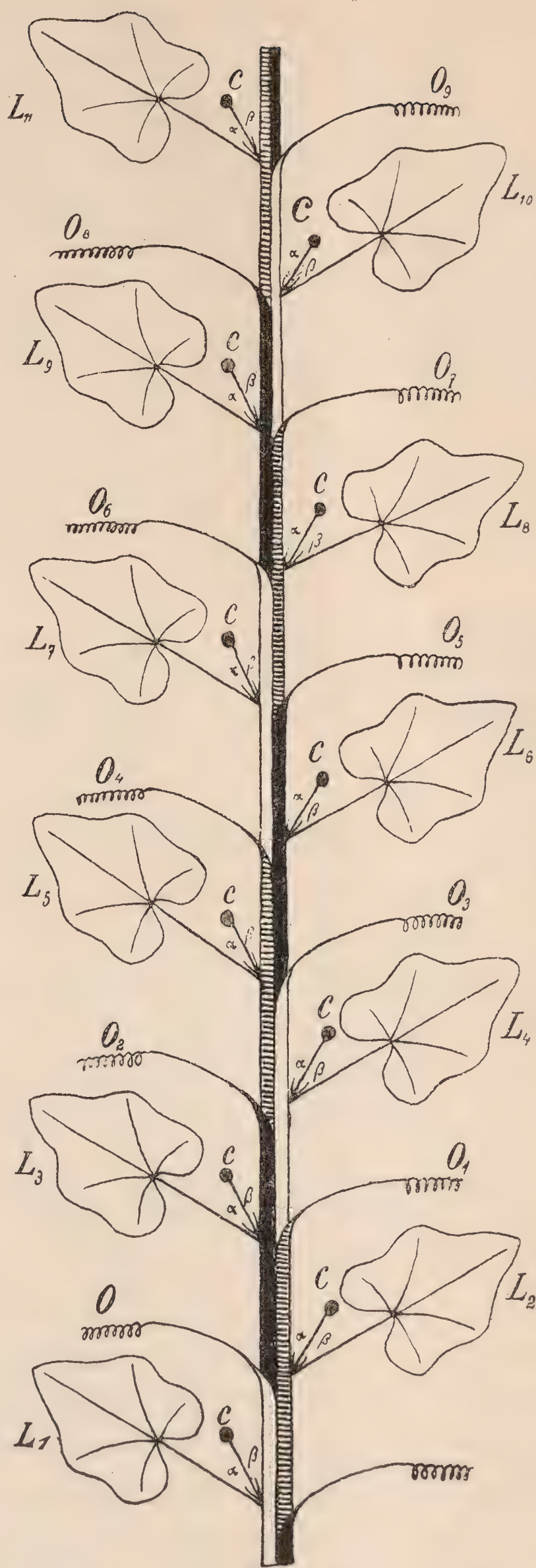


Fig. 4.

Schema des Sympodiums der Cucurbitaceen.

*) Die mit einer Ranke abschliessende Sympodialachse bezeichnen wir Raumersparnis halber oft nur als „Ranke“.

Achse O gehört, so sehen wir, dass sich in der Achsel dieses Blattes eine dichasiale Cyme befindet. Terminal steht in dieser Cyme die Blüte (gewöhnlich eine weibliche), deren Vorblätter entweder abortiert sind, oder nur auf einer Seite, seltener auf beiden, entwickelt erscheinen. In der Achsel dieser Vorblätter entspringen die Lateralachsen des Dichasiums und zwar auf einer Seite eine ♀ Inflorescenz, auf der anderen ein Spross. Ausser diesem Dichasium entspringt in der Achsel des Blattes L_1 die Tochterachse O_1 , mit dem Blatte L_2 , in dessen Achsel sich dieselbe Anordnung wiederholt. Die Achse O_1 endet dann als eine Ranke neben dem Blatte L_3 . In der Achsel des Blattes L_2 wächst dann die Tochterachse O_2 mit dem Blatte L_3 und einer Cyme und endet dann als eine Ranke neben dem nächstoberen Blatte L_4 . Diese Anordnung wiederholt sich stets. Wir sehen daher, dass die Tochterachse immer über ein Internodium mit ihrer Mutterachse und in dem folgenden wiederum mit ihrer Tochterachse zusammenwächst; ähnliche Verhältnisse finden wir bekannterweise auch bei *Vincetoxicum* vor, wo aber die sympodiale Achse nicht mit einer Ranke, sondern mit einer Inflorescenz abschliesst.

Der Stengel der Cucurbitaceen ist daher kein einfaches Monopodium, sondern ein ziemlich kompliziertes Sympodium. Diese sympodiale Sprossfolge ist eine allgemeine Regel für alle Cucurbitaceen und es ist wahrscheinlich, dass auch die seltenen rankenlosen Arten hierin keine Ausnahme bilden. Ich selbst habe diese Verhältnisse bei verschiedenen Arten der Gattungen *Cucurbita*, *Cucumis*, *Cyclanthera*, *Bryonia*, *Lagenaria*, *Luffa*, *Citrullus*, *Benincasa*, *Kedrostis*, *Rhynchocharpa*, *Sicyos*, *Momordica*, *Mukia*, *Anguria* festgestellt.

In der einschlägigen, recht umfangreichen Literatur über die Morphologie der Cucurbitaceen (und speziell ihrer Ranken) finden wir keine Erwähnung von der Zusammensetzung der Achsen bei dieser Familie. Nur Dutailly¹⁾ und Cauvet²⁾, von denen der erstere die Ranke für einen umgewandelten Spross, der letztere für ein Blatt hielt, haben diese Frage in ähnlicher Weise, aber nicht richtig (s. den böhmischen Text) diskutiert.

Das oben beschriebene Sympodium ist das einfachste, wie es bei den Cucurbitaceen vorkommt. Es wird aber nicht selten dadurch in hohem Grade kompliziert, dass in einer Blattachsel mehrere seriale Tochterachsen entspringen, die sich dann oft in ungleicher Entfernung in Form von Ranken abtrennen, so dass in manchen Noden anstatt einer einzigen Ranke 2—3—4 erscheinen können. Im folgenden wollen wir einige solche Beispiele anführen, um zu zeigen, dass auch diese Fälle nur als Modifikationen des oben erwähnten Sympodiums zu betrachten sind.

¹⁾ Dutailly: Recherches organogéniques sur les formations axillaires chez les Cucurbitacées (Association française pour l'avancement des sciences, Congrès du Havre 1877).

²⁾ Cauvet: Bull. Soc. Bot. de Fr. v XI. p. 278—286 (1864).

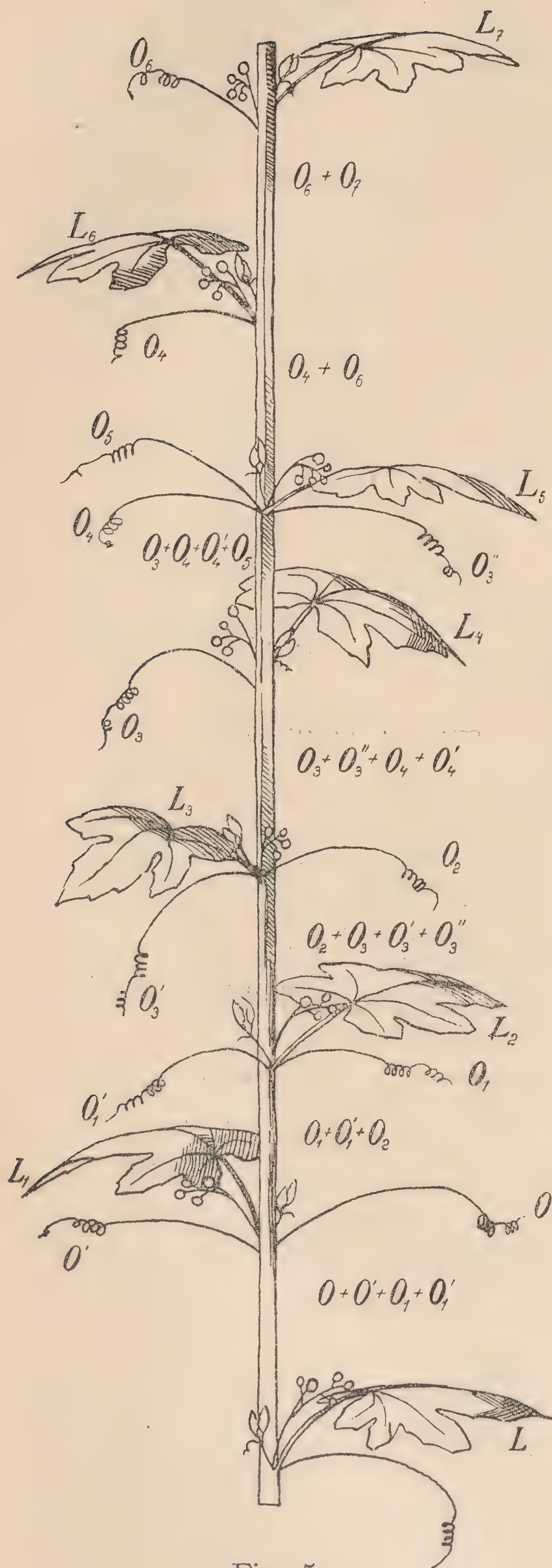


Fig. 5.

Schema des Sympodiums bei der
Bryonia alba.

gleichfalls bei dem Blatte L_1 hervorragt, und die Achse O_1 , welche sich erst bei dem Blatte L_2 gleichzeitig mit der Ranke O_1' , die in den Winkel des Blattes unterhalb des ersten Nodus herabläuft, lostrennt. In der Achsel des Blattes L_1 gesellen sich zu der Achse O_1 noch zwei Achsen, und zwar O_1' ,

So fand ich bei *Bryonia alba* (Fig. 5, 6) einen Zweig, der auf den ersten 3 Noden je 2 Ranken, auf dem vierten nur eine einzige, auf dem fünften 3 und auf allen folgenden wiederum eine Ranke trug. Nach dem Herablaufen der Ranken konnte man konstatieren, dass manche Ranke nur durch ein einziges Internodium, an-

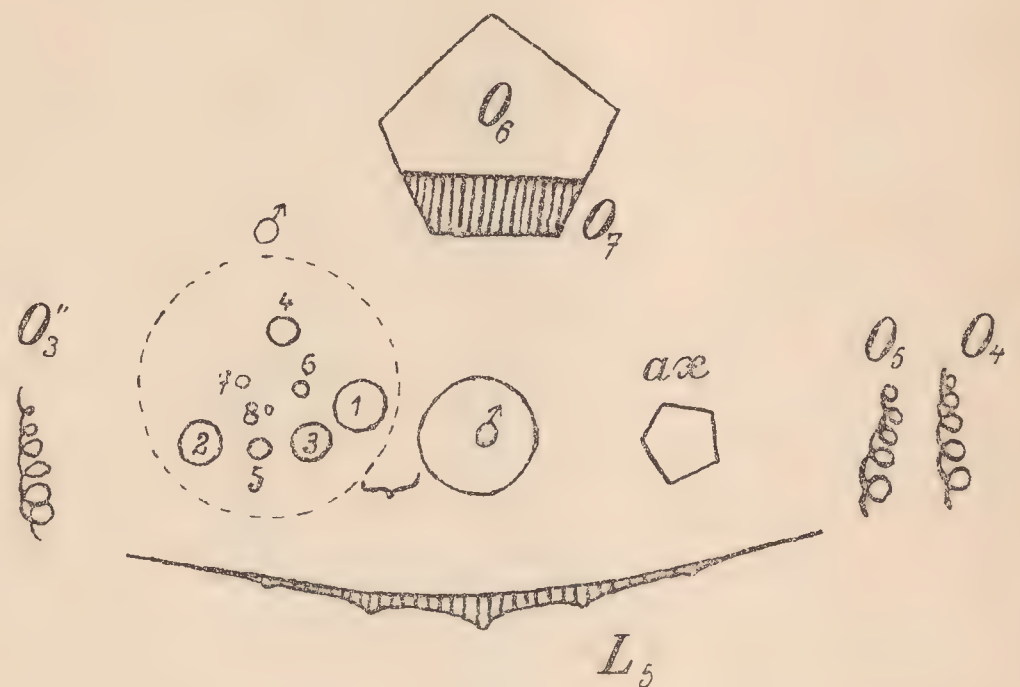


Fig. 6.

Diagramm eines Nodus der *Bryonia alba* mit drei Ranken.

dere durch 2 oder 3 durchlaufen und sich erst dann in der Form einer Ranke von dem Hauptstengel lostrennen. Auf dem Schema ist zu sehen, dass die einzelnen Internodien aus einer ungleichen Zahl von Achsen bestehen und dass in der Achsel einiger Blätter mehrere seriale Achsen entspringen.

In dem ersten Nodus steht das Blatt L , welches zu der Achse O gehört. Dieselbe erscheint dann bei dem nächstoberen Blatte L_1 , in der Form der Ranke; in der Achsel des Blattes L entspringt die Achse O' , die

welche neben dem Blatte L_2 gleichzeitig mit der Achse O_1 hervorragt, und die Achse O_2 , die zu dem Blatte L_3 geht. In dem ersten Internodium ist also die Achse O eine normale durch zwei Internodien durchlaufende Achse; dieselbe bringt die Tochterachse O_1 hervor, mit der sie über ein Internodium zusammenwächst, wie dies normal zu sein pflegt. Zu dieser Achse O gehören als Serialsprosse die Achsen O' und O_1' , von denen die erstere nur über ein Internodium zusammenwächst, wogegen die andere über 3 Internodien reicht; im ersten wächst sie mit ihrer Mutterachse, im zweiten mit ihrer Tochterachse 1. Grades und endlich im dritten mit ihrer Tochterachse 2. Grades zusammen. — Die Achse O_2 trägt das Blatt L_2 , in dessen Achsel 3 Achsen entspringen, und zwar die normale Achse O_3 mit ihrem Blatte L_3 , die durch 2 Internodien verläuft, dann die Achse O_3' , die in Form der Ranke gleich neben dem Blatte L_3 hervorragt und endlich die Achse O_3'' , die sich erst neben dem Blatte L_5 lostrennt; es gehören daher zu der Achse O_3 die Serialachsen O_3' und O_3'' . In die Achse des Blattes L_3 gehört wiederum die Achse O_4 , die sich bei dem Blatte L_5 abteilt, und die erst neben dem Blatte L_6 hervorkommende Achse O_4' . Zu der Achse O_4 gehört das Blatt L_4 , in dessen Achsel die Achse O_5 entspringt, welche nur durch ein Internodium geht und das Blatt L_5 trägt, neben welchem sie sofort in eine Ranke umgewandelt herauskommt. In der Achsel des Blattes L_5 entspringt die Achse O_6 mit dem Blatte L_6 , in dessen Achsel wiederum die weitere Achse O_7 mit ihrem Blatte und ihrer Tochterachse hervorwächst, was sich dann weiter wiederholt.

Wir sehen daher, dass im ersten Internodium (angefangen vom Blatte L) 4 Achsen (O, O', O_1, O_1'), im zweiten 3 (O_1, O_1', O_2), im dritten wiederum 4 (O_2, O_3, O_3', O_3''), desgleichen im vierten (O_3, O_3'', O_4, O_4'), und im fünften (O_3'', O_4, O_4', O_5), im sechsten nur 2 (O_4', O_5) zusammenwachsen, welche Zahl dann schon konstant bleibt.

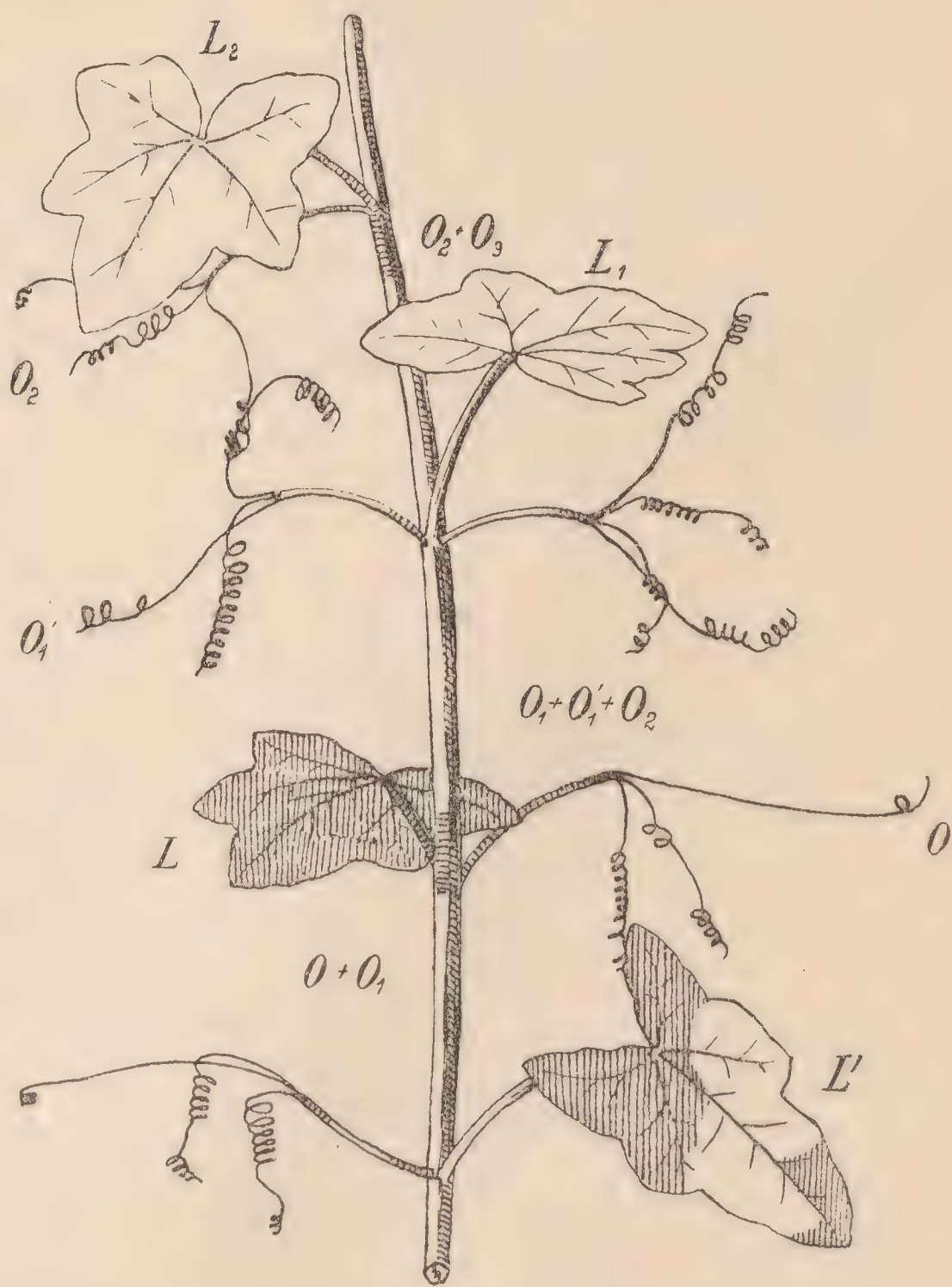


Fig. 7.

Schema des Sympodiums bei der
Luffa acutangula.

Dieses Schema erklärt uns schon an und für sich, warum in den einzelnen Noden eine ungleiche Zahl von Ranken zum Vorschein gelangt. Dass es sich dabei nicht um eine Umwandlung einzelner Axillarelemente in Ranken handeln kann, beweist ausser anderen 1. das deutliche Herablaufen einer jeden Ranke in die Achsel irgend eines unterstehenden Blattes; 2. die extraaxillare Stellung aller Ranken; 3. der Umstand, dass auf jedem Nodus, mag er nun 3 oder nur 1 Ranke haben, stets alle Axillarorgane normal entwickelt waren.

Dieses Beispiel stellt uns eines der kompliziertesten Sympodien, wie sie überhaupt je im Pflanzenreiche beobachtet worden sind, vor. Als einfachere Sympodien können alle jene Beispiele gelten, wo auf einem Nodus anstatt einer Ranke 2 oder 3 erscheinen. Nach dem oben gegebenen Schema sind aber alle solche Fälle nicht schwierig zu enträtseln.

Nicht selten sind zwei Ranken in einem Nodus bei *Luffa acutangula* anzutreffen (Fig. 7). Bei dem Blatte L entspringt eine Ranke, bei dem Blatte L_1 zwei, bei den folgenden Blättern wiederum je eine. Das Blatt L

gehört zu der Achse O_1 , welche in die Achsel des Blattes L' herabläuft und neben dem Blatte L_1 in Form einer Ranke zum Vorschein kommt. Aus der Achsel des Blattes L wächst die Achse O_2 , welche neben dem dritten Blatte L_2 mit einer Ranke endet; sie trägt das Blatt L_1 , bei dem die zweite Ranke, d. i. die Achse O_1' , die in die Achsel des Blattes L herabläuft, entspringt. In der Achsel des Blattes L_1 entspringt (wie normal) die Achse O_2 mit ihrem Blatte L_2 , in dessen Achsel die Tochterachse O_3 entspringt u. s. w. Es wächst daher in dem Internodium $L - L_1$ mit der Mutter- und Tochterachse noch eine Serialachse zusammen.

Auch bei allen anderen mir zugänglichen Cucurbitaceen habe ich gelegentlich 2 Ranken in einem Nodus beobachtet. Wir wollen daher nur einige, auch in anderer Hinsicht interessante Beispiele erwähnen.



Fig. 8.

Schema eines abnormen Zweiges bei der *Momordica involucreta*.

Auf einem Stengel der *Momordica involucrata* (Fig. 8) erschienen neben dem Blatte L zwei gegenständige Ranken. Die Ranke O geht aus der Achsel des Blattes b , die Ranke O_1 aus jener des Blattes a aus. Dort, wo die beiden Ranken ihren Entstehungspunkt hatten, stand in der Achsel des Stützblattes eine terminale weibliche Blüte mit beiden entwickelten Vorblättern, in deren Achsel einerseits eine reduzierte ♀ Inflorescenz, anderseits der Axillarspross sich befand. Die beiden Vorblätter pflegen überhaupt bei *Momordica* nicht selten entwickelt zu sein, wobei aber oft der eine die Form eines grösseren grünen Blättchens annimmt. Dieses Vorblatt wächst mitunter auf den Axillarspross, in seltenen Fällen auch auf den Stiel des Stützblattes an. Manchmal abortieren alle Axillarorgane in der Achsel des Stützblattes und dann kann dortselbst das verhältnismässig grosse Vorblatt (eventuell in der Form eines nur etwas kleineren Laubblattes) erscheinen. Wir sehen hier also, wie weit von dem Stiele der weiblichen Blüte das erwähnte Vorblatt herunterrücken kann.

Interessant ist der Fall bei *Cyclanthera pedata* (Taf. I. Fig. 4. und Fig. 9), der uns beweist, dass die Ranke nicht für ein aus der Achsel verdrängtes Axillarorgan gehalten werden kann, da dieselbe hier mehr als 1 Centimeter unter dem Nodus, wo sie stehen sollte und wo auch eine zweite Ranke stand, selbständig hervorkam.

Die Verhältnisse des Sympodiums waren hier, wie folgt: Die Achse O trägt das Blatt L , in dessen Achsel die Achse O_1 entspringt, die gleich auf dem folgenden Nodus gegenüber der schon unter dem Nodus von ihrer Tochterachse abzweigenden Ranke O zum Vorschein gelangt. In der Achsel des Blattes L entspringt noch die

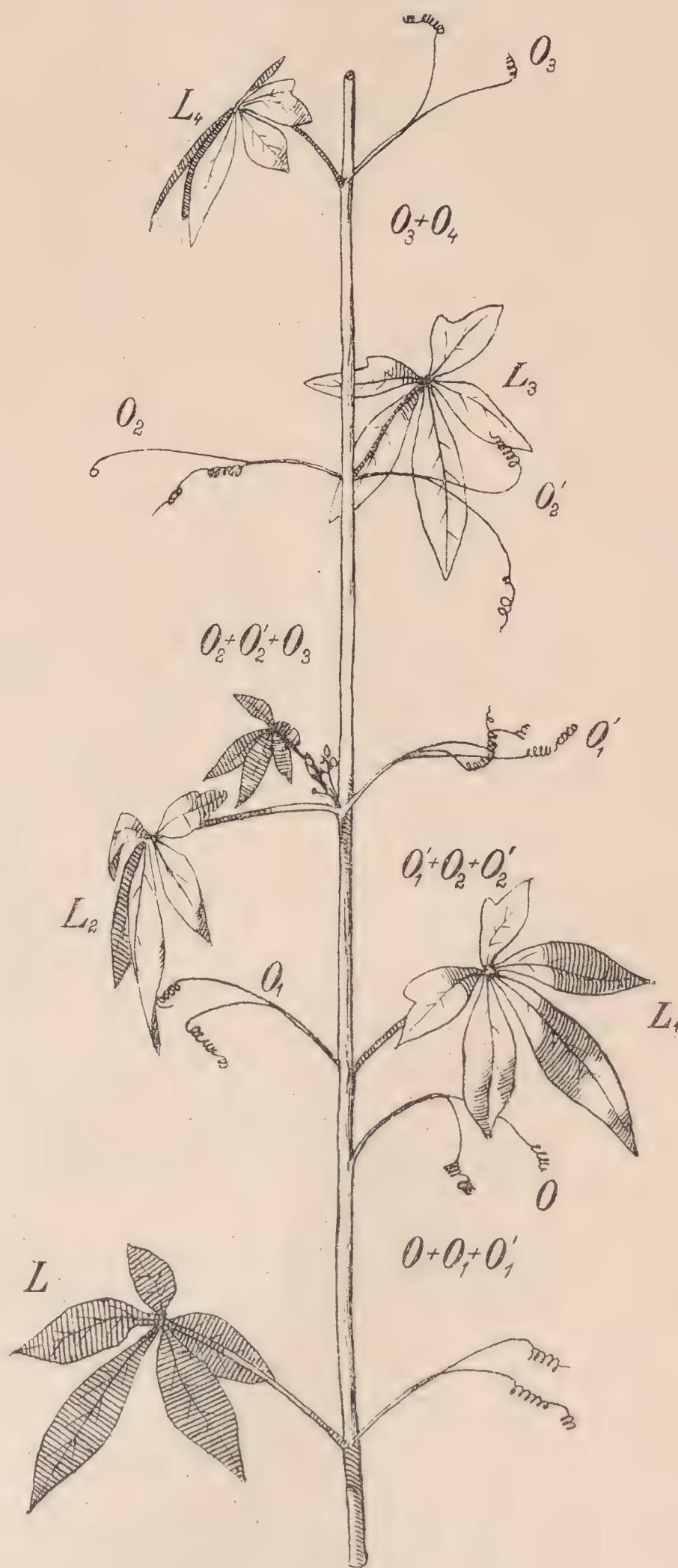


Fig. 9.

Cyclanthera pedata. (S. Text.)

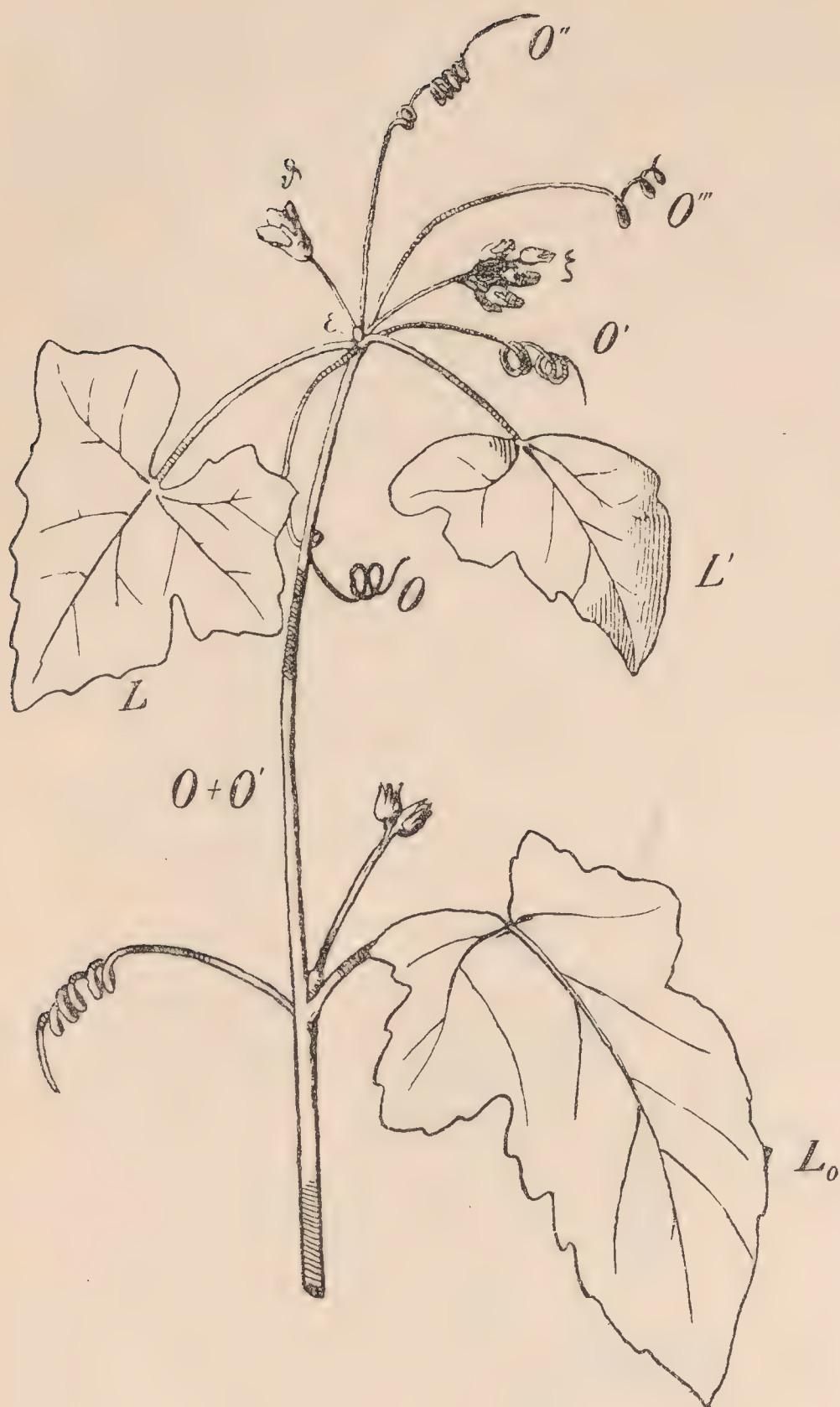


Fig. 10.

Bryonia dioica. (S. Text.)

Achse O_1' mit dem Blatte L_1 , die dann bei dem Blatte L_2 erscheint. In der Achsel des Blattes L_1 entstehen die Achsen O_2 und O_2' , die sich gleichzeitig als Ranken von der Achse O_3 bei dem Blatte L_3 abtrennen. Gegenüber dem Blatte L_2 , das zu der Achse O_2 gehört, steht ein zweites nur wenig kleineres Blatt, welches aber ein Vorblatt vorstellt, wie aus seiner Stellung zu entnehmen ist.

Bei *Lagenaria vulgaris* habe ich zwei Ranken in einem Nodus viel häufiger beobachtet als nur eine. Es ist dies wahrscheinlich eine Form mit vorwiegend 2 Ranken, die von Forster als *Cucumis bicirrha* bezeichnet wurde.

Die Internodien bei dieser *Lagenaria* sind mitunter so verkürzt, dass mehrere Blätter (bis 5) mit allen ihren Axillarorganen in einer Ebene (quirlig) zu stehen scheinen.

Dass es sich dabei nicht um gegenständige Blätter handelt, wie Tassimeinte, muss wohl nicht näher erörtert werden.

Einen interessanten Fall beobachtete ich bei *Lagenaria vulgaris*, wo auf einem Zweige 2 Blätter nebeneinander standen und auf demselben Nodus 3 Ranken erschienen. Die Erklärung hiefür ist die nachfolgende: Zu jedem Blatte gehört eine Ranke, die theoretisch durch 2 Internodien verläuft. Da aber eines derselben auf Null reduziert erscheint, so geht die Ranke in der Tat nur durch ein einziges Internodium. Die dritte Ranke entspringt aus der Achsel des älteren Blattes und geht theoretisch durch ein Internodium zu dem nächstfolgenden Blatte. Da nun aber tatsächlich dieses Internodium nicht existiert, so kann die Ranke nicht mit dem Hauptstengel zusammenwachsen, sondern entspringt sie selbständig aus der Blattachsel.

Einen ebenfalls interessanten Fall konnte ich bei der, auf Fig. 10. schematisch dargestellten *Bryonia dioica* beobachten. Am Ende eines

Zweiges standen zwei genäherte (anscheinend gegenständige) Blätter, und 4 Ranken, von welchen 2 axillär und 2 extraaxillär waren. Die Erklärung für diese merkwürdige Anordnung ist die folgende: Die Achse O trägt ihr Blatt L_0 und endet mit einer Ranke neben dem Blatte L . In der Achsel des Blattes a steht ein Stiel mit 2 Blüten (gewiss die Terminalblüte

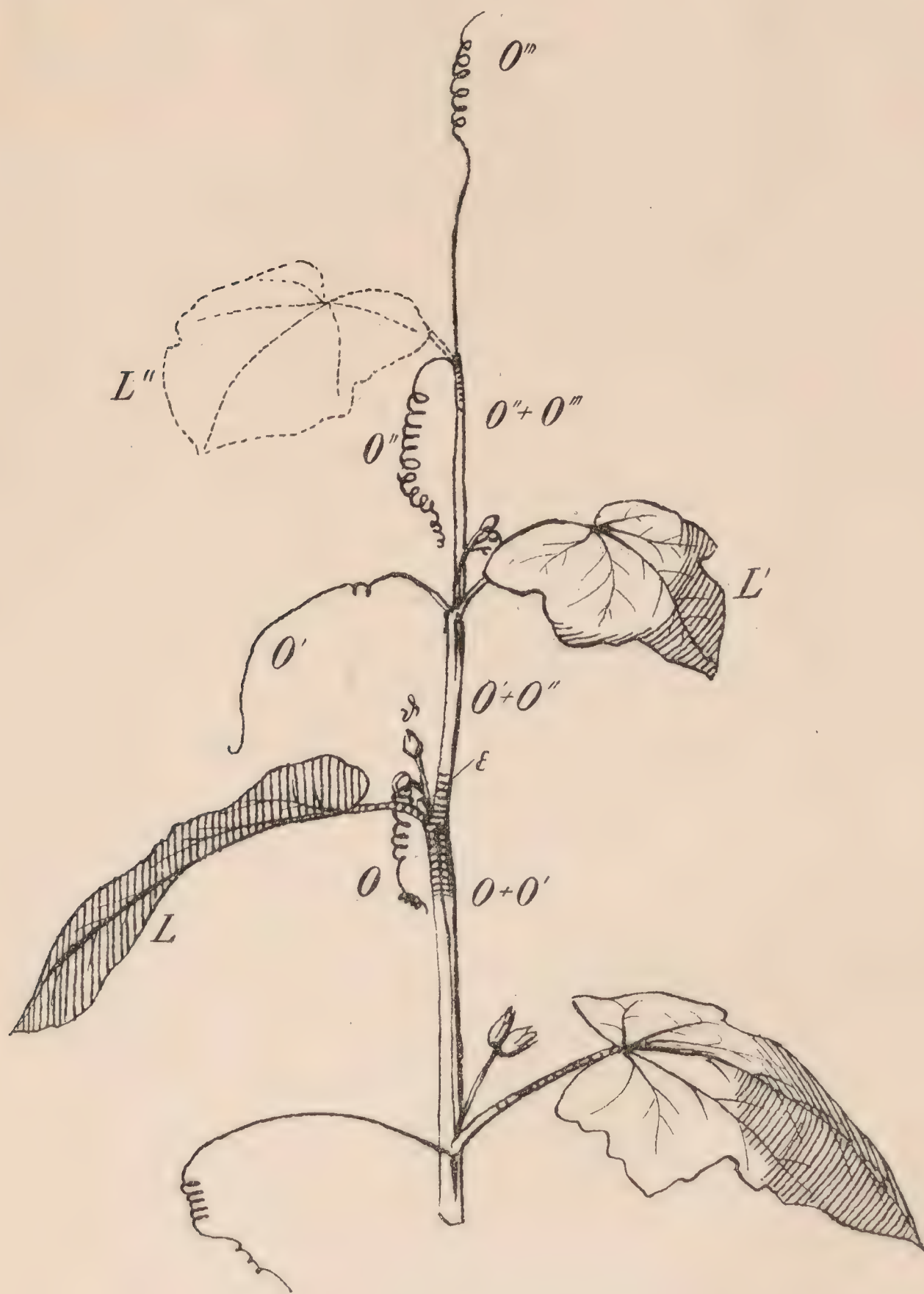


Fig. 11.

Bryonia dioica (S. Text).

und eine aus der Inflorescenz an dieselbe angewachsene Blüte) und neben ihr die Knospe für den Axillarspross; in derselben Achsel entsteht noch die Achse O' , die mit ihrer Mutterachse O bis zu dem Blatte L zusammenwächst. In der Achsel dieses Blattes steht eine zu einer Terminalblüte reduzierte Inflorescenz (δ) und der noch unentwickelte Axillarspross (ε). In derselben Achsel entsteht noch die Achse O'' mit dem Blatte L_1 , in dessen Achsel eine normale Inflorescenz (ξ) und die Ranke O''' erscheint. Die Achse O' sollte in dem folgenden Internodium mit ihrer Tochterachse O'' zusammenwachsen; das zu dieser Achse gehörige Blatt L_1 steht aber

gegenüber dem Blatte L , oder mit anderen Worten: das Internodium $L-L_1$ ist auf Null reduziert und somit muss die Ranke O' gleich neben ihrem Blatte L und gegenüber ihrer Mutterachse O entspringen. Aber auch die Ranke O'' muss gleich mit ihrem Blatte L_1 zur Entstehung gelangen, da es schon keine weiteren Internodien, mit welchem sie zusammenwachsen könnte, gibt. Es bleibt nur noch die Ranke O''' zu erklären: es könnte dies entweder ein verwandelter Axillarspross des Blattes L_1 oder eine Tochterachse der Achse O'' sein.

Interessant ist dieser abnorme Fall auch dadurch, dass hier infolge der Verkürzung der letzteren Internodien zwei Ranken direkt aus der Blattachsel entspringen, was sonst nie zutrifft; dem Grundschemata des Sympodiums der Cucurbitaceen widerspricht dies jedoch nicht.

Wenn wir uns in diesem abnormen Sympodium die reduzierten Internodien verlängern, so gestalten sich die Verhältnisse so, wie es auf Fig. 11. schematisch dargestellt ist.

Von anderen Modifikationen des Sympodiums erwähnen wir in erster Reihe einen bei *Bryonia dioica* (Taf. II. Fig. 1.) beobachteten Fall, der schon an und für sich die sympodiale Natur der Stengel der Cucurbitaceen hinreichend beweist. Der ganze Zweig ist vollkommen normal gebaut; in der Achsel eines jeden Blattes finden wir eine Cyme, und neben dem Blatte steht überall eine Ranke. Nur auf einem Internodium sehen wir, dass inmitten desselben aus dem Stengel ein beblätterter Zweig hervorragt, welcher die Hauptachse nachahmt. Auf der Exsertionstelle finden wir keine Spur von einem Blatte oder einer Schuppe, aber wenn wir näher untersuchen, so sehen wir deutlich, wie dasselbe mit dem Hauptstengel zusammenwächst und in die Achsel des nächsten unterstehenden Blattes herabläuft. Dieser Fall, der anscheinend dem morphologischen Grundgesetze, dass eine jede Achse in der Achsel eines Phyllomes entspringen muss, widerspricht, lässt sich nur dadurch erklären, dass es sich wiederum um eine Serialachse handelt, die in unserem Falle der Achsel des unterstehenden Blattes angehört, die aber mit den übrigen Achsen des betreffenden Internodiums nicht bis zu dem nächsten Blatte zusammengewachsen ist und die auch ihre ursprüngliche Form beibehalten hat, indem sie sich in keine Ranke umwandelte.

Ein analoger Fall bei *Bryonia dioica* ist auf der Taf. I. Fig. 3. abgebildet. Auf einem Nodus erschienen hier 3 Ranken, von denen eine (O) neben dem Blatte L und in ungleicher Höhe mit ihm stand, wogegen die zwei anderen auf ihrer Basis zusammengewachsen waren und sich erst ca. $1\frac{1}{2}$ cm oberhalb des Nodus abtrennten und in 2 selbständige Ranken ausgingen. Es ist dies also ein ähnlicher Fall wie der bei *Cyclanthera pedata* beschriebene; dort teilte sich aber die Ranke unterhalb des Nodus von dem Hauptstengel ab.

Bei *Bryonia* konnte man nach dem Herablaufen konstatieren, dass die Ranke O in die Achsel des dritt-unteren Blattes, die Ranken O_1

und O_2 des zweit-unteren gehörten. Die erste Ranke ist also eine normale Achse, die Ranken O_1 und O_2 sind zwei Serialachsen, welche nicht nur miteinander, sondern auch mit der Achse O und ihrer Tochterachse zusammenwachsen, so dass in dem mit dem Blatte L beginnenden Internodium vier Achsen (O, O_1, O_2, O') vorhanden sind.

Einen ähnlichen Fall sah ich auch bei *Cyclanthera pedata* (Fig. 12.), wo auf einem Nodus 2 Ranken erschienen, von welchen eine, wie es gut auf dem unteren, unreizbaren Teile zu bemerken war, aus 2 zusammengewachsen war und auch eine doppelte Zahl von Rankenzweigen trug. Die zusammengewachsenen Ranken gehörten aber nicht einer und derselben Achsel an, sondern die eine lief in die Achsel des dritten unteren Blattes, die andere in jene des vierten herab. Im ersten Internodium bildeten den Stengel die Achsen O und O_1 , im zweiten O_1, O_2 und $\frac{1}{2}O_1'$, im dritten O_2, O_1' , im vierten O_1', O_3, O_4 , im fünften O_4, O_5 u. s. w. Es ist dies also wiederum ein Beispiel einer grösseren Zahl von Serialachsen; zugleich sehen wir, dass eine Regelmässigkeit in dem Zusammenwachsen der überzähligen Achsen nicht existiert.

Von den angeführten Beispielen sind einigermassen die 2 folgenden verschieden:

Bei *Cucurbita Pepo* (Taf. I. Fig. 5.) war der Hauptstengel normal entwickelt, die Blätter befanden sich in der Anordnung nach der genetischen Spirale und in der Achsel eines jeden stand eine Blüte sowie der Axillarspross; neben ihm eine Ranke mit 5—6 Zweigen. Hier entspringen

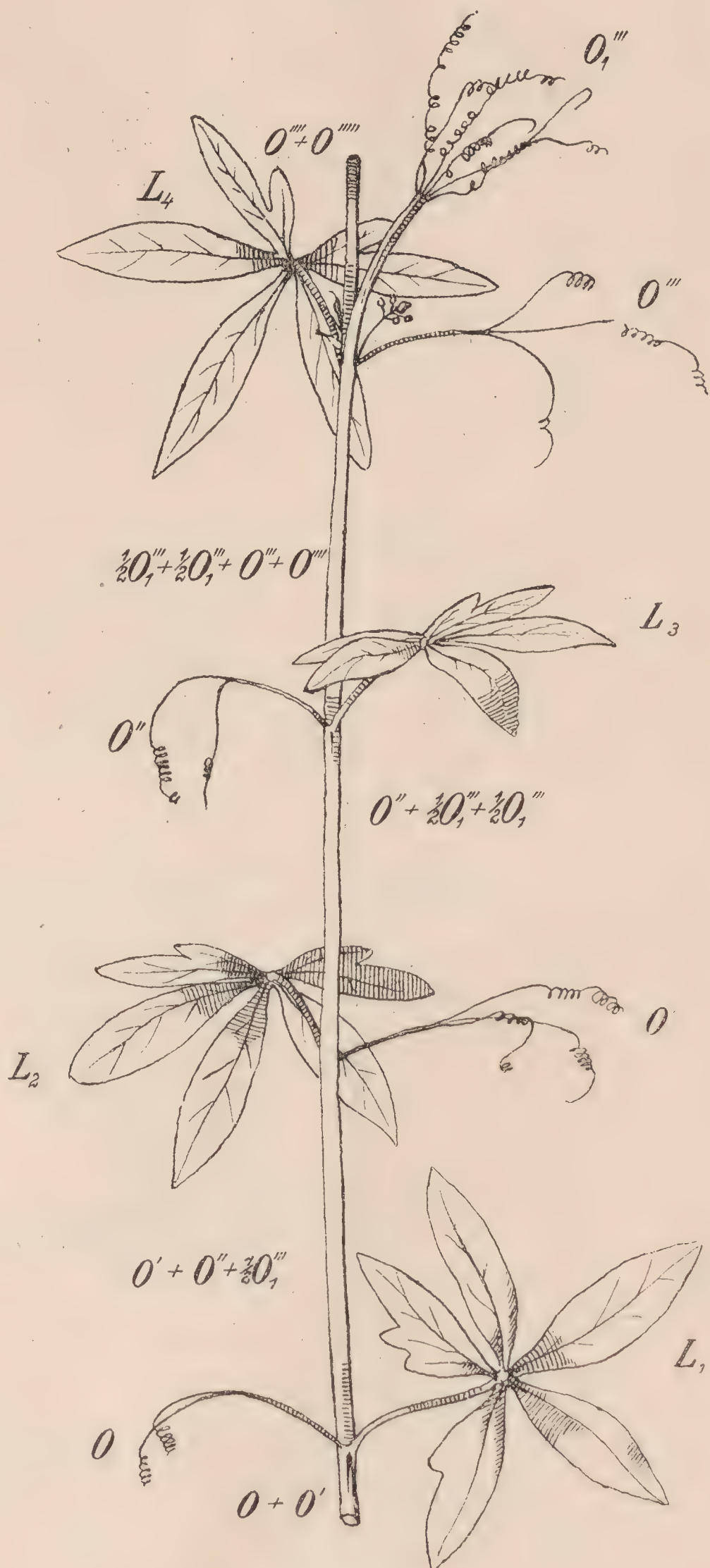


Fig. 12.

Cyclanthera pedata. (S. Text.)



Fig. 13.

Mukia Maderaspatana.
(S. Text.)

nun inmitten eines Internodiums zwei genäherte, normal ausgebildete Ranken und kommt zwischen ihnen eine männliche Blüte hervor, zu welcher deutlich serial ein Axillarspross steht. Die Erklärung für diesen höchst merkwürdigen Fall ist die folgende. Die beiden Ranken mit der Blüte und dem Axillarspross müssen wir für ein Ganzes betrachten, das eine aus der Achsel des Blattes *L* hervorspringende Serialachse darstellt. Diese Achse wuchs mit ihrer Mutterachse *O* und dann mit ihrer Tochterachse *O*₁ zusammen und endet mit der Terminalblüte *K*, zu der zwei Vorblätter (α und β) gehören, die aber gänzlich abortierten. Aus der Achsel dieser Vorblätter entspringen die zwei, in Ranken verwandelte Axillarsprosse. Die Achse *O* ist wiederum serial zu der Blüte *K* gestellt. Es ist dies abermals ein glänzender Beweis für die sympodiale Zusammensetzung der Achsen der Cucurbitaceen, da es sonst unmöglich wäre, dass eine Achse aus einer anderen direkt entspringen könnte.

Der andere Fall war bei *Mukia Maderaspatana* (Fig. 13.), bei der ein Stengel abwechselnd bei einem Blatte keine (!) und dann wiederum 1—3 Ranken hatte. So trägt der erste Nodus keine Ranke, der zweite eine, der dritte 3, der folgende wiederum keine,

der fünfte 2, der sechste 1, der siebente keine, der achte 2; dann folgte schon in jedem Nodus eine Ranke. Das Blatt L hat keine Ranke, neben dem Blatte L_1 steht die Ranke O , die aus der Achsel des an dem Schema nicht mehr dargestellten Blattes hervorgeht. Dann folgen — infolge einer Verkürzung des Internodiums — zwei Blätter nebeneinander, von denen ein jedes in der Achsel seine Blüte und den Axillarspross trägt; zwischen ihnen stehen dann drei Ranken O_1 , O_2 , O_3 . O_1 läuft in die Achsel des Blattes L_1 , O_2 in jene des L und O_3 in die Achsel des weiteren Blattes herab. Die Ranke O_1 mit dem Blatte L_2 geht eigentlich durch 2 Internodien, von denen aber eines stark verkürzt ist. Die Ranke O_2 geht desgleichen durch 2 Internodien; nur die Ranke O_3 , die wahrscheinlich schon bei dem Blatte L hervorragen sollte, geht durch 3 Internodien. Das Blatt L_4 hat keine Ranke, das folgende L_5 aber 2, von denen die Ranke O_4 in die Achsel des Blattes L_2 , die Ranke O_5 in jene des Blattes L_3 herabläuft. Die durch 3 Internodien verlaufende Ranke O_4 sollte eigentlich schon neben dem Blatte L_4 erscheinen; sie ist aber abnorm um ein Internodium höher (gleichfalls wie die Ranke O_3) angewachsen. Das Blatt L_6 hat die Ranke O_6 , die in die Achsel des Blattes L_4 herabläuft. Das Blatt L_7 hat keine Ranke, das folgende Blatt L_8 wiederum 2. Es wiederholt sich somit dasselbe, was bei den Blättern L_4 und L_5 vorkommt. Die Ranke O_7 gehört in die Achsel des Blattes L_5 , die bei dem Blatte L_8 befindliche Ranke O_8 in jene des Blattes L_6 . Die folgenden Blätter L_9 und L_{10} sind wiederum so genähert, dass sie nebeneinander stehen. Zwischen ihnen erscheinen *nebeneinander* und nicht gegenständig 2 an ihrer Basis zusammengewachsene Ranken, die beide in die Achsel des Blattes L_8 herablaufen. Es handelt sich hier offenbar um eine überzählige seriale Achse, so dass eigentlich zu dem Blatte L_{10} keine Ranke gehört. Im folgenden Nodus erscheinen zwar auch 2 Ranken, aber auf den entgegengesetzten Seiten des Blattstieles.

Es ist klar, dass es sich hier mit Ausnahme der Ranke O_9 um eine andere Modifikation des Sympodiums handelt, als wir sie bei *Bryonia*, *Cyclanthera*, *Lagenaria*, *Momordica* etc. beschrieben haben. Die Ranke entspringt hier, abwechselnd durch 2 und dann wiederum durch 3 Internodien verlaufend und wächst somit nicht nur mit ihrer Mutterachse und mit der Tochterachse derselben zusammen, sondern auch noch mit der Tochterachse der Tochterachse oder der Tochterachse 2. Grades. Es kommt hier nicht eine grössere Zahl von Achsen, sondern ein grösseres Zusammenwachsen der normal vorhandenen Achsen in Betracht. Da nun die Ranke abwechselnd über 2 oder 3 Internodien zusammenwächst, so muss immer ein Nodus rankenlos bleiben.

Wir könnten noch eine grosse Anzahl von verschiedenen abnormen Fällen mitteilen, die aber alle ausnahmslos auf das Grundschema des Sympodiums überführt werden können. Es zeigt sich eben, dass es sich hier um eine morphologische Regel handelt, die keine Ausnahme zulässt.

Wir wollen nur noch an einigen Beispielen zeigen, in wie hohem Grade die Neigung zum Zusammenwachsen verschiedener Organe bei den Cucurbitaceen entwickelt ist. Dieses Zusammenwachsen betrifft nicht nur die Axillarorgane, sondern auch die Ranke selbst, wie uns die Fig. 2 und 3 auf der Tafel II. zeigen.

Nicht selten ist die Terminalblüte mit der Inflorescenz verwachsen, bald nur gering, bald aber bis zu dem Fruchtknoten bei der weiblichen Blüte oder bis zu der Gliederung bei der männlichen Blüte. Häufig ist das Zusammenwachsen der Terminalblüte mit dem Axillarspross und dies mitunter bis zu dem ersten Blatte. Manchmal (so z. B. habe ich dies bei *Lagenaria vulgaris* beobachtet) wächst die Terminalblüte nicht nur der Inflorescenz, sondern gleichzeitig auch dem Axillarspross an. Hierbei erleiden die Vorblätter natürlich verschiedene Verschiebungen. Sehr häufig sind verschiedenartige Zusammenwachsungen bei *Momordica* anzutreffen. Eine interessante Verwachsung ist jene zwischen der Terminalblüte, dem Axillarspross und der Ranke.

Am häufigsten treten aber die mannigfaltigsten Zusammenwachsungen bei der *G. Luffa* auf (vgl. Taf. II. Fig. 2 und 3). Nicht selten wächst hier mit dem Axillarspross die Ranke zusammen, und dies bis zum ersten Blatte, so dass es dann den Anschein gewährt, als ob dieselbe aus diesem entspringen würde. Das Zusammenwachsen betrifft entweder ganze Ranken oder nur deren Zweige, ja manchmal verwächst ein Zweig höher als der andere. Manchmal wächst mit dem so zusammengewachsenen Axillarspross nebst der Ranke auch die männliche Blüte, die an der anderen Seite der Inflorescenz angewachsen ist, zusammen.

Auch die Stellung der Vorblätter pflegt variabel zu sein, da sie oft an die Axillargebilde in verschiedener Weise anwachsen. So habe ich z. B. eine Verschiebung und Anwachsung des Vorblattes bis auf den oberen Teil des Fruchtknotens, in einem anderen Falle bis zu der ersten Terminalblüte des Axillarsprosses beobachtet.

Es seien z. B. folgende Beispiele von wiederholter Zusammenwachsung an *Luffa acutangula* angeführt: Die männliche Blüte verwächst teilweise mit dem Axillarspross, mit welchem auch die Ranke zusammenwächst. Infolge dessen wurde das Vorblatt aus dem Winkel des unteren Blattes bis zu der Stelle, wo die Ranke abzweigt, verschoben. Dabei ist mitunter noch eine teilweise Verlaubung des Rankenzweiges zu beobachten.

Ein anderer Fall ist auf der Tafel II. Fig. 5 dargestellt, der folgenderweise erklärt werden muss: in der Achsel des Stützblattes auf dem Hauptstengel entstehen neben dem normalen Axillarspross noch 3 zu dieser Achse serial gestellte und mit ihr zusammengewachsene Achsen. Die eine von den letzteren endet mit der Blüte *k*, die beiden anderen haben sich in die Ranken *a* und *b* umgewandelt. Die Blüte *k* hat nur ein Vorblatt entwickelt (α'), wogegen die andere, bei dieser Blüte erscheinende Braktee (β) als zweites Prophyllum zur Terminalblüte in die Blattachsel gehört.

Die Terminalblüte in der Cyme hat nun zwei Vorblätter, von welchen das erwähnte β durch das Zusammenwachsen der genannten Serialachsen hinaufgeschoben wurde, wogegen α in der Form eines Nektariums in der Blattachsel transversal orientiert steht. Das Vorblatt β ist zum Teil Phyllom, zum Teil Nektarium.

Eine ähnliche Anordnung fand sich auch auf dem folgenden Nodus vor, nur mit dem Unterschiede, dass hier zu dem Axillarsprosse nur 2 Serialachsen angewachsen waren.

Aus allen diesen Beispielen ist die grosse Neigung zum Zusammenwachsen einzelner Organe bei den Cucurbitaceen klar ersichtlich. Es ist dies ein höchst wichtiger Beleg für den morphologischen Wert der Cucurbitaceenachsen, denn wir finden hier, dass das Zusammenwachsen der Achsen zu einer sympodialen Achse, wie sie als eine konstante Regel bei allen Cucurbitaceen auftritt, ihre Analogien in dem abnorm (aber nicht selten) auftretenden Zusammenwachsen der sonst freien Organe findet. Umgekehrt sehen wir, dass in seltenen Fällen auch die sonst stets zusammengewachsenen Achsen sich lostrennen können und als einfache Achsen erscheinen, wie dies z. B. bei *Cyclanthera pedata* beschrieben wurde. Allerdings ist der entgegengesetzte Fall, dass normal freie Elemente zusammenwachsen, viel häufiger anzutreffen.

* * *

Zum Schluss halte ich es für meine angenehme Pflicht, Herrn Professor Dr. Jos. Velenovský, Direktor des botan. Institutes und Gartens der k. k. böhm. Universität, meinen aufrichtigsten Dank auszusprechen für die gütigen Ratschläge, welche er mir während meiner Studien im botanischen Institute erteilte.

Verzeichnis der benützten Literatur.

1. G. Archangeli: Sopra varie monstrosità osservata nella *Cyclanthera pedata* e sui viticci delle Cucurbitacee (Atti del congresso botanico internazionale di Genova). Genova 1893.
2. — : Altre osservazioni sopra alcune Cucurbitacee e sui loro nettarii (Bulletino della Società Botanica Italiana). Firenze 1899.
3. A. Braun: Flora 1842; Flora 1843.
4. — : Morphologie der Cucurbitaceenranke (Sitzungsber. des Ver. Deutscher Naturf. und Aerzte in Hamburg 1876).
5. K. Bley: Über eine abnorm gebildete Kürbis-pflanze (Sitzungsber. der Naturw. Gesellsch. Isis zur Dresden 1877).
6. Brongniart: Bull. Soc. Bot. de Fr. v. XII. 1865.
7. Aug. De Candolle: Organographie II. 1827.
8. Alph. De Candolle: Botanik II. 1838.

9. D. C a u v e t : Note sur la vrille des Cucurbitacées. Bull. Soc. Bot. de Fr. v. XI. 1864.
10. Bull. Soc. Bot. de Fr. v. IV. 1857.
11. A. C h a t i n : Sur la vrille des Cucurbitacées. Bull. Soc. Bot. de Fr. v. XII. 1865.
12. — : Comptes rendus. T. LXII. 1866.
13. D. C l o s : Comptes rendus Acad. Scienc. T. XI. 1855.
14. — : La vrille des Cucurbitacées organe de dédoublement de la feuille. Bull. Soc. Bot. de Fr. v. III. 1856.
15. C o g n i a u x : in De Candolle, Monographiae Phanerog. III. 1881.
16. C h. D a r w i n : On the movements and habits of climbing plants 1865.
17. D e c a i s n e : Bull. Soc. Bot. de Fr. v. II. 1855; v. IV. 1857; v. VII. 1860.
18. J. C h. D ö l l : Rheinische Flora 1843.
19. P. D u c h a r t e : Observations sur les vrilles des Cucurbitacées, Bull. Soc. Bot. de Fr. v. XXII. 1865; XXXIII 184.
20. G. D u t a i l l y : Sur les écailles glandulifères du Luffa in Bull. Soc. Lin. de Paris 1875.
21. — : Recherches organogéniques sur les formations axillaires chez les Cucurbitacées. (Association française pour l'avancement des sciences. Congrès du Havre 1877.)
22. — : Recherches anatomiques et organogéniques sur les Cucurbitacées et les Passiflorées. (Assoc. franç. pour l'avancement des sciences. Congrès du Montpellier 1879.)
23. — : Sur une monstruosité du Bryonia dioica. Ann. de la Soc. Bot. de Lyon VIII. 1879—80.
24. A. W. E i c h l e r : Blüthendiagramme I. 1875.
25. E n g l e r - P r a n t l : Die natürlichen Pflanzenfamilien IV. 5, 1 (Müller und Pax).
26. J. H. F a b r e : De la nature des vrilles des Cucurbitacées. Bull. Soc. Bot. de Fr. v. II. 1855.
27. F e r m o n d : Bull. Soc. Bot. de Fr. v. II. 1855.
28. F r e s e n i u s : Flora 1842.
29. G a s p a r i n i : Annales Sciences Naturelles 1848, ser. 3. v. IX.
30. G o e b e l : Organographie der Pflanzen II. 2 H. 1. Theil. 1900.
31. A c h. G u i l l a r d : Note sur les vrilles des Cucurbitacées, Bull. Soc. de Fr. v. IV. 1857.
32. K i r s c h l e g e r : Flora 1845.
33. T h e m. L e s t i b o u d o i s : Études anatomiques 1840.
34. — : Comptes rendus de l'Acad. franç. II. 1857.
35. — : De la vrille des Cucurbitacées, Compt. rendus 1er sem., t. LXVII. 1868.
36. — : De la vrille des Cucurbitacées, Bull. Soc. Bot. de Fr. v. IV. 1857.
37. L i n k : Elem. Phil. Bot. 2 ed. t. I. 1837.
38. L e M a o u t : Leçons de Bot. t. II.
39. H. M o h l : Über den Bau und d. Winden der Ranken und Schlingpflanzen, VIII. et 157 pages. Tübingen 1827.
40. O t t o M ü l l e r : Untersuchungen über die Ranken der Cucurbitaceen, Cohn's Beiträge IV. 1887.
41. C. N a u d i n : Compt. rendus de l'Acad. franç. II. 1855.
42. — : Observations relatives à la nature des vrilles ... Ann. Sc. Nat. 4 sér. v. VI. 1855.
43. — : Remarques au sujet des observations de M. le Dr. Clos relatives aux vrilles des Cucurbitacées. Bull. Soc. Bot. de Fr. v. IV. 1857.

44. J. P a y e r : Note sur les vrilles des Cucurbitacées. Ann. des Scien. nat. 3 sér. t. III.
45. — : Bull. Soc. Bot. de Fr. v. IV. 1857.
46. O. P e n z i g : Pflanzen-Teratologie I. 1890.
47. A. d e S a i n t - H i l a i r e : Mém. sur les Cucurbitacées et les Passiflorées, Mém. du Museum vol. IX.
48. — : Leçons botanique 1840.
49. S e r i n g e : Mém. sur la fam. des Cucurbitacées. (Mém. de la Soc. Phys. et d'Hist. nat. de Genève, t. III. 1815.)
50. — : Éléments de botanique 1841.
51. A t t. T a s s i : Nuove osserv. sui cirri delle Cucurbitacee. Giornale Botan. Italiano. I. 2. 1844.
52. — : Atti della 5a riunione degli Sc. ital.
53. — : Note sur les vrilles des Cucurbitacées, Bull. Soc. Bot. de Fr. v. IV. 1857.
54. L. T r e v i r a n u s : Flora 1842.
55. V a n T i e g h e m : Sur quelques points de l'anatomie des Cucurbitacées par M. Th. V. T. Bull. Soc. Bot. de Fr. v. XXIX. 1882.
56. J o s. V e l e n o v s k ý : Vergleichende Morphologie der Pflanzen, II. Teil. — Prag 1907.
57. E u g. W a r m i n g : Et par Ord om Cucurbitaceernes Slynghtraad (extrait des Videnkabelige Meddelelser fra den naturhistoriske Forenig in Kjobenhawn, dcéembre 1870, sep. 9 p., 1 t.).
58. — : Smaa biologiske og morfologiske Bidrag (Botan. Tidsskript. 3. Reihe, 2. Band 1877).
59. H. W y d l e r : Kleinere Beiträge zur Kenntnis einheimischer Gewächse. Flora 1860.

ERKLÄRUNG DER TAFELN.

TAFEL I.

Fig 1. *Luffa acutangula*: Die Achse *O* trägt das Blatt *L*, in dessen Achsel sich ein dichasiales Cyma bestehend aus der ♀ Terminalblüte, mit den Vorblättern α und β , von welchen hier aber nur β in der Form eines Nektariums entwickelt ist, befindet. In dem Winkel dieses Vorblattes steht die schraubelartige Inflorescenz, in dem Winkel des zweiten unentwickelten Vorblattes der Axillarspross *Ax*. Neben dem Blatte steht die in die Achsel des dritten unteren Blattes herablaufende Ranke.

Fig. 2. *Luffa acutangula*: Das Diagramm zu der Fig. 1.

Fig. 3. *Bryonia dioica*: Auf dem 3. Nodus erscheinen hier 3 Ranken, von denen die Ranke *O* neben dem Blatte *L* hervorspringt, wogegen die beiden anderen (O_1 , O_2) zusammenwachsen und sich erst $1\frac{1}{2}$ cm oberhalb des Nodus von dem Hauptstengel trennen. Näheres s. im Text.

Fig. 4. *Cucurbita Pepo*, bei der auf einem Nodus 2 Ranken stehen. Die Achse *O* trägt das Blatt *L*, in dessen Achsel in der Mitte die ♀ Blüte, auf einer Seite die ♂ Inflorescenz, auf der anderen der Axillarspross *ax* steht. Neben dem Blatte *L* springt die Ranke O_1 hervor, wogegen die andere Ranke *O* sich schon unterhalb des Nodus trennt. Näheres s. im Text.

Fig. 5. *Cucurbita Pepo* mit zwei inmitten eines Internodiums hervorspringenden Ranken. Näheres s. im Text.

TAFEL II.

Fig. 1. *Bryonia dioica*: Die aus der Achsel des Blattes *L* emporwachsende Serialachse *O* wächst mit dem Internodium zusammen und teilt sich erst ungefähr in der Mitte von demselben ab.

Fig. 2. *Luffa acutangula*: Die Achse *O* hat das Blatt *L*, in dessen Achsel die ♀ Blüte und der Axillarspross *ax* steht, zu welchem der ganze Rankenstiel und ihr Zweig *a* und zum grösseren Teile *c* (aber in ungleicher Höhe) angewachsen ist, während der Zweig *b* frei steht; das Vorblatt ist mit α bezeichnet.

Fig. 3. *Luffa acutangula*: Die ♀ Blüte, der Axillarspross *ax* und die Ranke wachsen auf ihrer Basis in dem abgebildeten Blattwinkel zusammen. Von den Rankenzweigen ist der eine (*b*) frei, während der andere (*a*) mit dem Axillarspross beinahe über ein ganzes Internodium zusammenwächst.

Fig. 4. *Luffa acutangula*: Die Achse *O* trägt das Blatt *L*, in dessen Achsel die ♀ Blüte mit dem Vorblatt α , die ♂ Inflorescenz und der Axillarspross *Ax* steht. Die Ranke wächst mit ihrem ganzen Stiel und z. T. auch mit ihren Zweigen *a* und *b* mit dem Axillarspross zusammen; der Zweig *b* teilt sich erst oberhalb des Blattes *L'* ab und trägt auf seinem Ende eine halbentwickelte Spreite. Das Vorblatt β ist aus der Achsel des Blattes *L* verschoben. Neben dem Blatte *L'* springt die Ranke *u* hervor, die gleichfalls mit dem in der Achsel des Vorblattes α' stehenden Axillargebilde zusammenwächst. Näheres s. im Text.

Fig. 5. *Luffa acutangula*. Die Achse *O* trägt das Blatt *L*, in dessen Achsel die ♀ Blüte, die ♂ Inflorescenz und der Axillarspross *Ax* stehen. Zu der ♀ Blüte gehören die Vorblätter α (in der Achsel des Blattes *L*) und β (verschoben bis zu der Blüte *k*.) Die Blüte *k* hat nur ein entwickeltes Vorblatt (α'). Neben der Blüte *k* stehen die Ranken *a* und *b*. Näheres s. im Text.

TAFEL III.

Oben: Ein Zweig *Cucumis anguria* mit verlaubten Ranken (*a, b, c, d*). Es ist zu sehen, wie sich die Rankenzweige allmählich in normale Blätter verwandeln.

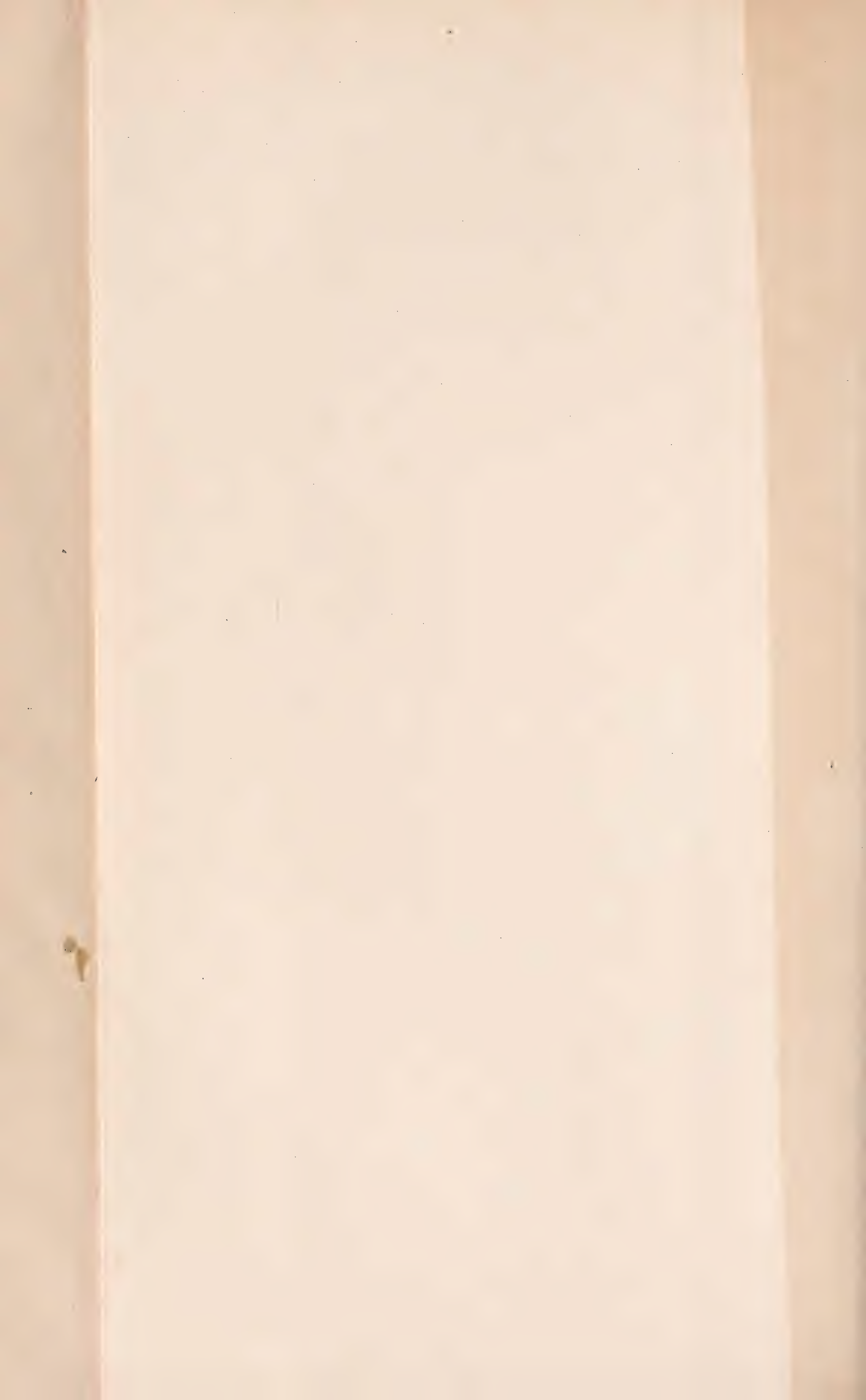
Unten: Einzelne verlaubte Ranken derselben Pflanze.













Ein Beitrag zur Bahnbestimmung der Kometen aus drei Positionen.

Von

Gustav Gruss.

Vorgelegt am 19. April 1907.

Wird die Distanz des Kometen von der Erde für die *erste* und *dritte* Beobachtungszeit mit Δ_1 und Δ_3 bezeichnet, werden ferner die Radienvektoren des Kometen mit r_1, r_2, r_3 bezeichnet und die Beobachtungszeiten mal Gauss'sche Konstante k :

$$k(t_3 - t_1) = \tau_2, \quad k(t_3 - t_2) = \tau_1, \quad k(t_2 - t_1) = \tau_3; \quad \tau_2 = \tau_1 + \tau_3;$$

so wird

$$r_1^2 = R_1^2 - 2 R_1 \Delta_1 \cos \psi_1 + \Delta_1^2, \quad \cos \psi_1 = \cos \beta_1 \cos (\Theta_1 - \lambda_1);$$

$$r_3^2 = R_3^2 - 2 R_3 \Delta_3 \cos \psi_3 + \Delta_3^2, \quad \cos \psi_3 = \cos \beta_3 \cos (\Theta_3 - \lambda_3);$$

wobei

$$R_1, R_2, R_3; \Theta_1, \Theta_2, \Theta_3; \text{ und } \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3; \beta_1, \beta_2, \beta_3;$$

die Radienvektoren und Längen der Sonne, — Längen und Breiten des Kometen — für die Zeiten t_1, t_2, t_3 bedeuten.

Wird Δ_3 in der Form:

$$\Delta_3 = M \Delta_1$$

eingeführt, wobei

$$M = \frac{R_3 \sin (\Theta_3 - \Theta_2) \cos \beta_1}{R_1 \sin (\Theta_2 - \Theta_1) \cos \beta_3} \cdot \frac{\operatorname{tg} \beta_2 \sin (\lambda_1 - \Theta_2) - \operatorname{tg} \beta_1 \sin (\lambda_2 - \Theta_2)}{\operatorname{tg} \beta_3 \sin (\lambda_2 - \Theta_2) - \operatorname{tg} \beta_2 \sin (\lambda_3 - \Theta_2)},$$

so wird, für den Fall

$$\tau_1 = \tau_3,$$

für das Quadrat der Sehne zwischen dem *ersten* und *dritten* Orte des Kometen die Beziehung:

$$K^2 = \frac{2\tau_2^2}{\Re_2} \dots \dots \dots m)$$

erhalten, wo \Re_2 der Radiusvektor für die Zeit $\frac{t_1 + t_3}{2}$ bedeutet.

Wir haben dann:

$$r_1^2 = R_1^2 - 2 R_1 \Delta_1 \cos \beta_1 \cos (\Theta_1 - \lambda_1) + \Delta_1^2,$$

$$r_3^2 = R_3^2 - 2 R_3 \Delta_1 M \cos \beta_3 \cos (\Theta_3 - \lambda_3) + \Delta_1^2 M^2,$$

$$K^2 = R_1^2 + R_3^2 - 2 R_1 R_3 \cos (\Theta_3 - \Theta_1) + \Delta_1 [2 M R_1 \cos \beta_3 \cos (\Theta_1 - \lambda_3) + \\ + 2 R_3 \cos \beta_1 \cos (\Theta_3 - \lambda_1) - 2 R_1 \cos \beta_1 \cos (\Theta_1 - \lambda_1) - 2 R_3 M \cos \beta_3 \cos (\Theta_3 - \lambda_3)] + \\ + \Delta_1^2 [1 + M^2 - 2 M (\sin \beta_1 \sin \beta_3 + \cos \beta_1 \cos \beta_3 \cos (\lambda_1 - \lambda_3))].$$

Aus der Beziehung *m)* folgt:

$$\frac{K^2}{\tau_2^2} = \frac{2}{\Re_2} = A' + B' \Delta_1 + C' \Delta_1^2.$$

Bei Zwischenzeiten nur weniger Tage bei Berechnung einer Anfangsbahn und sind die Zwischenzeiten nicht sehr verschieden ($\tau_1 \doteq \tau_3$), ist gestattet zu setzen sehr genähert:

$$\Re_2^2 = \frac{1}{2} (r_1^2 + r_3^2) = \frac{R_1^2 + R_3^2}{2} - \Delta_1 [R_1 \cos \beta_1 \cos (\Theta_1 - \lambda_1) + \\ + R_3 M \cos \beta_3 \cos (\Theta_3 - \lambda_3)] + \Delta_1^2 \cdot \frac{1 + M^2}{2};$$

oder

$$\Re_2^2 = A + B \Delta_1 + C \Delta_1^2.$$

Zur Ermittlung der geocentrischen Distanzen Δ_1 , und $\Delta_3 = M \Delta_1$ dienen also zwei Gleichungen:

$$\Re_2^2 = A + B \Delta_1 + C \Delta_1^2 \dots \dots \dots a)$$

$$\frac{2}{\Re_2} = A' + B' \Delta_1 + C' \Delta_1^2 \dots \dots \dots b)$$

Th. Lohnstein hat in den Astronomischen Nachrichten Band 119 p. 99 et seq. gezeigt, wie man eine *untere* und eine *obere* Grenze für Δ_1 ableiten kann und wie auf Grund der Kenntniss der beiden Grenzen für Δ_1 Näherungswerte für r_1 und r_3 verschafft werden können.

Wir lösen die Gleichungen *a)* und *b)* indirect auf. Wird der *Minimalwerth* von \Re_2 aus der Gleichung *a)* bestimmt und hierauf in die Gleichung *b)* eingesetzt, dann ergibt sich ein genäherter Wert für Δ_1 aus der quadratischen Gleichung *b)*; wird der genäherte Wert Δ_1 in die Gleichung *a)* eingeführt, so gewinnt man einen *exakteren* Wert für \Re_2 , welcher einen

so erhält man:

$$2 \sqrt{r_1 r_3} \sin f = \sqrt{2q} (\sqrt{r_1 + r_3 + K} \mp \sqrt{r_1 + r_3 - K}).$$

(Das *obere* Zeichen für $\sin 2f = v_3 - v_1 < 180^\circ$, das *untere* für $v_3 - v_1 > 180^\circ$.)

Aus der Parabelgleichung folgt:

$$\sin v = \frac{\sqrt{p}}{r} \sqrt{2r - p},$$

und durch Differenziation:

$$\frac{r \, dv}{\sqrt{p}} = \frac{dr}{\sqrt{2r - p}},$$

welche Relation verbunden mit der Beziehung für Flächengeschwindigkeit:

$$r^2 \frac{dv}{dt} = k \sqrt{p}$$

folgende Differentialgleichung:

$$\frac{r \, dr}{\sqrt{2r - p}} = k \, dt \quad \dots \dots \dots A)$$

ergibt.

Die Integration führt zu der Formel:

$$\begin{aligned} \int_{r_1}^{r_3} \frac{r \, dr}{\sqrt{2r - p}} &= k (t_3 - t_1) = \left[\frac{1}{6} \sqrt{(2r - p)^3} + 3p \sqrt{2r - p} \right]_{r_1}^{r_3} = \\ &= \int_{r_1}^{r_3} \frac{\sqrt{2r - p}}{3} (r + p) = \left(\sqrt{(2r_3 - p)(r_3 + p)} - \sqrt{(2r_1 - p)(r_1 + p)} \right) \frac{1}{3} \end{aligned}$$

Wählt man da

$$r_3 = q = \frac{p}{2},$$

so erreicht man:

$$(r_1 + p) \sqrt{2r_1 - p} = 3k (t_1 - T) \dots \dots \dots 2),$$

T ist die Zeit des Durchganges des Kometen durch das Perihel.

Die Parabelgleichung gibt sofort die *wahre* Anomalie v_1 und v_3 mittelst der Formeln:

$$\left. \begin{aligned} \cos \frac{v_1}{2} &= \sqrt{\frac{q}{r_1}}, \quad \cos \frac{v_3}{2} = \sqrt{\frac{q}{r_3}}; \\ \sin \frac{v_1}{2} &= \sqrt{\frac{2r_1 - p}{2r_1}}, \quad \sin \frac{v_3}{2} = \sqrt{\frac{2r_3 - p}{2r_3}}; \\ \operatorname{tg} \frac{v_1}{2} &= \sqrt{\frac{2r_1 - p}{p}}, \quad \operatorname{tg} \frac{v_3}{2} = \sqrt{\frac{2r_3 - p}{p}}. \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 3)$$

Folgende Formeln ergeben die wahren Anomalien v , wenn die Radiusvektoren r bereits bekannt sind:

$$\cos v = \frac{p - r}{r}, \quad \sin v = \frac{\sqrt{2r - p}}{r} \sqrt{p}, \quad \operatorname{tg} v = \frac{\sqrt{p(2r - p)}}{p - r}.$$

Mittelst Integration der Formel A) zwischen den Grenzen r_2 und r_1 wird die Gleichung

$$(r_2 - q)^{\frac{3}{2}} + 3q(r_2 - q)^{\frac{1}{2}} - n = 0$$

gewonnen, n bezeichnet den Ausdruck

$$(r_1 - q)^{\frac{3}{2}} + 3q(r_1 - q) + \frac{3k(t_2 - t_1)}{\sqrt{2}} = n.$$

Wird in der obigen Gleichung

$$r_2 - q = t^2$$

gesetzt, so folgt zur Bestimmung des Radiusvektors r_2 die kubische Gleichung:

$$t^3 + 3qt - n = 0.$$

Gewöhnlich wird bis auf dritte Potenzen kleiner Zwischenzeiten genau der Ausdruck

$$\tau_1 r_1^2 + \tau_3 r_3^2 = \tau_2 r_2^2 + \frac{\tau_1 \tau_2 \tau_3}{r_2}$$

erwähnt.

Aus der Formel A) können verschiedene Ausdrücke abgeleitet werden, welche bei Berechnung einer provisorischen Bahn gute Dienste leisten:

$$\frac{dr}{dt} = \frac{k}{r} \sqrt{2r - p}, \quad \log k = 8.2355814;$$

$$q = \frac{p}{2} = r - \frac{1}{2} \frac{r^2}{k^2} \left(\frac{dr}{dt} \right)^2;$$

$$\sqrt{p} \operatorname{tg} \frac{v}{2} = \sqrt{2r - p} = \frac{r}{k} \frac{dr}{dt} = \frac{1}{2k} \frac{dr^2}{dt}, \quad \log 2k = 8.5366114.$$

Die *heliocentrischen* Koordinaten $l_1, l_3; b_1$ und b_3 und r_1 und r_3 werden aus den bekannten Gleichungen erhalten. Hierauf folgt die Berechnung der Elemente der Bahnlage: der Neigung i und der Knotenlänge Ω durch die Formeln:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} i \sin (l_1 - \Omega) &= \operatorname{tg} b_1 \\ \operatorname{tg} i \cos (l_1 - \Omega) &= \frac{\operatorname{tg} b_3 - \operatorname{tg} b_1 \cos (l_3 - l_1)}{\sin (l_3 - l_1)} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 4)$$

Für $l_3 - l_1 > 0, i < 90^\circ$; für $(l_3 - l_1) < 0, i > 90^\circ$.

Die Argumente der Breiten u_1 und u_3 geben die Formeln:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} u_1 &= \frac{\operatorname{tg} (l_1 - \Omega)}{\cos i} = \frac{\operatorname{tg} b_1}{\sin i \cos (l_1 - \Omega)} \\ \operatorname{tg} u_3 &= \frac{\operatorname{tg} (l_3 - \Omega)}{\cos i} = \frac{\operatorname{tg} b_3}{\sin i \cos (l_3 - \Omega)} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 5)$$

Ist die Breite *positiv*, dann liegt u zwischen 0° und 180° ; ist die Breite *negativ*, liegt u zwischen 180° und 360° . — Nachdem die wahren Anomalien v und die Argumente der Breite u bekannt sind, folgt unmittelbar *die Distanz des Perihels vom Knoten* w :

$$w = u_1 - v_1 = u_3 - v_3; \quad u_3 - u_1 = v_3 - v_1; \quad v_3 = v_1 + (u_3 - u_1) \dots \dots 6)$$

Die *Perihellänge* π gibt die Gleichung:

$$\pi = w + \Omega \dots \dots \dots 7)$$

Ist $f = \frac{1}{2} (v_3 - v_1) = \frac{1}{2} (u_3 - u_1)$ bestimmt, so gibt auch das folgende Gleichungssystem:

$$\begin{aligned} \frac{\cos \frac{v_1}{2}}{\sqrt{q}} &= \frac{1}{\sqrt{r_1}} \\ \frac{\sin \frac{v_1}{2}}{\sqrt{q}} &= \frac{1}{\sqrt{r_1}} \cotg \frac{1}{2} (u_3 - u_1) - \frac{1}{\sqrt{r_3}} \operatorname{cosec} \frac{1}{2} (u_3 - u_1) \\ \frac{\cos \frac{v_3}{2}}{\sqrt{q}} &= \frac{1}{\sqrt{r_3}} \\ \frac{\sin \frac{v_3}{2}}{\sqrt{q}} &= \frac{1}{\sqrt{r_3}} \cotg \frac{1}{2} (u_3 - u_1) - \frac{1}{\sqrt{r_1}} \operatorname{cosec} \frac{1}{2} (u_3 - u_1). \end{aligned}$$

die wahren Anomalien v und die Periheldistanz q .

Dem *mittleren* Orte für die Zeit t_2 wird genüge getan auf *bekannte* Weise.

Der Barkerschen Tabelle wird mit dem Argumente $M_2 = \frac{C (t_2 - T)}{q^{\frac{3}{2}}}$,
 $\log C = 9.9601277$, die wahre Anomalie v_2 entnommen, worauf r_2 folgt
 aus der Beziehung:

$$r_2 = \frac{q}{\cos^2 \frac{1}{2} v_2},$$

das Argument der Breite u_2 wird aus

$$u_2 = v_2 + w$$

erhalten.

Schliesslich gibt folgendes System von Gleichungen:

$$\begin{aligned} \Delta_2 \cos \beta_2 \cos (\lambda_2 - \Omega) &= r_2 \cos u_2 - R_2 \cos (L_2 - \Omega), \\ \Delta_2 \cos \beta_2 \sin (\lambda_2 - \Omega) &= r_2 \sin u_2 \cos i - R_2 \sin (L_2 - \Omega), \\ \Delta_2 \sin \beta_2 &= r_2 \sin u_2 \sin i; \end{aligned}$$

die mittlere Distanz Δ_2 , die mittlere Länge λ_2 und die mittlere Breite β_2 .

Derart *errechnete* Koordinaten λ_2 und β_2 müssen genügen der Gleichung:

$$\frac{\operatorname{tg} \beta_2}{\sin (\lambda_2 - L_2)} = \operatorname{tg} J = \frac{\operatorname{tg} (\beta_2)}{\sin ((\lambda_2) - L_2)},$$

(λ_2) und (β_2) sind beobachtete Länge und Breite des Kometen zur mittleren Zeit t_2 .

Über allgemeine Differenzenformeln der sphärischen Aberration.

Von **Fr. Nušl.**

(Mit 7 Abbildungen.)

Vorgelegt am 18. Mai 1906.

Im Jahre 1866 veröffentlichte Dr. L. v. Seidel in den „*Sitzungsberichten der math.-physikalischen Classe der kgl. bayer. Akademie der Wissenschaften*“ eine Lösung des allgemeinen Falles der Brechung des Lichtes an einem beliebigen zentrierten Systeme von sphärischen Flächen. Am Ende seiner Abhandlung ist folgende Anmerkung beigefügt:

„Die vorstehenden Rechnungsvorschriften (welche natürlich auch den speciellen Fall eines in der Axenebene gelegenen Strahles mit umfassen) schliessen sich in ihrer Gestalt sehr nahe denjenigen an, welche für den eben gedachten besondern Fall im allgemeinen Gebrauch sind. Ich muss indessen zum Schlusse bemerken, dass ich für die eigentlich angemessene (d. h. der Natur der Aufgabe am besten entsprechende) Art, in oder ausser der Axenebene den Gang des Lichtes durch optische Apparate rechnerisch zu verfolgen, eine wesentlich andere halte, nach welcher man direkt nicht die ganzen Grössen sucht, welche die Lage eines Strahles nach beliebig viel Brechungen bestimmen, sondern nur ihre Abweichungen von denjenigen Werthen, die nach den Näherungsformeln (ersten Grades) stattfinden würden. Nach diesem Verfahren hat man nur mit kleinen Grössen zu agiren, die durch wenige Decimalen genau genug gefunden werden, weil sie unmittelbar das repräsentiren, was uns im optischen Bilde als Fehler erscheint. Auch diese Behandlung der Aufgabe ist eleganter Ausdrücke fähig, welche in einer ganz analogen Beziehung zu denjenigen der früher von mir entwickelten Fehler dritter Ordnung (im allgemeinen Falle des Raumes) stehen, wie die „Gleichungen mit endlichen Differenzen“ zu den Differentialformeln. Indessen entfernt sich das ange-deutete Verfahren ziemlich stark von der rechnerischen Gewohnheit der

Optiker, deren praktisches Bedürfnis ich bei der gegenwärtigen Publikation zunächst im Auge habe; ich verspare daher das Nähere für eine andere Gelegenheit.“

Diese Anmerkung wird in der Literatur der geometrischen Optik mehrmals zitiert. Zuletzt im Buche von M. von Rohr „Die Theorie der optischen Instrumente“ Band 1, Berlin 1904, pag. 82, bei Gelegenheit der Ableitung von A. Kerberschen Differenzenformeln, welche derselbe in seinen „Beiträgen zur Dioptrik“, erstes Heft, Leipzig, Selbstverlag 1895, aber nur für den besonderen Fall von Achsenstrahlen angegeben hatte. M. von Rohr bemerkt dazu, dass eine allgemeine Lösung noch fehlt, obwohl es sehr wahrscheinlich sei, dass Seidel die betreffenden allgemeinen Formeln ableitete, aber nicht veröffentlichte.

Im folgenden sind diese Differenzenformeln für den allgemeinen Fall von außeraxialen Strahlen abgeleitet.

Die Lage und Richtung der Strahlen soll wie bei Seidel durch vier Koordinaten bestimmt sein U, ξ, τ, π .

U ist der Radiusvektor des Durchstoßungspunktes mit der Mittelpunktstransversalebene und wird stets positiv gerechnet. ξ ist der zugehörige Positionswinkel von oben rechts herumgerechnet, von 0° bis 360° mit dem Zeiger einer Uhr übereinstimmend, dessen Gradteilung durch einfallende Strahlen beleuchtet wäre.

U und ξ sind daher die ebenen Polarkoordinaten des erwähnten Durchstoßungspunktes in der Mittelpunktstransversalebene. τ und π haben analoge sphärische Bedeutung an der beleuchteten Oberfläche der brechenden Sphäre für den Endpunkt eines zum Strahle parallelen Halbmessers. τ ist der sphärische Radiusvektor dieses Punktes und wird so wie U immer positiv gerechnet. π ist der zugehörige Positionswinkel in demselben Sinne wie ξ von 0° bis 360° positiv gerechnet.

U und ξ bestimmen also die Lage, τ und π die Richtung des Strahles.

Zu jeder brechenden Fläche gehören nun ein in der Richtung τ, π einfallender Strahl und ein gebrochener Strahl τ', π' . Beide liegen mit dem Einfallslot in einer gemeinsamen *Brechungsebene*. Diese geht somit durch den Mittelpunkt der Sphäre und schneidet die Mittelpunktstransversalebene in einer Geraden, welche den Mittelpunkt mit den beiden Durchstoßungspunkten des einfallenden und des gebrochenen Strahles verbindet, oder in Koordinaten ausgedrückt: mit den Punkten (U, ξ) und (U', ξ) .

Gegeben sind gewöhnlich die Koordinaten des an der vorhergehenden Fläche gebrochenen Strahles U', ξ, τ', π' , bezogen auf den Mittelpunkt derselben vorhergehenden Fläche, was durch unterstrichene Buchstaben angedeutet werden soll, durch welche Bezeichnungsart überhaupt auch in allen folgenden Formeln diejenigen Ausdrücke und Größen hervorgehoben werden sollen, welche sich auf den Mittelpunkt der vorhergehenden brechenden Fläche als den Koordinatenanfang beziehen.

Aus den gegebenen Größen werden zuerst die Koordinaten desselben gebrochenen Strahles, bezogen aber auf die neue Mittelpunktsebene, berechnet, oder anders gesagt: es werden die Koordinaten des auf die nächstfolgende Fläche einfallenden Strahles berechnet. Die Richtung des Strahles wird bei diesem Übergange nicht geändert, so dass

$$\begin{aligned}\tau &= \tau' \\ \pi &= \pi'\end{aligned}$$

Aber die Koordinaten der Lage U, ξ sind von der Entfernung \underline{C} der neuen Mittelpunktsebene von der vorausgehenden abhängig und müssen

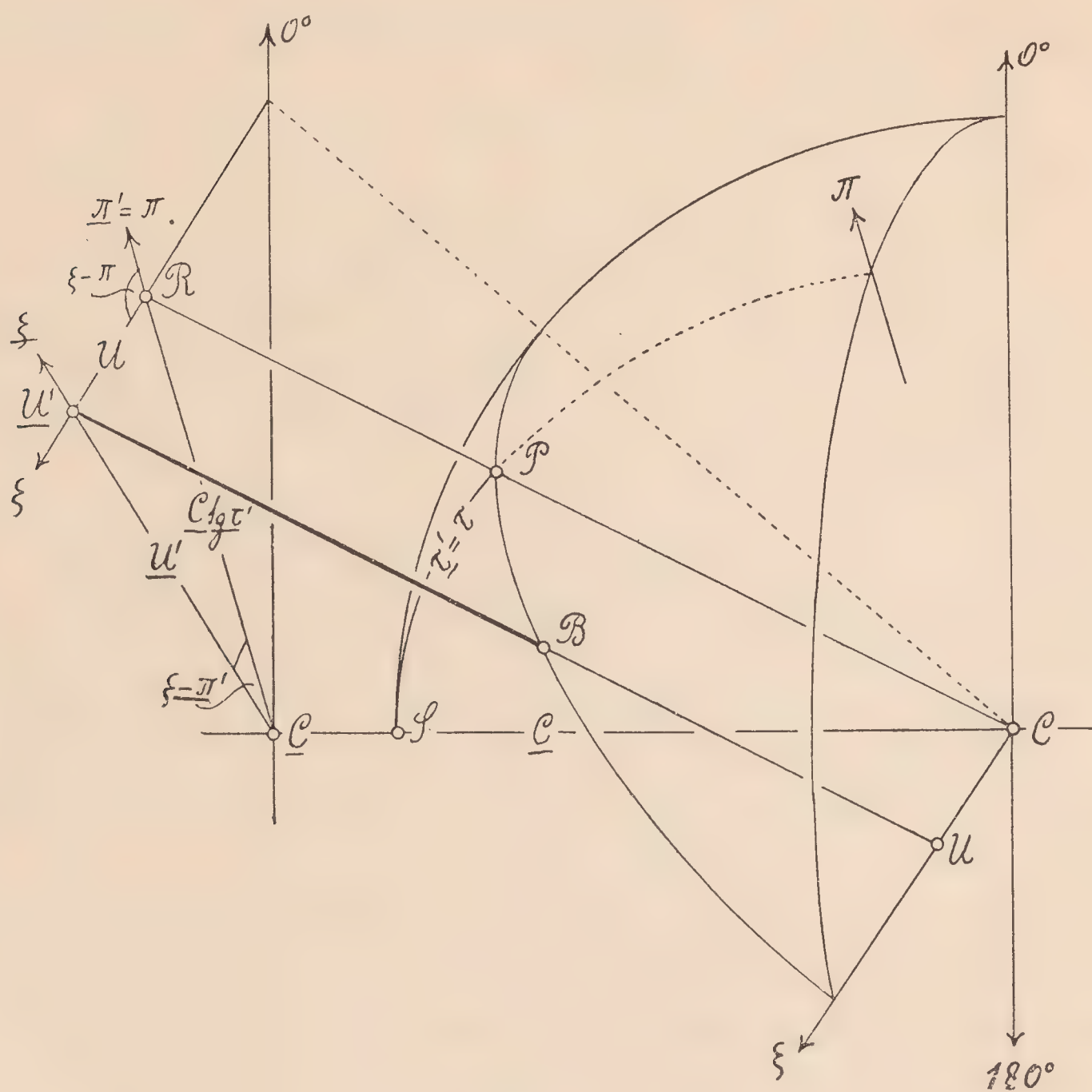


Fig. 1.

berechnet werden. Die betreffenden Formeln werden gewöhnlich *Übergangsformeln* genannt.

Bei der Brechung werden von den Koordinaten des einfallenden Strahles U, τ, π in U', τ', π' übergehen, während der Positionswinkel ξ ungeändert bleibt; weil Einfallsebene und Brechungsebene zusammenfallen. Dieser Teil der Rechnung ist durch die *Brechungsformeln* bestimmt.

Der einfallende Strahl $\underline{U'U}$ (Fig. 1.) zusammen mit dem parallelen Halbmesser PC bestimmen in der vorausgehenden Mittelpunktsebene das Dreieck $\underline{CU'R}$, dessen Seiten und Winkel ganz einleuchtend durch die

folgenden vier Seidelschen Übergangsformeln mit einander und mit den neuen Bestimmungsstücken des einfallenden Strahles zusammenhängen

$$\tau = \tau' \quad (1)$$

$$\pi = \pi' \quad (2)$$

$$U \sin(\zeta - \pi) = U' \sin(\xi - \pi') \quad (3)$$

$$U \cos(\zeta - \pi) = U' \cos(\xi - \pi') - C \operatorname{tg} \tau' \quad (4)$$

Behufs Ableitung der Brechungsformeln mögen in der Brechungsebene einige Hilfswinkel eingeführt werden, und zwar die Konvergenzwinkel u

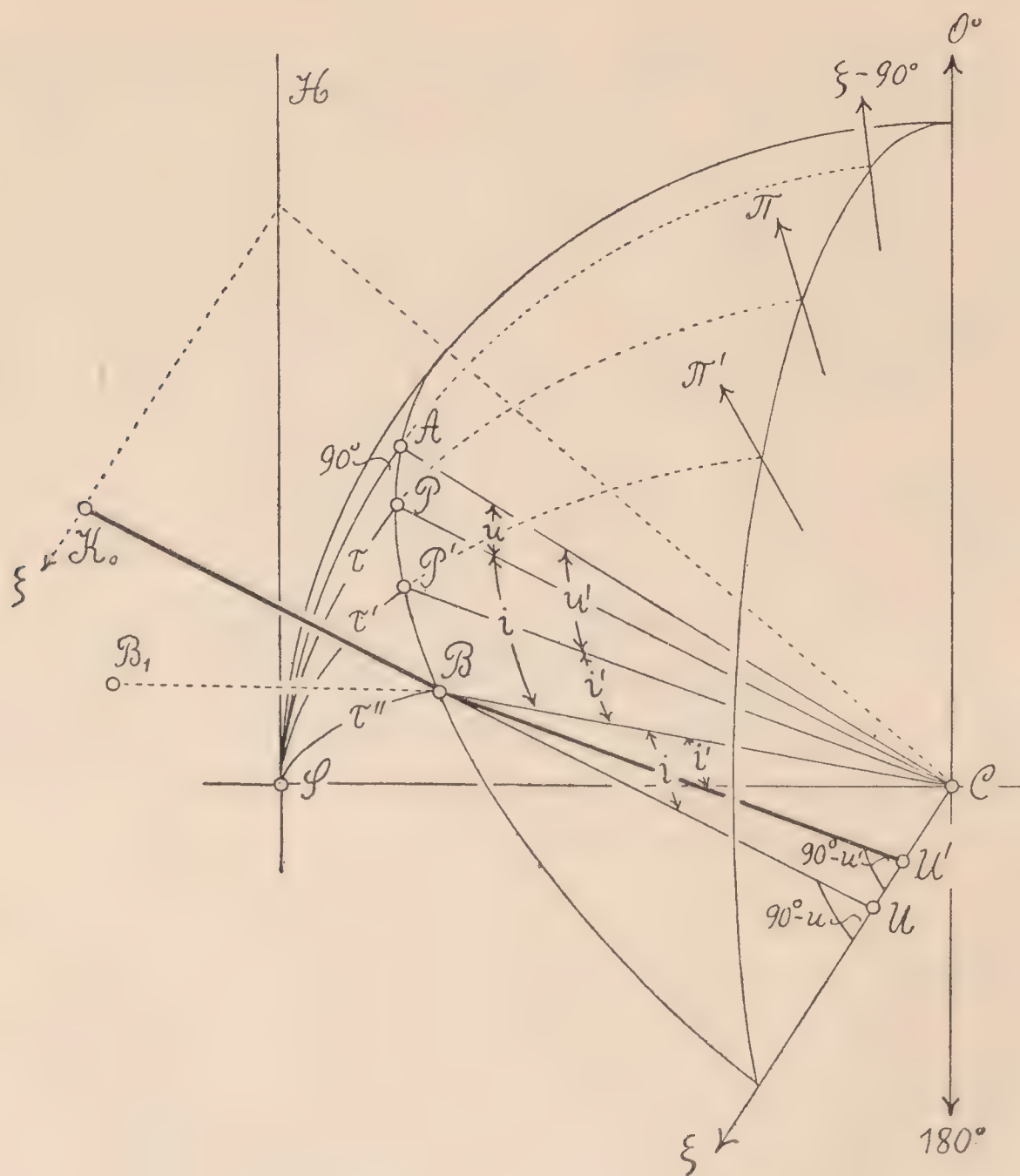


Fig. 2.

und u' , die der einfallende und gebrochene Strahl mit der Hilfsachse CA (Fig. 2.) bildet, welche in der Brechungsebene senkrecht zu U steht, und die Einfalls und Brechungswinkel i, i' , die der einfallende und gebrochene Strahl mit dem Einfallslote CB schließt. Dabei gilt die Bedingung

$$i + u = i' + u'$$

Die Richtungsänderung des Strahles durch Brechung wird Ablenkung δ genannt und mittelst der Gleichung

$$\delta = i - i'$$

definiert.

Zur vollständigen Bestimmung aller eingeführten fünf Hilfsgrößen sind außer diesen zwei Gleichungen noch weitere drei nötig. Zwei gibt der Sinussatz, angewendet auf das sphärische rechtwinkelige Dreieck $S A P$ und auf das ebene Dreieck $B C U$. Die dritte Gleichung folgt aus dem Brechungsgesetze.

$$\sin u = \sin \tau \cos (\zeta - \pi) \quad [\sin \tau = \sin \tau'] \quad (5)$$

$$\sin i = \frac{U}{R} \cos u \quad (6)$$

$$\sin i' = \frac{n}{n'} \sin i \quad (7)$$

Alle diese Winkel sind nur kleine Größen, so daß ihre Bestimmung durch Sinusfunktion hinreichend genau ist. Was die Quadranten anbelangt, so ist ihre Festsetzung bei Hilfsgrößen ganz beliebig, nur muß sie, wenn einmal in einer Weise eingeführt, dann konsequent bei allen folgenden Rechnungen beibehalten werden. Am geeignetsten scheint folgende Wahl zu sein. Bei der Lösung der Gleichung (5) wird der erste Hilfswinkel u so gewählt, daß $\cos u$ dasselbe Vorzeichen habe wie R , also positives oder negatives, je nachdem die Brechung an einer konvexen oder konkaven Fläche geschieht. Dadurch sind $\sin i$ und $\sin i'$ den Gleichungen (6) (7) gemäß positiv, so daß i, i' immer im ersten Quadranten gewählt werden können. Die zwei übrigbleibenden Hilfsgrößen δ und u' sind dann schon durch die Seite 6 angeführten und hier nur wenig abgeänderten Gleichungen (8) (9) ganz eindeutig bestimmt:

$$\delta = i - i' \quad (8)$$

$$u' = u + \delta \quad (9)$$

Die eigentlichen Brechungsformeln können auf die einfachste Weise aus den sphärischen rechtwinkligen Dreiecken $S A P$, $S A P'$ und dem ebenen Dreiecke $C B U'$ abgeleitet werden. Die beiden genannten sphärischen Dreiecke haben eine gemeinschaftliche Kathete $S A$, im ebenen Dreiecke sind eine Seite und zwei Winkel bekannt, so daß die folgenden Gleichungen Geltung haben

$$\sin S A = \operatorname{tg} u \operatorname{tg} (\zeta - \pi) = \operatorname{tg} u' \operatorname{tg} (\zeta - \pi')$$

$$\operatorname{tg} S A = \operatorname{tg} \tau \sin (\zeta - \pi) = \operatorname{tg} \tau' \sin (\zeta - \pi')$$

$$U':R = \sin i' : \cos u'$$

oder auf eine für die Rechnung bequemere Form gebracht

$$\operatorname{tg} (\zeta - \pi') = \operatorname{tg} (\zeta - \pi) \frac{\operatorname{tg} u}{\operatorname{tg} u'} \quad (10)$$

$$\operatorname{tg} \tau' = \operatorname{tg} \tau \frac{\sin (\xi - \pi)}{\sin (\xi - \pi')} \quad [\operatorname{tg} \tau = \operatorname{tg} \tau'] \quad (11)$$

$$U' = R \frac{\sin i'}{\cos u'} \quad (12)$$

Bei der Lösung der Gleichung (10) wird $(\xi - \pi')$ so gewählt, daß $\sin (\xi - \pi')$ dasselbe Vorzeichen habe wie $\sin (\xi - \pi)$. Dann ist $\operatorname{tg} \tau'$ der Gleichung (11) zufolge positiv und τ' kann im ersten Quadranten gewählt werden. u' wird nach den schon bei Berechnung der Hilfsgrößen gemachten Festsetzungen immer positiv, denn $\cos u'$ hat dasselbe Vorzeichen wie R .

Die Reihe der Seidelschen Kontrollformeln folgt unmittelbar entweder aus den eben angeführten Definitionsgleichungen oder aus den Hilfsdreiecken, die zur Ableitung der Grundformeln gedient haben. Durch Division der Gleichung (4) durch (3) unter Zuhilfenahme von (11) und (3) erhält man

$$\frac{C}{\sin (\xi - \zeta)} = \frac{U}{\operatorname{tg} \tau' \sin (\xi - \pi')} = \frac{U}{\operatorname{tg} \tau' \sin (\xi - \pi')} \quad (I)_{1, 2, 3,}$$

Das Brechungsgesetz liefert die weitere Kontrollformel

$$\frac{\sin i - \sin i'}{\sin i} = \frac{n' - n}{n'}$$

oder

$$\sin \delta = \sin i \frac{n' - n}{n} \frac{\cos \frac{i - i'}{2}}{\cos \frac{i + i'}{2}} \quad (II)_{1, 2, 3, 4,}$$

Dadurch ist auch δ besser bestimmbar als durch die nur zur Berechnung von $\cos \frac{i - i'}{2}$ genügende Formel (8).

Die dritte Reihe von Kontrollformeln ergibt sich aus der Gleichung (10), wenn man dieselbe in folgender Form aufschreibt

$$\frac{\operatorname{tg} (\xi - \pi') - \operatorname{tg} (\xi - \pi)}{\operatorname{tg} (\xi - \pi') + \operatorname{tg} (\xi - \pi)} = \frac{\operatorname{tg} u - \operatorname{tg} u'}{\operatorname{tg} u + \operatorname{tg} u'},$$

denn nach einigen einfachen Umrechnungen mit Rücksicht auf den Sinussatz, angewendet auf das sphärische Dreieck $SP P'$, wobei die Sinusfunktionen der der Seite PP' anliegenden Winkel aus den rechtwinkligen sphärischen Dreiecken SAP , SAP' abgeleitet werden, bekommt man

$$\frac{\sin \delta}{\sin (\pi' - \pi)} = \frac{\sin (u + u')}{\sin (\xi - \pi + \xi - \pi')} = \frac{\cos u \sin \tau'}{\sin (\xi - \pi)} = \frac{\cos u' \sin \tau}{\sin (\xi - \pi')} \quad (III)_{1, 2, 3, 4}$$

Zur Kontrolle von U' kann man folgenden auch bei späteren Rechnungen noch brauchbaren Ausdruck B bilden

$$B = \frac{2 U}{f' \cos \tau'} = - \frac{2 U'}{f \cos \tau} \quad (IV)_{1, 2}$$

Die Ableitung folgt leicht aus den Gleichungen (6) und (12), wenn man daselbst die leicht zu beweisenden Beziehungen

$$\frac{\cos u}{\cos u'} = \frac{\cos \tau}{\cos \tau'},$$

$$\frac{\sin i}{\sin i'} = \frac{n'}{n} = -\frac{f'}{f}$$

eingeführt. Dabei bedeuten f und f' vordere und hintere Brennweite der sphärischen brechenden Fläche, die nach den bekannten Formeln

$$f = \frac{n R}{n' - n}, \quad f' = -\frac{n' R}{n' - n}$$

berechnet werden.

Auch der später mit D bezeichnete Ausdruck kann noch unter den Kontrollformeln angeführt werden, obwohl er als Kontrollformel weniger durchgreifend ist, nämlich:

$$D = -\frac{2 \sin \delta}{\cos \tau \cos u'} = -\frac{2 \sin \delta}{\cos \tau' \cos u} \quad (V)_{1,2}$$

Damit ist die *Seidelsche Durchrechnung* für eine brechende Fläche beendet. Die Abweichungen des gebrochenen Strahles von einem idealen vor der Brechung mit dem einfallenden Strahle identischen, aber dann kollinear gebrochenen Strahle können nunmehr mit Hilfe der bei der Durchrechnung vorkommenden Größen ausgedrückt werden.

Zuerst sei hervorgehoben, daß die kollineare Brechung in derselben Ebene geschieht wie die wirkliche Brechung. Denn der Mittelpunkt der brechenden Sphäre bedeutet den Knotenpunkt für kollineare Brechung und beide Hauptebenen koinzidieren in der zur optischen Achse normalen Scheitelpunktstransversalebene. Ein kollinear gebrochener Strahl verbindet den Punkt K_0 , wo der einfallende Strahl die gemeinsame Hauptebene trifft, mit dem Punkte L_0 in der bildseitigen Fokalebene, wo dieselbe von dem ohne Ablenkung durch den Knotenpunkt gehenden und mit dem einfallenden Strahle parallelen Hauptstrahle PL_0 getroffen wird. Die Ebene der kollinearen Brechung ist also durch dieselben Elemente bestimmt, wie die wirkliche Brechungsebene, nämlich durch den einfallenden Strahl und durch den Mittelpunkt der Sphäre. Unsere weiteren Erwägungen können daher auf diese gemeinsame Brechungsebene beschränkt werden. (Fig. 3.)

Jede zur optischen Achse normale Transversalebene, z. B. die Gauss'sche Bildebene, schneidet die Brechungsebene in einer Geraden, welche mit allen übrigen ähnlichen Schnittlinien parallel verläuft, also auch mit den Schnittlinien H und F' , welche zur Hauptebene, beziehungsweise zur Fokalebene gehören. Auf der Geraden X' liegen auch die Durch-

oder wenn man im Nenner die Größe e' durch den Ausdruck (13) ersetzt und $L_0 L'$ aus dem Dreiecke $L_0 L' D$ bestimmt

$$\frac{\varepsilon'}{x' - e'} = \frac{k + l}{f'} \frac{\sin \delta}{\cos u'}. \quad (14)$$

Es bleibt noch übrig l und $k + l$ in (13) und (14) durch bekannte Größen zu ersetzen.

l ist die Differenz der Strecken $C L_0$ und $C D$ auf dem Hauptstrahle. $C L_0$ kann einfach durch den Achsenabstand f der Bildfokalebene F' vom Knotenpunkte C und durch den Winkel τ , welchen $C L_0$ mit der Achse einschließt, ausgedrückt werden, denn f ist die orthogonale Projektion der Strecke $C L_0$ auf die Achse, so daß die Relation

$$C L_0 = \frac{f}{\cos \tau}$$

gültig ist.

Die Länge $C D$ folgt einfach aus dem Dreiecke $D C B$

$$C D = R \frac{\sin i'}{\sin \delta}$$

so daß man erhält

$$\begin{aligned} l &= \frac{f}{\cos \tau} - R \frac{\sin i'}{\sin \delta} = \frac{f}{\cos \tau} - \frac{R n}{n' - n} \frac{\sin i - \sin i'}{\sin (i - i')} = \\ &= \frac{f}{\cos \tau} \frac{\cos \frac{i + i'}{2}}{\cos \frac{i - i'}{2}} \left[\frac{\cos \frac{i - i'}{2}}{\cos \frac{i + i'}{2}} - \cos \tau \right] = \frac{2 f}{\cos \tau} \frac{\cos \frac{i + i'}{2}}{\cos \frac{i - i'}{2}} \left[\sin^2 \frac{\tau}{2} + \frac{\sin \frac{i}{2} \sin \frac{i'}{2}}{\cos \frac{i + i'}{2}} \right] \end{aligned} \quad (15)$$

Ähnlicherweise kann man die kleine Größe k ermitteln mit Hilfe des Achsenabstandes $B B_1$ des Einfallspunktes von der Hauptebene H und des Winkels τ , welcher von k und $B B_1$ eingeschlossen wird; denn $B B_1$ ist die orthogonale Projektion der Länge k auf die Achse, so daß

$$k = \frac{B B_1}{\cos \tau} = \frac{R - R \cos \tau''}{\cos \tau},$$

wo τ'' den sphärischen, zum Einfallspunkte gehörigen Leitstrahl $S B$ darstellt.

Verbindet man dieses Resultat mit dem ersten Ausdruck für l auf der rechten Seite von (15), so erhält man

$$\begin{aligned} k + l &= \frac{R - R \cos \tau''}{\cos \tau} + \frac{f}{\cos \tau} \frac{R \sin i'}{\sin \delta} = \frac{R}{\cos \tau} - \frac{R \cos \tau''}{\cos \tau} + \frac{n}{n' - n} \frac{R}{\cos \tau} - \frac{R \sin i'}{\sin \delta} = \\ &= \frac{R}{\cos \tau} \frac{n'}{n' - n} - \frac{R}{\cos \tau} \cdot \frac{\sin \delta \cos \tau'' + \sin i' \cos \tau}{\sin \delta} \end{aligned} \quad (16)$$

Aus den sphärischen rechtwinkligen Dreiecken über der Kathete $S A$ folgt aber

$$\begin{aligned}\cos \tau &= \cos u \cos S A \\ \cos \tau' &= \cos (u + \delta) \cos S A \\ \cos \tau'' &= \cos (u + i) \cos S A.\end{aligned}\tag{17}$$

Durch Multiplikation dieser drei Gleichungen der Reihe nach mit $\sin i'$, $-\sin i$, $+\sin \delta$ und nachherige Summation der Produkte heben sich alle Glieder der rechten Seite auf, und man bekommt

$$\sin \delta \cos \tau' + \sin i' \cos \tau = \sin i \cos \tau'.\tag{18}$$

Diese Beziehung hat für jedes schiefwinkelige Dreieck $S P B$ und jede beliebige Transversale $S P'$ allgemeine Gültigkeit, wie besser hervortritt, wenn das Resultat in allgemeiner Form geschrieben wird:

$$\sin P P' \cos S B + \sin P' B \cos S P = \sin P B \cos S P'.\tag{19}$$

Dadurch geht der zuletzt erhaltene Ausdruck für $k + l$ über in

$$\begin{aligned}k + l &= \frac{R}{\cos \tau} \frac{n'}{n' - n} - \frac{R}{\cos \tau} \frac{\sin i \cos \tau'}{\sin \delta} = -\frac{f'}{\cos \tau} - \frac{R}{\cos \tau} \frac{n'}{n' - n} \frac{\sin i - \sin i'}{\sin (i - i')} \cos \tau' = \\ &= -\frac{f'}{\cos \tau} \frac{\cos \frac{i + i'}{2}}{\cos \frac{i - i'}{2}} \left(\frac{\cos \frac{i - i'}{2}}{\cos \frac{i + i'}{2}} - \cos \tau' \right) = -\frac{2 f'}{\cos \tau} \frac{\cos \frac{i - i'}{2}}{\cos \frac{i + i'}{2}} \left(\sin^2 \frac{\tau'}{2} + \frac{\sin \frac{i}{2} \sin \frac{i'}{2}}{\cos \frac{i + i'}{2}} \right)\end{aligned}\tag{20}$$

und die Gleichungen (13), (14) in Verbindung mit (15), (20) führen nach einiger Umformung mit Hilfe von (II), (12) und (IV), zu folgenden definitiven Resultaten

$$\begin{aligned}e' &= -f \frac{\sin^2 \frac{\tau}{2} + \frac{\sin \frac{i}{2} \sin \frac{i'}{2}}{\cos \frac{i + i'}{2}}}{\sin^2 \frac{\tau'}{2} + \frac{\sin \frac{i}{2} \sin \frac{i'}{2}}{\cos \frac{i + i'}{2}}}\end{aligned}\tag{21}$$

$$\begin{aligned}\frac{\varepsilon'}{x' - e'} &= -\frac{2 \sin \delta}{\cos \tau \cos u'} \frac{\cos \frac{i + i'}{2}}{\cos \frac{i - i'}{2}} \left(\sin^2 \frac{\tau'}{2} + \frac{\sin \frac{i}{2} \sin \frac{i'}{2}}{\cos \frac{i + i'}{2}} \right) = \\ &= \frac{2 U}{f' \cos \tau'} \left(\sin^2 \frac{\tau'}{2} + \frac{\sin \frac{i}{2} \sin \frac{i'}{2}}{\cos \frac{i + i'}{2}} \right)\end{aligned}\tag{22}$$

Wie aus den Gleichungen (15) und (20) ersichtlich, hat der Bruch $\frac{l}{k+l}$ dasselbe Vorzeichen wie $-\frac{f}{f'} = \frac{n}{n'}$, ist also stets positiv in Übereinstimmung mit den früheren Voraussetzungen.

Es ist sehr wünschenswert, auch bei diesem Teile der Rechnung eine Kontrolle zu haben. Zu dem Zwecke kann man den vorletzten eingeklammerten Ausdruck auf der rechten Seite der Gleichung (15) mit dem voranstehenden Cosinusverhältnisse multiplizieren, und es ergibt sich

$$1 - \cos \tau \frac{\cos \frac{i+i'}{2}}{\cos \frac{i-i'}{2}} = \left(\sin^2 \frac{\tau}{2} + \frac{\sin \frac{i}{2} \sin \frac{i'}{2}}{\cos \frac{i-i'}{2}} \cos \tau \right)$$

Ein ganz ähnlicher Ausdruck gilt auch für τ' , so daß man mit Rücksicht auf $\cos \tau \cos u' = \cos \tau' \cos u$, erhält:

$$e' = -f \frac{\sin^2 \frac{\tau}{2} + \frac{\sin \frac{i}{2} \sin \frac{i'}{2}}{\cos \frac{i-i'}{2}} \cos \tau}{\sin^2 \frac{\tau'}{2} + \frac{\sin \frac{i}{2} \sin \frac{i'}{2}}{\cos \frac{i-i'}{2}} \cos \tau'} \quad (23)$$

$$\frac{\varepsilon'}{x' - e'} = - \frac{2 \sin \delta}{\cos \tau' \cos u} \left(\sin^2 \frac{\tau'}{2} + \frac{\sin \frac{i}{2} \sin \frac{i'}{2}}{\cos \frac{i-i'}{2}} \cos \tau' \right) \quad (24)$$

Dabei ist noch folgende gute Zwischenkontrolle möglich. Den ersten zwei Gleichungen (17) zufolge gilt

$$\sin^2 \frac{\tau}{2} - \sin^2 \frac{\tau'}{2} = \frac{1}{2} (\cos \tau' - \cos \tau) = - \sin \frac{\delta}{2} \sin \left(u + \frac{\delta}{2} \right) \frac{\cos \tau'}{\cos u'}.$$

Der auf der linken Seite stehende Ausdruck stellt die Differenz von Zähler und Nenner in (21) vor. Ähnlicherweise kann auch die Differenz von Zähler und Nenner in (23) gebildet werden, denn es ist

$$\sin^2 \frac{\tau}{2} - \sin^2 \frac{\tau'}{2} + \frac{\sin \frac{i}{2} \sin \frac{i'}{2}}{\cos \frac{i-i'}{2}} (\cos \tau - \cos \tau') = - \sin \frac{\delta}{2} \sin \left(u + \frac{\delta}{2} \right) \frac{\cos \tau'}{\cos u'} \frac{\cos \frac{i+i'}{2}}{\cos \frac{i-i'}{2}}$$

Übersichtlicher kann man alle diese zur Berechnung der Abweichungen an einer einzelnen Fläche dienenden Formeln durch Einführung folgender einfacher Schreibweise darstellen:

$$a = \sin^2 \frac{\tau'}{2} \quad \left(\underline{a = \sin^2 \frac{\tau'}{2}} = \sin^2 \frac{\tau}{2} \right) \quad (25)$$

$$b = \frac{\sin \frac{i}{2} \sin \frac{i'}{2}}{\cos \frac{i+i'}{2}} \quad (26)$$

$$c = \frac{\sin \frac{i}{2} \sin \frac{i'}{2}}{\cos \frac{i-i'}{2}} \cos \tau \quad (27)$$

$$d = \frac{\sin \frac{i}{2} \sin \frac{i'}{2}}{\cos \frac{i-i'}{2}} \cos \tau' \quad (28)$$

$$d' = -\sin \frac{\delta}{2} \sin \left(u + \frac{\delta}{2} \right) \frac{\cos \tau'}{\cos u'} \quad (29)$$

$$d'' = d' \frac{\cos \frac{i+i'}{2}}{\cos \frac{i-i'}{2}} \quad (30)$$

Kontrolle: $\frac{(a+b) - (a+b)}{(a+c) - (a+d)} = \frac{d'}{d''}$

$$e' = -f \frac{a+b}{a+b} = -f \frac{a+c}{a+d} \quad (31)$$

$$\frac{\varepsilon'}{x' - e'} = B(a+b) = D(a+d) \quad (32)$$

wobei für B und D die schon bei der Seidelschen Durchrechnung als Kontrollformeln (IV) und (V) abgeleiteten Werte einzusetzen sind.

Führt man die ganze Rechnung sowohl nach den Seidelschen Formeln (1) bis (12), wie auch nach den im vorhergehenden zusammengestellten Aberrations-Formeln (25) bis (32) für jede brechende Fläche k des zentrierten Systems von n sphärischen Flächen durch, so kann man die *einzelnen Lateralaberrationen* ε_k' in der bekannten Abbeschen Weise in *resultierende Lateralaberrationen* ε_X oder ε_X' zusammenfassen, je nachdem die einzelnen Abweichungen entweder rückwärts in die ursprüngliche Objektebene X_1 oder vorwärts in die letzte Bildebene X_n' kollinear abgebildet werden. Durch Zerlegung der einzelnen verschieden gerichteten Resultate in zwei zu einander senkrechte, durch die Positionswinkel 0° und 90° bestimmte Hauptrichtungen, erhält man die Relationen

$$\varepsilon_X \cos \zeta_X = \sum_{k=1}^n \frac{\varepsilon_k' \cos \zeta_k}{\beta_1 \dots \beta_k} \quad (33)$$

$$\varepsilon_X \sin \zeta_X = \sum_{k=1}^n \frac{\varepsilon_k' \sin \zeta_k}{\beta_1 \dots \beta_k}$$

$$\varepsilon_X' \cos \zeta_X = \sum_{k=1}^n \varepsilon_k' \cos \zeta_k \beta_{k+1} \dots \beta_{n+1} \quad (\beta_{n+1} = 1) \quad (34)$$

$$\varepsilon_X' \sin \zeta_X = \sum_{k=1}^n \varepsilon_k' \sin \zeta_k \beta_{k+1} \dots \beta_{n+1}$$

Die rechten Seiten der Gleichungen (34) entstehen aus (33) durch Multiplikation derselben mit dem Produkte aller Lateralvergrößerungen $\beta_1 \dots \beta_{n+1}$. Dann ergibt sich durch Division für die Tangente des Positionswinkels in beiden Fällen derselbe Ausdruck, so daß man setzen kann $\xi_X = \xi_{X'}$, wie es auch schon in vorhergehenden Gleichungen vorausgesetzt worden ist. Je nach dem Vorzeichen des Produktes $\beta_1 \dots \beta_{n+1}$ wird dann das Vorzeichen der Aberrationen ε_X oder $\varepsilon_{X'}$ entweder gleich oder entgegengesetzt gewählt. Anders gesagt weil bei der kollinearen Abbildung das Bild X_n' dem Objekte X_1 ähnlich ist, wählen wir die Positionswinkel im Bilde gleich den Positionswinkeln im Objekte und bezeichnen das umgekehrte Bild durch entgegengesetztes Vorzeichen der abgebildeten Lateraldimensionen.

Die Lateralvergrößerungen β_k sind durch die bekannte Formel

$$\beta_k = \frac{f_k}{x_k} = \frac{x_k'}{f_k'}$$

gegeben.

Liegt das Objekt im Unendlichen, dann ist für $x_1 = \infty$ und $\beta_1 = \frac{f_1'}{x_1} = 0$ zu setzen. Die Formeln (33) ergeben in diesem Falle für ε_X einen unendlich großen Wert und man ist genötigt, statt der Lateralabweichung ε_X ihre entsprechende Winkelgröße $\frac{\varepsilon_X}{x_1}$ zu berechnen. Aus den Gleichungen (33) folgt dann für diese Winkelgröße der endliche Ausdruck:

$$\begin{aligned} \frac{\varepsilon_X}{x_1} \cos \xi_X &= \sum_{k=1}^n \frac{\varepsilon_k' \cos \xi_k}{f_1 \beta_2 \dots \beta_k} \\ \frac{\varepsilon_X}{x_1} \sin \xi_X &= \sum_{k=1}^n \frac{\varepsilon_k' \sin \xi_k}{f_1 \beta_2 \dots \beta_k} \end{aligned} \quad (\text{wenn } x_1 = \infty) \quad (35)$$

Auf ganz gleiche Weise kann man auch die *Konvergenzaberrationen* summieren, die ich als Quotient von Lateralabweichungen durch die Achsenabstände der Bildebene von den betreffenden Abweichungszentren definiere. Auf diese Weise ist z. B. in den Formeln (14) oder (22), (24) und (32) die durch Brechung des Strahles U , ξ , τ , π auf der sphärischen Fläche vom Halbmesser R verursachte Konvergenzaberration ausgedrückt.

Vor der Ableitung der betreffenden Summationsformeln mögen zum Zwecke der Vereinfachung noch einige weiteren neuen Bezeichnungen eingeführt werden.

In der Abbeschen Theorie der kollinearen Abbildung wird die *Konvergenzvergrößerung* γ als Quotient der Tangenten der Winkel u und u' definiert, in denen zwei konjugierte Strahlen die Achse treffen.

$$\gamma = \frac{\operatorname{tg} u'}{\operatorname{tg} u}$$

Infolge dessen hat die Konvergenzvergrößerung einen bestimmten Sinn nur für die zu den Achsenpunkten zugehörigen Strahlenbündel. Die Definition läßt sich aber auch auf alle übrigen, zu beliebigen Punkten des Raumes gehörigen Strahlenbündel erweitern, wenn wir statt der trigonometrischen *Tangente* den allgemeineren Begriff der *Konvergente* einführen. Es seien (Fig. 4) A, A' zwei kollinear konjugierte Achsenpunkte, und B, B' zwei ebenfalls kollinear konjugierte, aber in den zu A, A' gehörigen Transversalebene gelegene Punkte. Außerdem seien X, X' zwei andere beliebige konjugierte Transversalebene, die durch zu A, B und A', B'

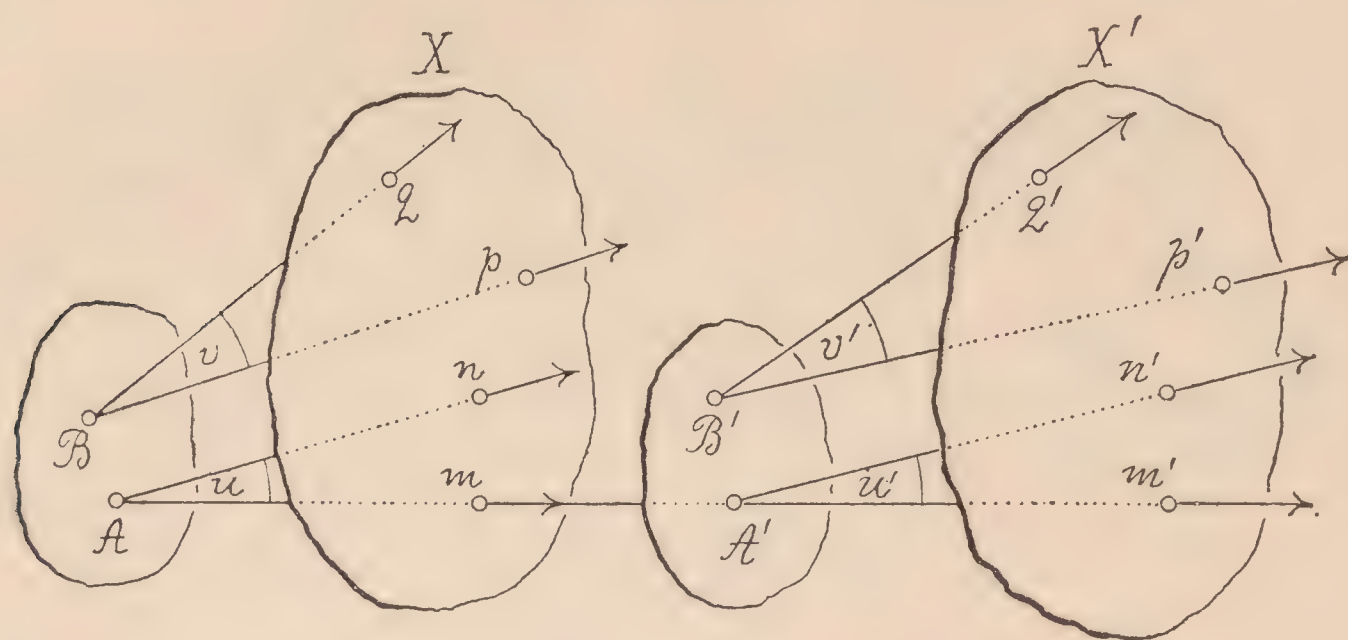


Fig. 4.

gehörige und einander konjugierte Strahlenpaare in den Punkten m, n, p, q und m', n', p', q' geschnitten werden. Dann ist die *Tangente des Winkels* $u = m A n$ durch das Verhältnis

$$\operatorname{tg} u = \frac{m n}{A m}$$

gegeben, und in analoger Weise können wir die *Konvergente des Winkels* $v = p B q$ durch das Verhältnis

$$\operatorname{konv} v = \frac{p q}{A m}$$

definieren.

Für Winkel, deren ein Schenkel mit der optischen Achse parallel ist, ist selbstverständlich die Konvergente mit der Tangente identisch.

Ähnlich wie für ein Paar von konjugierten Achsenstrahlenbündeln

$$\gamma = \frac{\operatorname{tg} u'}{\operatorname{tg} u}$$

so gilt auch für ein beliebiges Paar von konjugierten Bündeln B, B'

$$\gamma = \frac{\operatorname{konv} v'}{\operatorname{konv} v} \quad (36)$$

denn, wenn β die zu den konjugierten Ebenen X, X' gehörige Lateralvergrößerung bedeutet, so kann man setzen

$$\frac{m n'}{m n} = \frac{p' q'}{p q} = \beta$$

und

$$\frac{\operatorname{tg} u'}{\operatorname{tg} u} = \frac{m' n'}{m n} \frac{A m}{A' m'} = \beta \frac{A m}{A' m'}$$

aber zugleich auch

$$\frac{\operatorname{konv} v'}{\operatorname{konv} v} = \frac{p' q'}{p q} \frac{A m}{A' m'} = \beta \frac{A m}{A' m'}$$

In unseren Abweichungs-Betrachtungen hat die Konvergente wohl auch eine wichtige Bedeutung, wie leicht daraus erhellt, wenn man bedenkt, daß der Quotient $\frac{\varepsilon'}{x' - e'}$ in den Gleichungen (14), (22), (24), (32) die *Konvergente der Aberrationsabweichung* $v = O' M' O_0'$ darstellt, wobei als Aberrationsabweichung derjenige Winkel zu wählen ist, den der wirklich gebrochene Strahl BO' mit dem kollinear gebrochenen Strahle $K_0 O_0'$ bildet. Man kann also sagen: *Die Konvergenzaberration des wirklich gebrochenen Strahles ist die Konvergente seiner Abweichung vom kollinear gebrochenen Strahle*, das heißt

$$\frac{\varepsilon'}{x' - e'} = \operatorname{konv} v \quad (37)$$

Wir wollen voraussetzen, daß einzelne Achsenabstände e'_k der Aberrationszentren M'_k von der k -ten bildseitigen Fokalebene sowie auch die betreffenden Konvergenzaberrationen $\operatorname{konv} v_k$ (nach der Formel (37)_k in Verbindung mit (22)_k und (32)_k) nach den allgemeinen Formeln (21)_k oder (31)_k gegeben sind, wobei durch den beigefügten Index k bezeichnet ist, daß alle in den Gleichungen enthaltenen Größen zur k -ten brechenden Fläche gehören. Diese werden nun kollinear entweder rückwärts in den ersten Objektraum, oder vorwärts in den letzten Bildraum projiziert. Zu jedem Aberrationszentrum M'_k gehört dann in dem ersten Objektraume der Punkt ${}_1M'_k$ und in dem n -ten Bildraume der Punkt $M'_{k)n}$, sowie auch die betreffenden, in derselben Weise rück- oder vorwärts projizierten und ganz analog bezeichneten Konvergenzaberrationen $\operatorname{konv} {}_1v_k$, $\operatorname{konv} v_{k)n}$, die durch folgende, aus (37) einfach abzuleitende Beziehungen gegeben sind:

$$\operatorname{konv} {}_1v_k = {}_1\left(\frac{\varepsilon'_k}{x'_k - e'_k} = \frac{{}_1(\varepsilon'_k)}{{}_1(x'_k - e'_k)}\right) \quad (38)$$

$$\operatorname{konv} v_{k)n} = \left(\frac{\varepsilon'_k}{x'_k - e'_k}\right)_n = \frac{\varepsilon'_{k)n}}{x'_{n} - e'_{n)k}} \quad (39)$$

Dabei bedeutet x_1 den gegebenen Objektabstand von der objektseitigen Fokalebene der ersten brechenden Fläche und x'_n den zugehörigen Bildabstand des n -ten Bildes von der bildseitigen Fokalebene der n -ten brechenden Fläche, welcher stufenweise, sowie es in Kettenbruchform (40) angedeutet ist, berechnet wird

$$x_n' = \frac{f_n f_n'}{-\Delta_{n-1} + \frac{f_{n-1} f_{n-1}'}{-\Delta_{n-2} + \dots + \frac{f_2 f_2'}{-\Delta_1 + \frac{f_1 f_1'}{x_1}}}} \quad (40)$$

Das optische Intervall Δ_k der k -ten und $(k+1)$ -ten sphärischen Fläche vom Scheitelabstand d_k ist durch die bekannte Formel

$$\Delta_k = f_k' - f_{k+1} + d_k.$$

gegeben.

In ähnlicher Weise werden auch die übrigen auf der rechten Seite der Gleichungen (38) (39) enthaltenen Größen berechnet:

$${}_1(\varepsilon_k)' = \frac{\varepsilon_k'}{\beta_1 \dots \beta_k} \quad (41)$$

$${}_1(e_k)' = \frac{\frac{f_1 f_1'}{\Delta_1 + \frac{f_2 f_2'}{\Delta_2 + \dots + \frac{f_{k-1} f_{k-1}'}{\Delta_{k-1} + \frac{f_k f_k'}{e_k'}}}}}{e_k'} \quad (42)$$

$$\varepsilon'_{k)n} = \varepsilon_k' \beta_{k+1} \dots \beta_n \quad (43)$$

$$e'_{k)n} = \frac{\frac{f_n f_n'}{-\Delta_{n-1} + \frac{f_{n-1} f_{n-1}'}{-\Delta_{n-2} + \dots + \frac{f_{k+2} f_{k+2}'}{-\Delta_{k+1} + \frac{f_{k+1} f_{k+1}'}{-\Delta_k + e_k'}}}}}{e_k'} \quad (44)$$

Die Berechnung der projizierten Konvergenzaberrationen nach den Formeln (38) (39) kann auch mit Hilfe der Konvergenzvergrößerungen ${}_1(\gamma_k, {}_2(\gamma_k, \dots, {}_k(\gamma_k, \gamma_{k)k+1} \dots \gamma_{k)n}$ durchgeführt werden, die zu den kollinear konjugierten, durch einzelne Projektionen des Aberrationszentrums $M_k' : {}_1(M_k', {}_2(M_k', \dots, {}_k(M_k', M'_{k)k+1} \dots M'_{k)n-1}$ bestimmten Strahlenbündeln gehören. Nach der bekannten Abbeschen Formel $\gamma = -\frac{x}{f'} = -\frac{f}{x'}$, gilt nämlich nach Einführung der folgenden allgemeinen Indexbezeichnung $i < k < j$

$${}_i(\gamma_k) = -\frac{{}_i(e_k)'}{f_{i'}} \quad (45)$$

$$\gamma_{k)j} = -\frac{f_j}{e'_{k)j}},$$

wobei

$${}_i(e'_k) = \frac{f_i f'_i}{\Delta_i + \frac{f_{i+1} f'_{i+1}}{\Delta_{i+1} + \dots + \frac{f_{k-1} f'_{k-1}}{\Delta_{k-1} + \frac{f_k f'_k}{e'_k}}}} \quad (46)$$

$$e'_{(k)j} = \frac{f_j f'_j}{-\Delta_{j-1} + \frac{f_{j-1} f'_{j-1}}{-\Delta_{j-2} + \dots + \frac{f_{k+2} f'_{k+2}}{-\Delta_{k+1} + \frac{f_{k+1} f'_{k+1}}{-\Delta_k + e'_k}}}} \quad (47)$$

Vergleicht man diese Ausdrücke mit den Gleichungen (42) und (44), so erkennt man, daß alle Hilfsgrößen ${}_i(e'_k)$ und $e'_{(k)j}$ schon bei der stufenweisen Berechnung der letzten Projektionen ${}_1(e'_k)$ und $e'_{(k)n}$ gebildet worden sind, denn die numerische Auswertung der Kettenbrüche (42) und (44) geschieht nach folgenden, den Gleichungen (46) und (47) äquivalenten, selbstverständlichen Rekurrenzformeln

$${}_i(e'_k) = \frac{f_i f'_i}{\Delta_i + {}_{i+1}(e'_k)} \quad (48)$$

$$e'_{(k)j} = \frac{f_j f'_j}{-\Delta_{j-1} + e'_{(k)j-1}}$$

Laut der erweiterten Abbeschen Definition der Konvergenzvergrößerung (36) gilt dann

$$\text{konv } {}_1(v_k) = \frac{\text{konv } v_k}{{}_1(\gamma_k) \dots {}_k(\gamma_k)} \quad (49)$$

$$\text{konv } v_{(k)n} = \text{konv } v_k \cdot \gamma_{(k)k+1} \dots \gamma_{(k)n} \quad (50)$$

wobei $\text{konv. } v_k$ für die k -te sphärische Fläche durch die Formel $(37)_k$ gegeben ist

$$\text{konv } v_k = \frac{\varepsilon'_k}{x'_k - e'_k} \quad (51)$$

Die Analogie der Formeln (49) und (50) mit den ganz ähnlichen für Lateralaberrationen ${}_1(e'_k)$, $e'_{(k)n}$ giltigen ist augenscheinlich.

Die projizierten Konvergenzaberrationen, wie sie durch die Gleichungen (38) (39) oder (49) (50) (51) bestimmt sind, sind vektorielle Größen, die entweder in der ersten Objektebene oder in der letzten Bildebene liegen und entweder dieselbe oder entgegengesetzte Richtung haben wie ε'_k

Legen wir durch einen beliebigen auf dem wirklich gebrochenen Strahle $N'_n O'_n$ liegenden Punkt N'_n den mit dem kollinear gebrochenen Strahle $K_0 O'_0$ parallelen Hilfsstrahl $N'_n O'_n$, dann läßt sich die resultierende Aberration in folgendes einfache Komponentenpaar zerlegen, nämlich in die Aberration des wirklich gebrochenen Strahles von dem Hilfsstrahle $N'_n Q'_n$ und in die Aberration dieses Hilfsstrahles von dem kollinear gebrochenen Strahle $K_0 O'_0$.

Die erste von diesen zwei Komponenten ist durch den Achsenabstand e'_N eines beliebig gewählten Aberrationszentrums N'_n und durch die Konvergente der Aberrationsabweichung $v'_0 = Q'_n N'_n O'_n$ bestimmt, wobei

$$\text{konv } \overline{v'_0} = \frac{\overline{Q'_n O'_n}}{x'_n - e'_N} \quad (53)$$

Die zweite Komponente bedeutet die im ganzen Raume konstante Lateralaberration $O'_0 Q'_n$. Das betreffende Aberrationszentrum liegt im Unendlichen und die Aberrationsabweichung sowie auch seine Konvergente sind gleich Null. Aus der Konstruktion der Länge $O'_0 Q'_n$ folgt einfach die Beziehung

$$\overline{O'_0 Q'_n} = \overline{N'_0 N'_n} \quad (54)$$

N'_0 ist der Durchstossungspunkt des kollinear gebrochenen Strahles $K_0 O'_0$ mit der zum Aberrationszentrum N'_n zugehörigen Transversalebene E'_N . Aber $\overline{N'_0 N'_n}$ ist die resultierende Lateralaberration des Strahles $M'_n O'_n$ in derselben Transversalebene E'_N und läßt sich als eine vektorielle Summe von einzelnen partialen Lateralaberrationen ausdrücken. Jede von diesen partialen Lateralaberrationen ist laut der Definition der Konvergente (pag. 13.) gleich dem Produkte der betreffenden partialen, in den n -ten Bildraum projizierten Konvergenzaberration $\text{konv. } v_{k)n}$ mit der Entfernung $(e'_N - e'_{k)n})$ der Ebene E'_N von dem Aberrationszentrum $M'_{k)n}$. Man erhält auf diese Weise

$$\overline{N'_0 N'_n} = \text{konv } \overline{v_{1)n}} (e'_N - e'_{1)n}) + \dots + \text{konv } \overline{v_{n)n}} (e'_N - e'_{n)n}) \quad (55)$$

wo wegen der Gleichmäßigkeit der Index $_{n)n}$ statt des einfachen gleichsinnigen $_n$ geschrieben wird.

Wenn wir auf dieselbe Weise auch die Lateralaberration $O'_0 O'_n$ ausdrücken

$$\overline{O'_0 O'_n} = \text{konv } \overline{v_{1)n}} (x_n - e'_{1)n}) + \dots + \text{konv } \overline{v_{n)n}} (x_n - e'_{n)n}), \quad (56)$$

und bedenken daß

$$\overline{Q'_n O'_n} = \overline{O'_0 O'_n} - \overline{O'_0 Q'_n} = \overline{O'_0 O'_n} - \overline{N'_0 N'_n} \quad (57)$$

so folgt leicht

$$\frac{\overline{Q'_n O'_n}}{x'_n - e'_N} = \text{konv } \overline{v_{1)n}} + \dots + \text{konv } \overline{v_{n)n}}$$

oder nach (53)

$$\text{konv } \overline{v'_0} = \sum_{k=1}^n \text{konv } \overline{v_{k)n}} \quad (58)$$

das heißt: *Die Konvergente der resultierenden Aberrationsabweichung v'_0 ist gleich der vektoriellen Summe der partialen Aberrationsabweichungen $v_{k)n}$.*

Damit ist die numerische Größe der $\text{konv } v'_0$ sowie der zugehörige Positionswinkel ξ_0 eindeutig bestimmt, denn wenn wir die vektorielle Gleichung (58) analytisch ausdrücken, so erhalten wir:

$$\text{konv } v'_0 \cos \xi_0 = \sum_{k=1}^n \text{konv } v_{k)n} \cos \xi_k \quad (59)$$

$$\text{konv } v'_0 \sin \xi_0 = \sum_{k=1}^n \text{konv } v_{k)n} \sin \xi_k$$

Die zweite Komponente der resultierenden Aberration $\varepsilon'_N = O'_0 Q'_n$ läßt sich mittelst der Gleichungen (54) (55), wie folgt, aufschreiben

$$\overline{\varepsilon'_N} = \sum_{k=1}^n \text{konv } \overline{v_{k)n}} (-e'_{k)n}) + e'_N \sum_{k=1}^n \text{konv } \overline{v_{k)n}} \quad (60)$$

Die erste Summe auf der rechten Seite dieser Gleichung bedeutet die resultierende Lateralaberration in Bezug auf die n -te bildseitige Fokalebene

$$\overline{\varepsilon'_F} = \sum_{k=1}^n \overline{\varepsilon'_{k)F}} = \sum_{k=1}^n \text{konv } \overline{v_{k)n}} (-e'_{k)n}) \quad (61)$$

so daß wir mit Rücksicht auf (58) schreiben können

$$\overline{\varepsilon'_N} = \overline{\varepsilon'_F} + e'_N \text{konv } \overline{v'_0} \quad (62)$$

Daraus folgt, daß die konstante Lateralaberration einzig von dem Achsenabstande e'_N des beliebig gewählten Aberrationszentrums N'_n abhängig ist. Es läßt sich dann leicht beweisen, daß auf dem Strahle $M'_n O'_n$ ein Punkt N'_{\min} in dem Achsenabstande e'_{\min} existiert, zu dem eine minimale konstante Lateralaberration gehört.

Zu diesem Zwecke wollen wir die vektoriellen Gleichungen (61) (62) analytisch folgendermaßen ausdrücken

$$\varepsilon'_F \cos \xi_F = \sum_{k=1}^n \text{konv } v_{k)n} e'_{k)n} \cos \xi_k \quad (63)$$

$$\varepsilon'_F \sin \xi_F = \sum_{k=1}^n \text{konv } v_{k)n} e'_{k)n} \sin \xi_k$$

$$\begin{aligned}\varepsilon'_N \cos \zeta_N &= \varepsilon'_F \cos \zeta_F + e'_N \operatorname{konv} v'_o \cos \zeta_o \\ \varepsilon'_N \sin \zeta_N &= \varepsilon'_F \sin \zeta_F + e'_N \operatorname{konv} v'_o \sin \zeta_o\end{aligned}\quad (64)$$

wo die zu den Lateralaberrationen ε'_N und ε'_F zugehörigen Positionswinkel mit ζ_N , ζ_F bezeichnet sind.

Die ersten zwei Gleichungen (63) bestimmen eindeutig die Größen ε'_F und ζ_F . Aus (64) eliminieren wir den Positionswinkel ζ_N und erhalten

$$\varepsilon'^2_N = \varepsilon'^2_F + 2 \varepsilon'_F e'_N \cos (\zeta_F - \zeta_o) \operatorname{konv} v'_o + e'^2_N \operatorname{konv} v'^2_o. \quad (65)$$

Als Bedingung des Minimums der Lateralaberration ε'_N haben wir

$$\frac{d \varepsilon'_N}{d e'_N} = 0.$$

oder, wenn wir den Differentialquotienten aus (65) berechnen und substituieren und nach $e'_N = e'_{\min}$ lösen:

$$-e'_{\min} = \frac{\varepsilon'_F}{\operatorname{konv} v'_o} \cos (\zeta_F - \zeta_o) \quad (66)$$

Die minimale Lateralaberration ε'_{\min} und der zugehörige Positionswinkel ζ_{\min} sind dann ganz eindeutig bestimmt durch die Gleichungen (64), denn wenn wir darin e'_{\min} aus (66) statt e'_N einführen, erhalten wir nach leicht ersichtlicher Reduktion

$$\begin{aligned}\varepsilon'_{\min} \cos \zeta_{\min} &= -\varepsilon'_F \sin \zeta_o \sin (\zeta_F - \zeta_o) \\ \varepsilon'_{\min} \sin \zeta_{\min} &= \varepsilon'_F \cos \zeta_o \sin (\zeta_F - \zeta_o)\end{aligned}\quad (67)$$

oder

$$\varepsilon'_{\min} = | \varepsilon'_F \sin (\zeta_F - \zeta_o) | \quad (68)$$

$$\operatorname{tg} \zeta_{\min} = -\frac{1}{\operatorname{tg} \zeta_o} \quad (69)$$

Dadurch daß wir in (68) für ε'_{\min} eine positive Größe einführen, bestimmen wir die positive Richtung in der Ebene der betreffenden Konvergente. Die Gleichungen (67) bestimmen dann das Vorzeichen von $\sin \zeta_{\min} \cos \zeta_{\min}$, so daß bei der Auflösung der Gleichung (69) keine Unbestimmtheit betreffs des Quadranten von ζ_{\min} entstehen kann.

Aus (69) folgt auch, daß die minimale im Raume konstante Lateralaberration senkrecht zur Richtung der Konvergente v'_o steht.

Die resultierende Aberration des gebrochenen Strahles ist auf diese Weise durch zwei, von der Lage des Objektes oder Bildes unabhängigen Komponenten ausgedrückt: durch die konstante Konvergenzaberration

konv $\overline{v'_0}$ mit dem Aberrationszentrum im Achsenabstande e'_{\min} , und durch konstante, minimale Lateralaberration ε'_{\min} .

Die Kontrollformeln lassen sich aus (55) dadurch ableiten, daß man den eingeklammerten Binomialausdrücken folgende Form gibt:

$$(e'_N - e'_{k)n}) = (x'_n - e_{k)n}) - (x'_n - e'_N)$$

denn dann läßt sich die Gleichung (60) auch schreiben:

$$\overline{\varepsilon'_N} = \sum_{k=1}^n \text{konv } \overline{v_{k)n}} (x'_n - e'_{k)n}) - (x'_n - e'_N) \sum_{k=1}^n \text{konv } v_{k)n}.$$

Hier bedeutet das erste Glied auf der rechten Seite nach der Gleichung (56) die Lateralaberration ε'_X in der Ebene X'_n ; das zweite Glied läßt sich mit Hilfe der Gleichung (58) vereinfachen, so daß die Gleichung (62) folgende allgemeine Form annimmt

$$\overline{\varepsilon'_N} = \overline{\varepsilon'_X} - (x'_n - e'_N) \text{konv } \overline{v'_0}. \quad (70)$$

Aus dieser Gleichung können in derselben Weise, wie es bei (62) geschehen ist, den Gleichungen (63) bis (67) ähnliche Resultate abgeleitet werden, nur daß wir jetzt $\varepsilon'_X, \zeta_X, (x'_n - e'_N), (x'_n - e'_{\min})$ statt $\varepsilon'_F, \zeta_F, -e'_N, -e_{\min}$ setzen. So entstehen die gewünschten Kontrollformeln

$$(x'_n - e_{\min}) = \frac{\varepsilon'_X}{\text{konv } v'_0} \cos (\zeta_X - \zeta_o) \quad (71)$$

$$\varepsilon'_{\min} \cos \zeta_{\min} = -\varepsilon'_X \sin \zeta_o \sin (\zeta_X - \zeta_o) \quad (72)$$

$$\varepsilon'_{\min} \sin \zeta_{\min} = \varepsilon'_X \cos \zeta_o \sin (\zeta_X - \zeta_o)$$

oder

$$\varepsilon'_{\min} = | \varepsilon'_X \sin (\zeta_X - \zeta_o) | \quad (73)$$

$$\text{tg } \zeta_{\min} = -\frac{1}{\text{tg } \zeta_o} \quad (74) \equiv (69)$$

Die resultierende Lateralaberration ε'_X in der beliebigen Bildebene X'_n wurde durch die Gleichung (52), oder in entwickelter Form durch die Gleichungen (34) bestimmt, sie kann aber auch aus den allgemeinen Komponenten abgeleitet werden, denn es folgt aus (70)

$$\overline{\varepsilon'_X} = \overline{\varepsilon'_{\min}} + \text{konv } \overline{v'_0} (x'_n - e'_{\min}) \quad (75)$$

Eine ganz ähnliche Reihe von Formeln gilt auch für die Projektionen im ersten Objektraume. Im folgenden sind die resultierenden Hauptgleichungen

$$\overline{\text{konv } v_o} = \sum_{k=1}^n \overline{\text{konv } 1(v_k)} \quad (58')$$

$$\overline{\varepsilon_F} = \sum_{k=1}^n \overline{\text{konv } 1(v_k)} (-1(e'_k)) \quad (61)$$

$$-e_{\min} = \frac{\overline{\varepsilon_F}}{\overline{\text{konv } v_o}} \cos(\zeta_F - \zeta_o) \quad (66')$$

$$\varepsilon_{\min} \cos \zeta_{\min} = -\varepsilon_F \sin \zeta_o \sin(\zeta_F - \zeta_o) \quad (67')$$

$$\varepsilon_{\min} \sin \zeta_{\min} = \varepsilon_F \cos \zeta_o \sin(\zeta_F - \zeta_o)$$

$$\overline{\varepsilon_X} = \overline{\varepsilon_{\min}} + \overline{\text{konv } v_o} (x_1 - e_{\min}) \quad (75')$$

und die Kontrollformeln

$$(x_1 - e_{\min}) = \frac{\overline{\varepsilon_F}}{\overline{\text{konv } v_o}} \cos(\zeta_X - \zeta_o) \quad (71')$$

$$\varepsilon_{\min} \cos \zeta_{\min} = -\varepsilon_X \sin \zeta_o \sin(\zeta_X - \zeta_o) \quad (72')$$

$$\varepsilon_{\min} \sin \zeta_{\min} = \varepsilon_X \cos \zeta_o \sin(\zeta_X - \zeta_o)$$

oder

$$\varepsilon_{\min} = | \varepsilon_F \sin(\zeta_F - \zeta_o) | = | \varepsilon_X \sin(\zeta_X - \zeta_o) | \quad (68') \text{ u. } (73')$$

$$\text{tg } \zeta_{\min} = -\frac{1}{\text{tg } \zeta_o} \quad (74') \equiv (69)$$

zusammengestellt.

Die Bedeutung dieser Gleichungen ist aus den vorhergehenden Erwägungen ersichtlich. Die resultierende Aberration des gebrochenen Strahles wurde kollinear in den ersten Objektraum rückwärtsprojiziert und hier ebenso in zwei Komponenten zerlegt, wie es auch im n -ten Bildraume geschah. Die erste Komponente ist die Konvergenzaberration $\overline{\text{konv } v_o}$ mit dem Aberrationszentrum im Achsenabstande e_{\min} . Die laterale Lage dieses Aberrationszentrums ist durch die zweite Komponente bestimmt nämlich durch die konstante, minimale Lateralaberration $\overline{\varepsilon_{\min}}$. $\overline{\varepsilon_X}$ ist die resultierende Lateralaberration in Bezug auf die erste Objektebene X_1 .

Als numerisches Beispiel führe ich die Berechnung der sphärischen Aberration eines bestimmten außeraxialen Strahles für ein Objektiv an, welches im: *Handbuch der Angewandten Optik* von Dr. A. Steinheil und Dr. E. Voit mit den Buchstaben A. a. 1 bezeichnet ist. Seine Konstanten sind auf Seite 161 derselben Schrift, wie folgt, zusammengestellt:

$$\begin{aligned}
 R_1 &= 67,28 \\
 d_1 &= 8,00 \\
 R_2 &= 153,02 \\
 d_2 &= 6,68 \\
 R_3 &= -114,88 \\
 d_3 &= 5,00 \\
 R_4 &= -300,33
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Dn'_1 &= Dn_2 = 1,5181 \\
 Dn'_3 &= Dn_4 = 1,6136
 \end{aligned}$$

und auf Seite 193 bis 199 ist für dieses Objektiv mit sechsstelligen Logarithmen die Brechung eines außersaxialen Strahles durchgerechnet, dessen Koordinaten im Seidelschen Sinne, in Bezug auf die erste Scheitelpunktstransversalebene folgende sind:

$$\begin{aligned}
 \underline{U'} &= 30,0 \\
 \underline{\xi} &= 90^\circ \\
 \underline{\tau'} &= 6^\circ \\
 \underline{\pi'} &= 180^\circ
 \end{aligned}$$

Meine Berechnung ist mit vierstelligen Logarithmen durchgeführt, wobei die Dezimalbrüche folgenderweise gekürzt sind:

$$\begin{aligned}
 0,75 \text{ bis } 1,24 &= 1 \\
 1,25 \text{ bis } 1,74 &= 1 \text{ u. s. w.}
 \end{aligned}$$

Die eingeklammerten Nummern vor der Bezeichnung in der ersten Kolumne beziehen sich auf diejenigen Gleichungen dieser Abhandlung, nach denen die betreffenden Größen berechnet wurden. Die Logarithmen sind durch einen Punkt vor den algebraischen Ausdrücken derselben ersten Kolumne bezeichnet.

Seidelsche Durchrechnung: Übergang und Brechung.

k	1	2	3	4
n	1,0000		1,0000	
n'	1,5181		1,6136	
$n' - n$	0,5181		0,6136	
R	67,28	153,02	— 114,88	— 300,33
d		8,00	6,68	5,00
$C = \frac{\dots\dots}{d + R} - R$	67,28	161,02 93,74	— 108,20 — 261,22	— 295,33 — 180,45
$.n$	0,0000		0,0000	
$.n'$	0,1813		0,2078	
$.n' - n$	9,7144		9,7879	
$.n : (n' - n)$	0,2856	0,4669 n	0,2121	0,4199 n
$.n' : (n' - n)$	0,4669	0,2856 n	0,4199	0,2121 n
$.R$	1,8279	2,1847	2,0602 n	2,4776 n
(3) (4) $.U$	1,4888	1,0686	1,6756	1,5075
(12) $.U'$	1,3120	1,2503	1,4616	1,7171
$.f$	2,1135	2,6516 n	2,2723 n	2,8975
$.f'$	2,2948 n	2,4703	2,4801	2,6897 n
$.U' \cos(\zeta - \pi')$	— ∞	1,2263	0,5864 n	0,3064
$.(-C) \operatorname{tg} \tau'$	0,8495 n	1,2251 n	1,6806	1,0853
num	0,0000	16,842	— 3,858	2,025
num	— 7,072	— 16,796	47,940	12,172
.....	— 7,072	0,046	44,082	14,197
(3) $.U \sin(\zeta - \pi)$	1,4771 n	1,0686 n	1,2398 n	1,4605 n
(4) $.U \cos(\zeta - \pi)$	0,8495 n	8,6628	1,6442	1,1522
$. \operatorname{tg}(\zeta - \pi)$	0,6276	2,4058 n	9,5956 n	0,3083 n
$. \cos(\zeta - \pi)$	9,3607 n	7,5941	9,9686	9,6447
$. \sin(\zeta - \pi)$	9,9882 n	0,0000 n	9,5642 n	9,9530 n
(5) $. \sin u$	8,3799 n	6 8406	9,2251	8.4727
$. \cos u$	9,9999	0,0000	9,9938 n	9,9998 n
$.U : R$	9,6609	8,8839	9,6154 n	9,0299 n
(6) $. \sin i$	9,6608	8,8839	9,6092	9,0297
(7) $. \sin i'$	9,4795	9,0652	9,4014	9,2375
$. \operatorname{tg} u$	8,3800 n	6,8406	9,2313 n	8,4729 n
$. \operatorname{tg} u'$	9,1653	8,5929 n	7,6728 n	8,9839 n
$. \cos u'$	9,9954	9,9996	0,0000 n	9,9980 n
$.R \sin i'$	1,3074	2,2499	1,4616 n	1,7151 n
$. \operatorname{tg} u : \operatorname{tg} u'$	9,2147 n	8,2476 n	1,5585	9,4889
(10) $. \operatorname{tg}(\zeta - \pi')$	9,8423 n	0,6534	1,5141 n	9,7972 n
$. \cos(\zeta - \pi')$	9,9143	9,3361 n	8,8448	9,9280
$. \sin(\zeta - \pi')$	9,7566 n	9,9895 n	9,9989 n	9,7252 n
$. \sin(\zeta - \pi) : \sin(\zeta - \pi')$	0,2316	0,0104	9,5653	0,2277
(11) $. \operatorname{tg} \tau'$	9,2532	9,2637	8,8290	9,0567
$. \cos \tau'$	9,9931	9,9928	9,9990	9,9972
$. \sin \tau'$	9,2464	9,2565	8,8280	9,0539
$.(-C)$	1,8279 n	1,9719 n	2,4169	2,2563
$. \operatorname{tg} \tau'$	9,0216			

Seidelsche Durchrechnung: Winkel und Kontrollen.

k	1	2	3	4
ξ	76° 44' 10''	21° 46' 45''	102° 47' 31''	124° 57' 51'
$\tau = \tau'$	6. 0. 0			
$\pi = \pi'$	180. 0. 0			
τ'	10. 9. 28	10. 24. 00	3. 51. 32	6. 30. 5
π'	111. 33. 15	124. 18. 5	188. 46. 51	157. 3. 6
$\xi - \pi$	256. 44. 10	-89. 46. 30	-21. 30. 34	-63. 49. 0
$\xi - \pi'$	-34. 49. 5	257. 28. 40	-85 59. 20	-32. 5. 15
$\xi - \xi$	-13 15 50	-54. 57. 25	-278. 59. 14	22. 10. 20
$\pi' - \pi$	291 33 15	12. 44. 50	64. 28. 46	-31. 43. 45
$\xi - \pi + \xi - \pi'$	221 55 5	167. 42. 10	-107. 29. 54	-95. 54. 15
$\cdot \sin(\xi - \xi)$	9,3606 n	9,9131 n	9,9946	9,5768
$\cdot \sin(\pi' - \pi)$	9,9685 n	9,3437	9,9554	9,7209 n
$\cdot \sin(\xi - \pi + \xi - \pi')$	9,8248 n	9,3283	9,9794 n	9,9977 n
$\cdot \sin(u + u')$	9,0828	8,5849 n	9,2369 n	9,0984 n
$u + u'$	6. 57. 0	-2. 12. 12	-9. 56. 14	-7. 12. 23
u	-1. 22. 27	0. 2. 23	180 - 9. 40. 3	180 - 1. 42. 6
u'	8. 19. 27	-2. 14. 35	180 - 0. 16. 11	180 - 5. 30. 17
i	27. 15. 25	4. 23. 23	23. 59. 40	6. 8. 51
i'	17. 33. 30	6. 40. 22	14. 35. 45	9. 57. 3
δ	9. 41. 55	-2. 16. 58	9. 23. 55	-3. 48. 12
$(i - i') : 2$	4. 50. 57	-1. 8. 29	4. 41. 57	-1. 54. 6
$(i + i') : 2$	22. 24. 27	5. 31. 57	19. 17. 42	8. 2. 57
$\cdot \cos -$	9,9984	9,9999	9,9985	9,9997
$\cdot \cos +$	9,9659	9,9979	9,9749	9,9957
$\cdot \cos - : \cos +$	0,0325	0,0019	0,0236	0,0040
$\cdot \sin i (n' - n) : n'$	9,1939	8,5983 n	9,1893	8,8176 n
$\cdot \operatorname{tg} \tau' \sin(\xi - \pi')$	9,0216 n			
$\cdot \operatorname{tg} \tau' \sin(\xi - \pi)$	9,0098 n	9,2532 n	8,8279 n	8,7820 n
I_1	2,4672 n	2,0587 n	2,4223 n	2,6795 n
I_2	2,4672 n	2,0588 n	2,4223 n	2,6796 n
I_3	2,4672 n	2,0588 n	2,4223 n	2,6796 n
$II \cdot \sin \delta$	9,2265	8,6002 n	9,2129	8,8217 n
δ	9. 41. 54	-2. 16. 58	9. 23. 52	-3. 48. 11
$\cdot \cos u \sin \tau'$	9,2463	9,2565	8,8218 n	9,0537 n
$\cdot \cos u' \sin \tau$	9,0146	9,2460	9,2565 n	8,8260 n
III_1	9,2580 n	9,2565 n	9,2575	9,1008
III_2	9,2580 n	9,2565 n	9,2575	9,1007
III_3	9,2580 n	9,2565 n	9,2575	9,1007
III_4	9,2580 n	9,2565 n	9,2575	9,1007
$\cdot I : f' \cos \tau'$	7,7120 n	7,5368	7,5209	7,3131 n
$\cdot - I : f \cos \tau$	7,8889 n	7,3552	7,7349	7,1035 n
$IV_1 \cdot B$	9,5019 n	8,9065	9,4975	9,1217 n
$IV_2 \cdot B$	9,5020 n	8,9065	9,4975	9,1217 n
$\cdot - I : \cos u \cos \tau'$	0,0069 n	0,0072 n	0,0072	0,0030
$\cdot - I : \cos u' \cos \tau$	0,0070 n	0,0072 n	0,0072	0,0030
$V_{1,2} \cdot D$	9,5345 n	8,9085	9,5212	9,1257 n

Berechnung einzelner Aberrationen.

k		I		2	
$\sin \tau/2$	$\tau/2$	8,7188	3° 0' 0''		
$\sin \tau'/2$	$\tau'/2$	8,9471	5. 4. 44	8,9573	5. 12. 0
$\sin \delta/2$	$\delta/2$	8,9270	4. 50. 57	8,2993 n	— 1. 8. 29
$\sin (u + \delta/2)$	$u + \delta/2$	8,7825	3. 28. 30	8,2839 n	— 1. 6. 6
$\cos \tau' : \cos u'$		9,9977		9,9931	
$\sin i/2$	$i/2$	9,3722	13. 37. 42	8,5832	2. 11. 42
$\sin i'/2$	$i'/2$	9,1836	8. 46. 45	8,7649	3. 20. 11
.....		8,5558		7,3481	
$\cos \delta/2$		9,9984		9,9999	
.....		8,5573		7,3482	
$\cos - : \cos +$		0,0325		0,0019	
$\cos \tau$		9,9976		9,9931	
$\cos \tau'$		9,9931		9,9928	
(13) \underline{a}	\underline{a}	7,4376	0,00274	7,8942	0,007838
(13) \underline{a}	\underline{a}	7,8942	0,00784	7,9146	0,008215
(14) \underline{b}	\underline{b}	8,5899	0,03889	7,3501	0,002240
(15) \underline{c}	\underline{c}	8,5549	0,03589	7,3413	0,002194
(16) \underline{d}	\underline{d}	8,5505	0,03552	7,3410	0,002193
(17) \underline{d}'	\underline{d}'	7,7073 n	— 0,00510	6,5763 n	— 0,000377
(18) \underline{d}''	\underline{d}''	7,6748 n	— 0,00473	6,5744 n	— 0,000375
$\underline{(a + b)}$	$\underline{a + b}$	8,6194	0,04163	8,0033	0,010078
$\underline{(a + b)}$	$\underline{a + b}$	8,6696	0,04673	8,0193	0,010455
diff.	(19) diff	9,9498	— 0,00510	9,9840	— 0,000377
$\underline{(a + c)}$	$\underline{a + c}$	8,5869	0,03863	8,0014	0,010032
$\underline{(a + d)}$	$\underline{a + d}$	8,6371	0,04336	8,0173	0,010408
diff.	(19) diff	9,9498	— 0,00473	9,9840	— 0,000375
$\underline{-f}$		2,1135 n		2,6516	
\underline{B}		9,5020 n		8,9065	
\underline{D}		9,5345 n		8,9085	
(20) $\underline{e_k'}$		2,0633 n		2,6357	
(21) $\underline{\text{konv } v_k}$		8,1716 n		6,9258	
		8,1716 n		6,9258	

Berechnung einzelner Aberrationen.

 k

3

4

 $\cdot \sin \tau/2$
 $\cdot \sin \tau'/2$
 $\tau/2$
 $\tau'/2$

8,5272°

1. 55. 46

8,7536°

3. 15. 2.

 $\cdot \sin \delta/2$
 $\cdot \sin (u + \delta/2)$
 $\cdot \cos \tau' : \cos u'$
 $\delta/2$
 $u + \delta/2$

8,9134
8,9376
9,9990 n

4. 41. 56
180—4. 58. 7

8,5209 n
8,7983
9,9992 n

— 1. 54. 5°
180—3. 36. 11°

 $\cdot \sin i/2$
 $\cdot \sin i'/2$
.....
 $\cdot \cos \delta/2$
 $i/2$
 $i'/2$

9,3178
9,1039
8,4217
9,9985°

11. 59. 50
7. 17. 52°

8,7293°
8,9381°
7,6675
9,9997°

3. 4. 25°
4. 58. 31°

.....

8,4231°

7,6677°

 $\cdot \cos - : \cos +$
 $\cdot \cos \tau$
 $\cdot \cos \tau'$

0,0236°
9,9928
9,9990

0,0040°
9,9990
9,9972
(13) $\cdot \underline{a}$ \underline{a}

7,9146

0,00821°

7,0545

0,001134

(13) $\cdot a$ a

7,0545

0,00113°

7,5073

0,003215°

(14) $\cdot b$ b

8,4468

0,02797°

7,6718

0,004696°

(15) $\cdot c$ c

8,4159°

0,02606

7,6667

0,004642°

(16) $\cdot d$ d

8,4221°

0,02643°

7,6649°

0,004623°

(17) $\cdot d'$ d'

7,8500

0,00708

7,3184 n

— 0,002081°

(18) $\cdot d''$ d''

7,8263°

0,00670°

7,3143° n

— 0,002062

 $\cdot (\underline{a} + b)$ $\underline{a} + b$

8,5586

0,03619

7,7657

0,005830°

 $\cdot (a + b)$ $a + b$

8,4640°

0,02911

7,8983

0,007912

diff.

(19) diff

0,0945°

0,00708

9,8674

— 0,002081°

 $\cdot (a + c)$ $\underline{a} + c$

8,5350

0,03427°

7,7616°

0,005776°

 $\cdot (a + d)$ $a + d$

8,4404

0,02757

7,8942°

0,007839

diff.

(19) diff

0,0946

0,00670°

9,8674

— 0,002062°

 $\cdot -f$

2,2723

2,8975 n
 $\cdot B$
 $\cdot D$

9,4975°
9,5212

9,1217 n
9,1257° n
(20) $\cdot e'_k$

2,3669

2,7649 n (21) $\cdot \text{konv } v_k$
7,9616
7,9616

7,0200 n
7,0200 n

Berechnung der Projektionen in den letzten Bildraum.

k	1	2	3	4	Summe.
$\cdot f_k$	2,1135	2,6516 $\cdot n$	2,2723 n	2,8975	
$\cdot f'_k$	2,2948 n	2,4703 \cdot	2,4801	2,6897 n	
C_{k-1}		93,7 \cdot	— 261,2	— 180,4 \cdot	
d_{k-1}		8,0	6,7	5,0	
f_k	129,8 \cdot	— 448,4	— 187,2	789,8	
f'_k	— 197,1 \cdot	295,3 \cdot	302,1	— 48,4 \cdot	
$f'_k - f_{k-1}$		165,5	750,5	— 302,2 \cdot	
$f'_{k-1} - f_k$		251,2 \cdot	482,5 \cdot	— 487,7	
$\Delta_{k-1} = f'_k - f_{k-1} + C_{k-1}$		259,2 \cdot	489,3	— 482,7	
$\Delta_{k-1} = f'_{k-1} - f_k + d_{k-1}$		259,2 \cdot	489,2 \cdot	— 482,7	
$x_k = x'_{k-1} - \Delta_{k-1}$	∞	— 259,2 \cdot	21,6	— 2135,3	
$\cdot x_k$	∞	2,4137 n	1,3344 \cdot	3,3294 $\cdot n$	
$\cdot f_k f'_k$	4,4083 n	5,1220 n	4,7524 n	5,5872 n	
$\cdot x'_k$		2,7083	3,4179 $\cdot n$	2,2577 \cdot	
$\cdot \beta_k$		0,2379 \cdot	0,9378 $\cdot n$	9,5680 $\cdot n$	
x'_k	0,0	510,9	— 2618,0	181,0 \cdot	
e'_k	— 115,7	432,2 \cdot	232,7 \cdot	— 582,0	
$x'_k - e'_k$	115,7	78,6 \cdot	— 2850,7 \cdot	763,0 \cdot	
$\cdot (x'_k - e'_k)$	2,0633	1,8957	3,4549 $\cdot n$	2,8825 \cdot	
$\cdot \text{konv } v_k$	8,1716 $\cdot n$	6,9258 \cdot	7,9616	7,0200 n	
$\cdot \beta_{k+1} \dots \beta_{n+1}$	0,7438 \cdot	0,5059	9,5680 $\cdot n$	0,0000	
(43) $\cdot \varepsilon'_{k)n}$	0,9788 n	9,3274 \cdot	0,9846	9,9025 $\cdot n$	
$\cdot \cos \zeta_k$	9,3606 \cdot	9,9678 \cdot	9,3452 n	9,7582 n	
$\cdot \sin \zeta_k$	9,9882 \cdot	9,5694	9,9891	9,9135 \cdot	
$\cdot \varepsilon'_{k)n} \cos \zeta_k$	0,3394 $\cdot n$	9,2953	9,3298 n	9,6607 \cdot	
$\cdot \varepsilon'_{k)n} \sin \zeta_k$	0,9670 $\cdot n$	8,8968 \cdot	0,9737	9,8161 n	
(34) $\varepsilon'_{k)n} \cos \zeta_k$	— 2,185	0,197 \cdot	— 2,137	0,458	— 3,666 \cdot
$\varepsilon'_{k)n} \sin \zeta_k$	— 9,269	0,079	9,412 \cdot	— 0,655	— 0,432 \cdot
(52) $\varepsilon'_{k)n}$	— 9,524	0,212 \cdot	9,652	— 0,799	$\left[\begin{array}{l} \varepsilon'_X 3,691\cdot \\ \zeta'_X 186^\circ 44' \end{array} \right]$ vekt.
ζ_k	76 $^\circ$ 44'	21 $^\circ$ 47'	102 $^\circ$ 48'	124 $^\circ$ 58'	
$e'_{k)n}$	— 430,3	— 262,2 \cdot	— 540,3	— 582,0	
$e'_{\min} - e'_{k)n}$	49,1 \cdot	— 118,9	159,1 \cdot	200,8 \cdot	
$\cdot (e'_{\min} - e'_{k)n})$	1,6915	2,0752 n	2,2018	2,3028 \cdot	
$\cdot \text{konv } v_{k)n}$	8,1925 n	6,6807 \cdot	8,1264 \cdot	7,0200 n	
$\cdot \varepsilon'_{k)\min}$	9,8840 n	8,7559 $\cdot n$	0,3282 \cdot	9,3228 $\cdot n$	
(52 min $\varepsilon'_{k)\min}$	— 0,765 \cdot	— 0,057	2,129 \cdot	— 0,210 \cdot	$\left[\begin{array}{l} \varepsilon'_{\min} 1,277 \\ \zeta_{\min} 116^\circ 58' \end{array} \right]$ vekt.
ζ_k	76 $^\circ$ 44'	21 $^\circ$ 47'	102 $^\circ$ 48'	124 $^\circ$ 58'	

Berechnung der Projektionen in den letzten Bildraum.

	k	1	2	3	4	Summe
	e'_k	— 115,7	432,2	232,7	— 582,0	
	$e'_k - \Delta_k$	— 374,9	— 57,0	715,4		
	$\cdot (e'_k - \Delta_k)$	2,5739 n	1,7562 n	2,8545		
	$\cdot f_{k+1} f'_{k+1}$	5,1220 n	4,7524 n	5,5872 n		
(48)	$\cdot e'_{k)k+1}$	2,5481	2,9961	2,7326 n		
	$e'_{k)k+1}$	353,2	991,2			
	$e_{k)k+1} - \Delta_{k+1}$	— 136,0	1473,9			
	$\cdot (e_{k)k+1} - \Delta_{k+1})$	2,1337 n	3,1684			
	$\cdot f_{k+2} f'_{k+2}$	4,7524 n	5,5872 n			
(48)	$\cdot e'_{k)k+2}$	2,6187	2,4187 n			
	$e'_{k)n-1}$	415,6				
	$e'_{k)n-1} - \Delta_{n-1}$	898,3				
	$\cdot (e'_{k)n-1} - \Delta_{n-1})$	2,9534				
	$\cdot f_n f'_n$	5,5872 n				
(48)	$\cdot e'_{k)n}$	2,6338 n	2,4187 n	2,7326 n	2,7649 n	
	$e'_{k)n}$	— 430,3	— 262,2	— 540,3	— 582,0	
	$x'_n - e'_{k)n}$	611,3	443,3	721,3	763,0	
	$\cdot (x'_n - e'_{k)n})$	2,7863	2,6467	2,8581	2,8825	
	$\cdot \varepsilon_{k)n}$	0,9788 n	9,3274	0,9846	9,9025 n	
(39)	$\cdot \text{konv } v_{k)n}$	8,1925 n	6,6807	8,1264	7,0200 n	
(45)	$\gamma_{k)k+1}$	0,1035	9,2761	0,1648		
	$\gamma_{k)n-1}$	9,6536	0,4787			
	$\gamma_{k)n}$	0,2637				
	$\cdot \gamma_{k)k+1} \cdots \gamma_{k)n}$	0,0208	9,7549	0,1648	0,0000	
	$\cdot \text{konv } v_k$	8,1716 n	6,9258	7,9616	7,0200 n	
(50)	$\cdot \text{konv } v_{k)n}$	8,1925 n	6,6807	8,1264	7,0200 n	
	$\cdot \cos \zeta_k$	9,3606	9,9678	9,3452 n	9,7582 n	
	$\cdot \sin \zeta_k$	9,9882	9,5694	9,9891	9,9135	
	$\cdot \text{konv } v_{k)n} \cos \zeta_k$	7,5531 n	6,6486	7,4716 n	6,7782	
	$\cdot \text{konv } v_{k)n} \sin \zeta_k$	8,1807 n	6,2501	8,1155	6,9335 n	
	$\cdot \text{konv } v_{k)n} \cos \zeta_k (-e'_{k)n})$	0,1869 n	9,0673	0,2043 n	9,5431	
	$\text{konv } v_{k)n} \sin \zeta_k (-e'_{k)n})$	0,8145 n	8,6689	0,8482	9,6984 n	
	$\cdot \varepsilon'_{kF}$	0,8263 n	9,0995	0,8591	9,7849 n	
(59)	$\text{konv } v_{k)n} \cos \zeta_k$	— 0,003574	0,000445	— 0,002962	0,000600	— 0,005491
	$\text{konv } v_{k)n} \sin \zeta_k$	— 0,015162	0,000178	0,013048	— 0,000858	— 0,002794
(63)	$\text{konv } v_{k)n} \cos \zeta_k (-e'_{k)n})$	— 1,538	0,117	— 1,600	0,349	— 2,672
	$\text{konv } v_{k)n} \sin \zeta_k (-e'_{k)n})$	— 6,524	0,046	7,050	— 0,499	+ 0,072
	$\varepsilon'_{k)F}$	— 6.703	0,125	7,229	— 0,609	$\left[\begin{array}{l} \varepsilon'_F 2,673 \\ \zeta_F 178^\circ 27' \end{array} \right] \text{vekt.}$
	ζ_k	76° 44'	21° 47'	102° 48'	124° 58'	

Vektorielle Summen und Kontrollen.

(34)	$\varepsilon'_X \cos \zeta_X$	$- 3,666^\circ$	(59)	$\text{konv } v'_o \cos \zeta_o$	$- 0,005491^\circ$	(63)	$\varepsilon'_F \cos \zeta_F$	$- 2,672^\circ$
	$\varepsilon'_X \sin \zeta_X$	$- 0,432^\circ$		$\text{konv } v'_o \sin \zeta_o$	$- 0,002794$		$\varepsilon'_F \sin \zeta_F$	$+ 0,072^\circ$
	$\cdot \varepsilon'_X \cos \zeta_X$	$0,5642 \text{ } n$		$\cdot \text{konv } v'_o \cos \zeta_o$	$7,7397 \text{ } n$		$\cdot \varepsilon'_F \cos \zeta_F$	$0,4269 \text{ } n$
	$\cdot \cos \zeta_X$	$9,9970 \text{ } n$		$\cdot \cos \zeta_o$	$9,9500 \text{ } n$		$\cdot \cos \zeta_F$	$9,9998 \text{ } n$
	$\cdot \varepsilon'_X \sin \zeta_X$	$9,6360 \text{ } n$		$\cdot \text{konv } v'_o \sin \zeta_o$	$7,4462 \text{ } n$		$\cdot \varepsilon'_F \sin \zeta_F$	$8,8603^\circ$
	$\cdot \text{tg } \zeta_X$	$9,0718$		$\cdot \text{tg } \zeta_o$	$9,7065^\circ$		$\cdot \text{tg } \zeta_F$	$8,4334 \text{ } n$
	$\cdot \varepsilon'_X$	$0,5672$		$\text{konv } v'_o$	$7,7897$		$\cdot \varepsilon'_F$	$0,4270^\circ$
	ε'_X	$3,691^\circ$		$\text{konv } v'$	$0,006162$		ε'_F	$2,673$
	ζ_X	$180^\circ + 6^\circ 43' 45''$		ζ_o	$180^\circ + 26^\circ 57' 50''$		ζ_F	$180^\circ - 1^\circ 33' 13''$
(66)	$\zeta_F - \zeta_o$	$- 28^\circ 31' 3''$	(71)	$\zeta_X - \zeta_o$	$- 20^\circ 14' 5''$			
	$\cdot \varepsilon'_F$	$0,4270^\circ$		$\cdot \varepsilon'_X$	$0,5672$			
	$\cdot \cos (\zeta_F - \zeta_o)$	$9,9438$		$\cdot \cos (\zeta_X - \zeta_o)$	$9,9723^\circ$			
	$\cdot \dots$	$0,3708^\circ$		$\cdot \dots$	$0,5395^\circ$			
	$\cdot \text{konv } v'_o$	$7,7897$		$\cdot \text{konv } v'_o$	$7,7897$			
	$\cdot (-e'_{\min})$	$2,5811^\circ$		$\cdot (x'_n - e'_{\min})$	$2,7498^\circ$			
						$x'_n - e'_{\min}$	$562,1^\circ$	
						x'_n	$181,0^\circ$	
						e'_{\min}	$- 381,1$	
(68)	e'_{\min}	$- 381,2$	(73)	e'_{\min}	$- 381,1$			
	$\cdot \sin (\zeta_F - \zeta_o) $	$9,6789$		$\cdot \sin (\zeta_X - \zeta_o) $	$9,5389$			
	$\cdot \varepsilon'_F$	$0,4270^\circ$		$\cdot \varepsilon'_X$	$0,5672$			
	$\cdot \varepsilon'_{\min}$	$0,1059^\circ$		$\cdot \varepsilon'_{\min}$	$0,1061$			
(67)	$\varepsilon'_{\min} \cos \zeta_{\min}$	$-$	(72)	$\varepsilon'_{\min} \cos \zeta_{\min}$	$-$			
	$\varepsilon'_{\min} \sin \zeta_{\min}$	$+$		$\varepsilon'_{\min} \sin \zeta_{\min}$	$+$			
(69)	ε'_{\min}	$1,276^\circ$	(74)	ε'_{\min}	$1,277$			
	ζ_{\min}	$90^\circ + 26^\circ 57' 50''$		ζ_{\min}	$90^\circ + 26^\circ 57' 50''$			
						$\cdot \varepsilon'_{\min}$	$0,1059^\circ$	
						$\cdot \cos \zeta_{\min}$	$9,6565 \text{ } n$	
						$\cdot \sin \zeta_{\min}$	$9,9500$	
						$\cdot \varepsilon'_{\min} \cos \zeta_{\min}$	$9,7625 \text{ } n$	
						$\cdot \varepsilon'_{\min} \sin \zeta_{\min}$	$0,0559^\circ$	
						num.	$- 0,578^\circ$	
							$- 1,137^\circ$	
						$\cdot \text{konv } v'_o (x'_n - e'_{\min}) \cos \zeta_o$	$0,4896 \text{ } n$	$- 3,087^\circ$
						$\cdot \text{konv } v'_o (x'_n - e'_{\min}) \sin \zeta_o$	$0,1961 \text{ } n$	$- 1,571^\circ$
(75)	$\varepsilon'_X \cos \zeta_X$	$- 3,666$						
	$\varepsilon'_X \sin \zeta_X$	$- 0,433^\circ$						

Auf Fig. 6 und 7 sind die vorhergehenden Resultate graphisch veranschaulicht. In Fig. 6 ist die Lage der hauptsächlichsten Transversalebenen und der Aberrationszentren sowie auch der Gang des kollinear gebrochenen Strahles in dem an der optischen Achse im positiven Sinne,

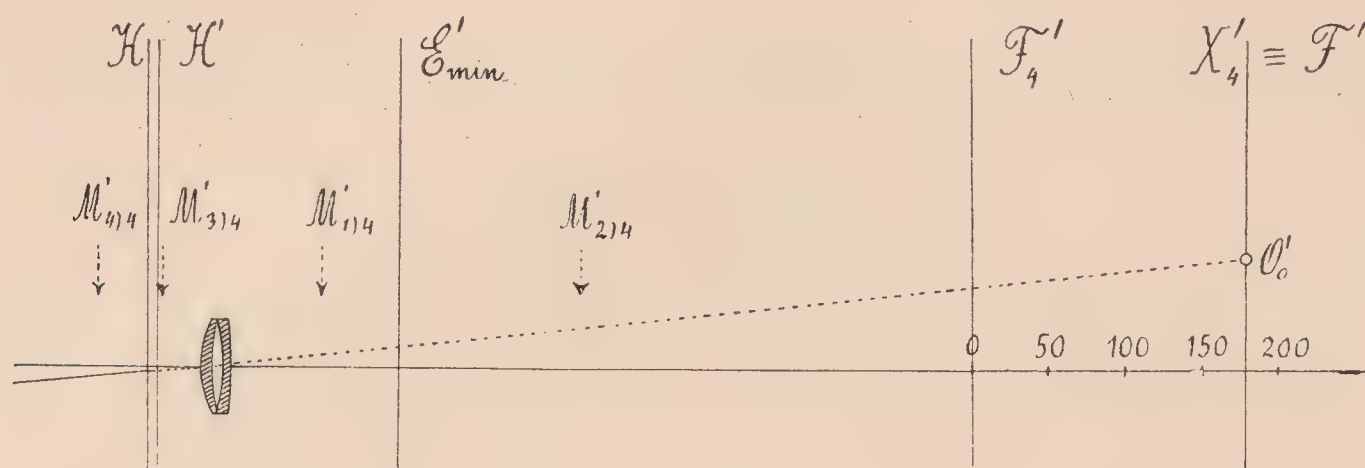


Fig. 6.

von der vierten bildseitigen Fokalebene rechts angebrachten Maßstabe angedeutet. Fig. 7 enthält die partialen und resultierenden Lateralaberrationen in den Ebenen (E'_{\min}) (F'_4) und (X'_4) in dem hundertfach ver-

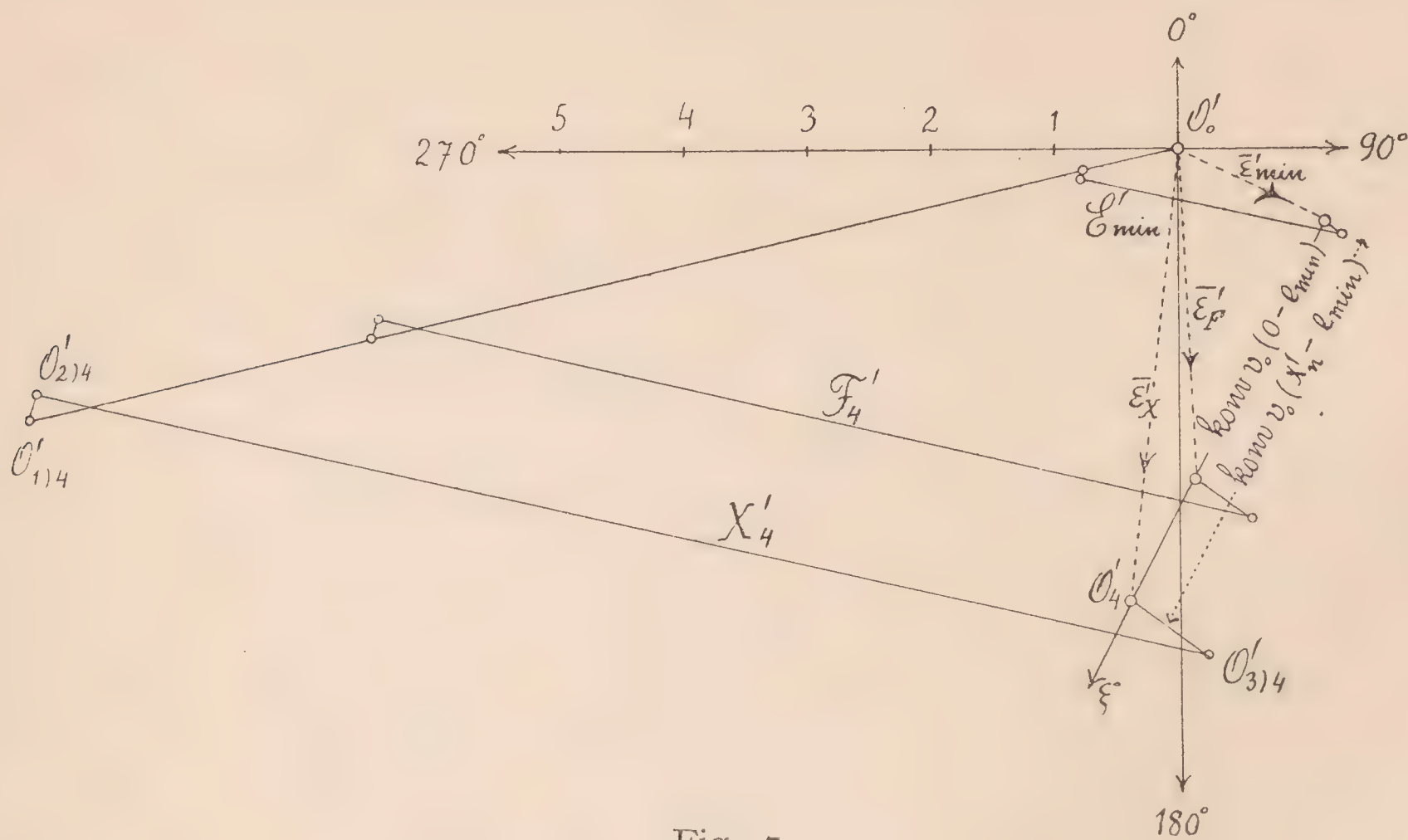


Fig. 7.

größerten Maßstabe, welcher auf der zum Positionswinkel 270° zugehörigen Richtung gezeichnet ist.

Die obenerwähnte sechsstellige Steinheil-Voigtsche Berechnung enthält in der zweiten Spalte auf Seite 194 in der Kontrollrechnung auf $\log U'$ zwei Werte dieser Größe, und zwar einen richtigen Wert 1,250341 und einen unrichtigen Wert 1,251341. Weitere Rechnungen sind aber mit diesem letzteren unrichtigen Werte durchgeführt, so daß die Resultate mit meinen vierstelligen Rechnungen nicht übereinstimmen. Herr H. D e v o r e c k ý, Professor an der Realschule zu Karolinenthal, hat in opferwilliger Weise die ganze betreffende sechsstellige Rechnung korrigiert,

wofür ich ihm an dieser Stelle meinen besten Dank ausspreche. Das Endresultat ist

$$\begin{aligned}\varepsilon'_X \cos \xi_X &= - 3,6687 \\ \varepsilon'_X \sin \xi_X &= - 0,4369\end{aligned}$$

in guter Übereinstimmung mit meiner obigen vierstelligen Rechnung

$$\begin{aligned}\varepsilon'_X \cos \xi_X &= - 3,666 \\ \varepsilon'_X \sin \xi_X &= - 0,433\end{aligned}$$

Die europäischen Arten der Gattung *Perla* Geoffr.

Von

Prof. **Fr. Klapálek.**

(Mit 15 Textabbildungen.)

Vorgelegt am 23. Mai 1907.

Diese Revision und neue dem jetzigen Standpunkte unseres Wissens entsprechende Beschreibung der europäischen Arten der Gattung *Perla* bildet eine Fortsetzung der mit der Familie Dictyopterygidae begonnenen Arbeit und ist die der Reihe nach dritte Abhandlung. Obwohl es mir nicht gelungen ist alle bisher beschriebenen Arten zu bekommen — es fehlt mir die *P. impunctata* Pict. — und das Material mancher Art nicht befriedigend war, zögere ich nicht mit der Veröffentlichung der Resultate meiner Studien, da ich einerseits nicht hoffe die Möglichkeit zu haben das, was mir an Materiale fehlt, in nächster Zeit mir zu verschaffen, andererseits aber ist es nicht möglich den Fortschritt, welchen unser Wissen seit Pictets Zeiten gemacht hat, zu verkennen.

Die Gattungen *Perla* und *Chloroperla*, da ihre relativ einfachen Sexualcharaktere nicht genügend auffallende Merkmale bieten, sind bisher nicht in moderner Weise bearbeitet worden. Es kostete auch keine geringe Arbeit Charaktere ausfindig zu machen, die hoffentlich fest genug sind, um auch in der Zukunft als Grundlage des Systems zu dienen. Solches Merkmal ist die Stellung der Punktaugen; diese sind in ein Dreieck gestellt, dessen Form und Längenverhältnis der Seiten wichtig sind; auch das Verhältnis des gegenseitigen Abstandes der hinteren zwei Punktaugen zur Entfernung derselben von dem Innenrande der zusammengesetzten Augen, die Form des Pronotums und die Farbe der Adern, besonders der Costa und Subcosta bieten ebenfalls gute Merkmale.

Das 5. Rückensegment ist beim ♂ entweder ganz normal entwickelt oder bedeutend größer und nach hinten dreieckig erweitert. Der 10. Ring ist auf dem Rücken entweder nur vertieft und hinten etwas ausgerandet,

oder in der Mittellinie geschlitzt und jedeseits in einen einfachen oder gabelig gespaltenen, nach vorn gerichteten Fortsatz vorgezogen.

Der 8. Bauchring des ♀ ist entweder ganz normal mit gerade abgestutztem Hinterrande oder in eine Subgenitalplatte verlängert. Das 10. Segment ist auf dem Rücken mehr oder weniger erweitert, selten fast

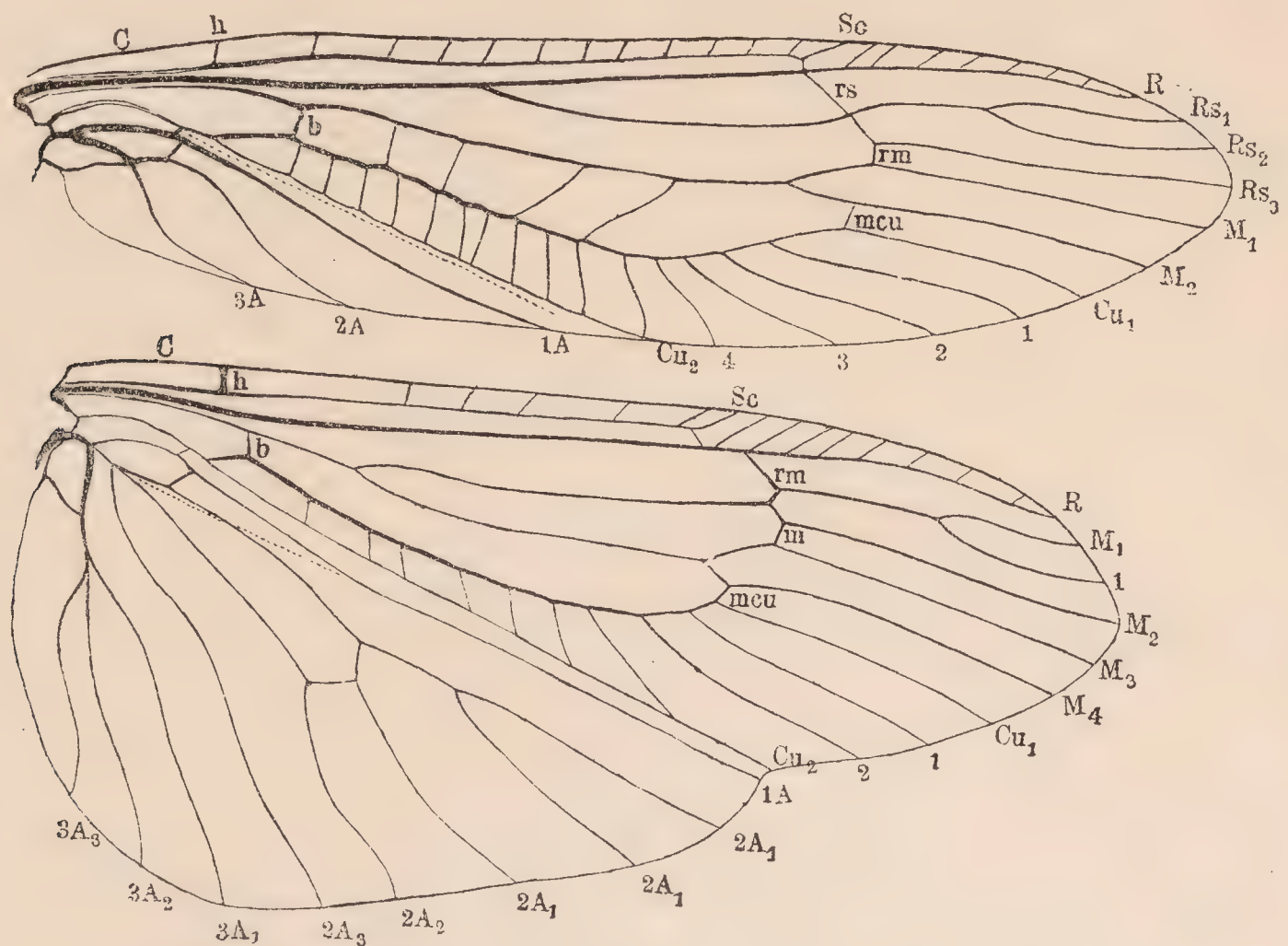


Fig. 1. Die Nervatur v. *Perla abdominalis* Burm.

C = Costa, Sc = Subcosta, R = Radius, Rs₁, Rs₂, Rs₃ = 1—3. Ast des Sector radii M₁, M₂, M₃, M₄ = 1—4. Ast der Media, Cu₁, Cu₂ = vorderer und hinterer Ast des Cubitus, 1, 2, 3 = die accessorischen Ädern. 1A, 2A, 3A = 1—3. Analader, h = Humeralquerader, rs = Radio-Sectoral-Querader, rm = Radio-Medial-Querader, mcu = Medio-Cubital-Querader, b = d. basale Querader.

gerade; die Erweiterung ist stumpfwinklig dreieckig oder rundlich und nimmt den ganzen Hinterrand ein oder beschränkt sich nur auf den mittleren Teil desselben.

Ordnung Plecoptera.

2. Fam. Perlidae.

Ich zähle zu dieser Familie diejenigen Arten, welche Pictet in seiner Monographie in die Gattungen *Perla*, *Chloroperla* und *Isopteryx* gestellt hat. Sie haben dünne borstenförmige Fühler und ahlförmige Taster; die Kiefertaster sind 5-gliedrig, Lippentaster 3-gliedrig und in beiden Paaren ist das mittlere Glied das längste, das Endglied dagegen das dünnste und viel kürzer als das vorletzte. Flügel in der Regel vollkommen entwickelt, selten sind sie bei den Männchen verkürzt. Sector Radii in den Vorderflügeln entweder einfach gegabelt oder mehrere parallele Äste gegen den

Außenrand abgebend; dasselbe gilt von den mit dem Sector homologen vorderen Äste der Media. Der vordere Kubitalast ist entweder einfach oder biegt stark nach vorn ein und entsendet mehrere parallele akzesorische Äste gegen den Außenrand hin. Im Costalfelde finden wir mehr oder weniger zahlreiche Queradern, im Subcostalfelde kann ihre Zahl bis auf eine einzige reduziert werden. Kein Adernetz in der Flügelspitze. Das Endglied der 3-gliedrigen Füße viel länger als die sehr kurzen zwei ersten zusammen. Cerci immer deutlich entwickelt.

Das Abdomen trägt nur wenige Sexualcharaktere. Das 5. Rücken-segment ist bei einigen Gruppen dreieckig erweitert und schildchenartig gewölbt: der 8. Bauchring trägt bei *Chloroperla* in der Mitte des Hinterrandes einen gewöhnlich quer trapezförmigen Anhang; der 9. bildet eine breit kahnförmige Subgenitalplatte; die Bauchseite des 10. ist verdeckt, die Rückenseite entweder ganz einfach oder in der Mittellinie geschlitzt und jederseits in einen nach vorn gerichteten Fortsatz vorgezogen oder einen stark verhornten, schwarzen Zahn tragend. Die Ausführungsgänge der Genitalien sind entweder mit einer walzenförmigen muskulösen Ruthe versehen oder besitzen einen chitinisierten, an der Spitze geschlitzten Tilitator. Die Subanalklappen sind normal, schmal kahnförmig, ohrförmig, selten klauenartig. Der Supraanallobus ist entweder klein oder er tritt unter dem Hinterrande des 9. Ringes halbkugelig hervor.

Der weibliche Hinterleib ist normal ausgebildet und der 8. Bauchring ist hinten gerade abgestutzt oder in eine Subgenitalplatte erweitert, deren Größe und Form für die Systematik sehr gut zu verwerten ist.

Die inneren Genitalorgane sind in beiden Geschlechtern schlingenförmig.

Genus *Perla* Geoffr.

Körper meist groß, stark, mit ziemlich breitem und flachem Kopfe: Pronotum schmaler als der Kopf samt Augen, mit parallelen oder nach hinten konvergierenden Seiten; im Subcostalfelde zwischen dem Radius und Costa wenigstens 2 Queradern und Radius wie der demselben entsprechende Vorderast der Media in Hinterflügeln entsenden wenigstens 2 Äste nach hinten: auch der vordere Ast des Cubitus hat mehrere akzesorische Äste. Der anale Lobus der Hinterflügel ist groß und demzufolge ist die 2. und 3. Analader vielästig.

Bei einigen Untergattungen ist der 5. Dorsalring dreieckig erweitert. Die Rute ist walzenförmig und der 10. Dorsalring ist meistens in der Mittellinie geschlitzt und jederseits in einen nach vorn gerichteten Fortsatz vorgezogen; der Supraanallobus klein. Die weibliche Subgenitalplatte vorhanden oder fehlend.

Bestimmungstabelle für Untergattungen.

1. Die einfachen Augen in ein schmales Dreieck gestellt so, daß der Abstand der hinteren höchstens zwei Dritteln ihrer Entfernung vom Innenrande der Augen gleicht; Pronotum stark trapezoid, vorne deutlich schmaler als das Hinterhaupt hinter den Augen; in dem medialen Felde der Hinterflügel 1—3 Queradern; der 10. Hinterleibsring beim ♂ hinten ausgerandet, nicht geschlitzt und ohne Fortsätze; die ♀ Subgenitalplatte stumpf dreieckig *Dinocras*
- Die einfachen Augen in ein fast gleichseitiges Dreieck gestellt; der Abstand der hinteren wenigstens so groß wie die Entfernung vom Innenrande der Augen 2
2. Die weibliche Subgenitalplatte fehlt; der 5. Dorsalring des ♂ normal; der Abstand der hinteren Punktaugen etwa so groß wie die Entfernung vom Innenrande der Augen *Perla*
- Die weibliche Subgenitalplatte deutlich; der 5. Dorsalring des ♂ entweder normal, dann ist aber der Abstand der hinteren Punktaugen zweimal so groß, wie die Entfernung vom Innenrande der Augen, oder dreieckig erweitert 3
3. Der 5. Dorsalring des ♂ dreieckig erweitert; der 10. oben in der Mittellinie geschlitzt und in einen gabelig geteilten Fortsatz vorgezogen; die Subgenitalplatte kurz und abgerundet; die Stirnschwielen dem Innenrande der Augen näher als den hinteren Punktaugen; das Kostal- und Subkostalfeld deutlich gelblich *Marthamea*
- Die Subgenitalplatte parabolisch, über die Mitte des 9. Ringes reichend; der Flügelvorderrand höchstens nur schwach heller als die übrige Fläche 4
4. Der Abstand der hinteren Punktaugen der Entfernung vom Innenrande der Augen etwa gleich; Körper mittelgroß *Agnetina*
- Der Abstand der Punktaugen zweimal so groß wie die Entfernung vom Innenrande der Augen: Körper klein *Hemimelaena*

1. Subg. **Dinocras** Klþ.

Diese Gruppe ist so natürlich, daß ich nicht zweifle, daß ihr in einer Monographie der Rang einer selbständigen Gattung zuerkannt wird. Der auffallend große Kopf und das relativ schmale Pronotum machen die hieher gehörenden Arten leicht kenntlich.

Die Tabelle für Arten.

1. Kopf auffallend heller, gelber als Pronotum, Hinterleib ockergelb
- Kopf wenig heller als der Thorax, Hinterleib oliv-gelbbraun; das Verhältnis des Abstandes der hinteren Punktaugen zu deren Ent-

- fernung vom Innenrande der Augen ist 20 : 27-29; das ♂ kurzflüglig *cephalotes*
 2. Obiges Verhältnis 20 : 32-36; das ♂ vollflüglig *baetica*
 — Das Verhältnis 20 : 46; Kopf auffallend groß und breit . . *megacephala*

***Perla cephalotes* Curt.**

Kopf mäßig glänzend, dunkel ockergelb, vor der *M*-Linie und in einem vom Grunde der Fühler über die hinteren Punktaugen sich ziehenden Bogen dunkelbraun: Thorax oben braun, der Vorder- und Hinterrand des Pronotum dunkler: Hinterleib am Grunde dunkel ockergelb, gegen die Spitze zu allmählich braun. Die Unterseite des Körpers lichtbraun. Fühler und Taster dunkelbraun, Cerci braun, Beine braun, Schenkel und Schienen an den Knien dunkler. Kopf sehr kurz, nach vorn stark verschmälert. Punktaugen groß und in ein scharfeckiges Dreieck gestellt, dessen Seiten im Verhältnis wie 46 : 50 stehen. Pronotum stark trapezoid, vorne deutlich schmaler als das Hinterhaupt hinter den Augen, nach hinten deutlich verschmälert; das Verhältnis der vorderen zur hinteren Breite und zur Länge ist 57 : 45 : 40.

Flügel beim ♂ stark verkürzt, bei trockenen Stücken kaum an das Hinterleibsende reichend. Beim ♀ sind die Flügel normal, mit parabolischer Spitze, schwach gebräunt, mit starken Adern; diese sind braun mit Ausnahme der Costa und Subcosta, welche ins Gelbliche übergehen.

Beim ♂ ist der 9. Ring auf der Bauchseite deutlich parabolisch vorgezogen: der 10. ist auf dem Rücken hinten stark ausgeschnitten und zwischen den Schwanzfäden nach unten gedrückt; auch die beiden vorangehenden Ringe sind ausgerandet und eingedrückt.

Beim ♀ bildet der 8. Bauchring eine zwar kurze, aber deutliche bogenförmige Subgenitalplatte. Der 10. Dorsalring ist zwar ziemlich stark bogenförmig vorgezogen, aber gleichzeitig nach unten gekrümmt.

Körperlänge des ♂ 11—15 mm, des ♀ 15—18 mm, Flügelspannung des ♀ 43—54 mm.

Diese Art ist sicher über den größten Teil von Europa verbreitet. Sie ist aus England, den Niederlanden, Frankreich, Spanien, der Schweiz,

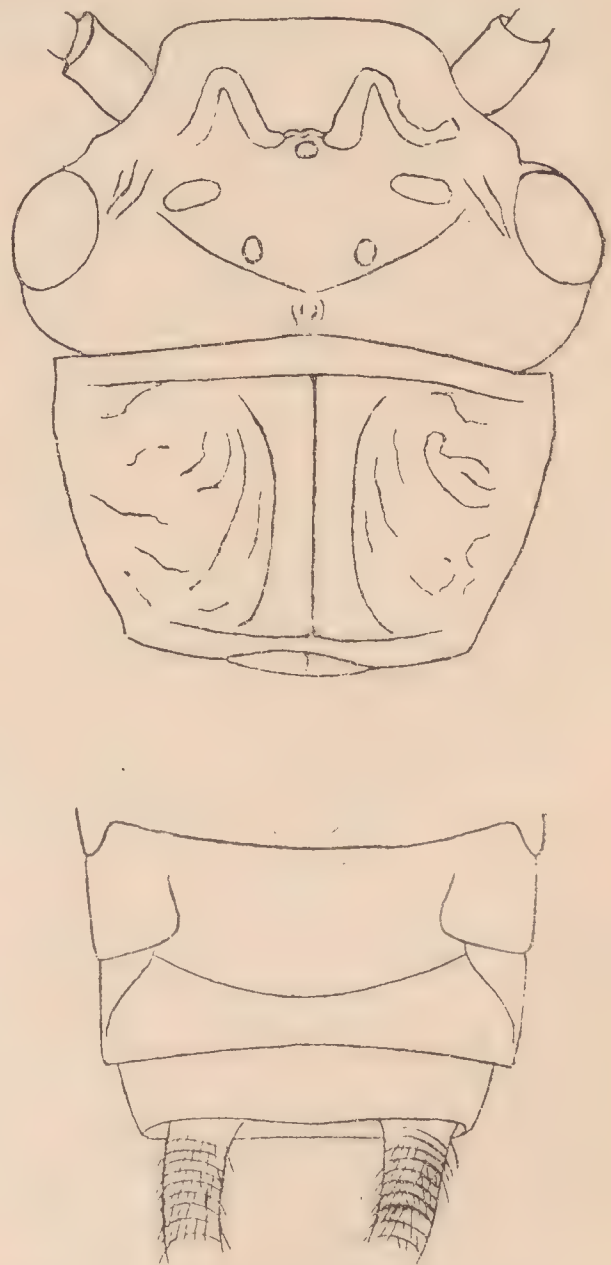


Fig. 2. *Perla cephalotes* Curt.

Oben Kopf und Pronotum, unten das ♀ Hinterleibsende v. d. Bauchseite.

den Alpenländern überhaupt, aus Deutschland, Sudeten, Karpaten und Skandinavien mir bekannt, aber immer gelangten nur einzelne Stücke in meine Hände. Flugzeit im Juni.

***Perla baetica* Ramb.**

Rambur, Hist. nat. des Insect. Névr. p. 455. *Ed. Pictet*, Synops. d. Névropt. d. Espagne, p. 14.

Kopf deutlich gelbbraun, nur außerhalb der *M*-Linie am Vorder- und Seitenrande des Clypeus braun und mit verwaschenen braunen Streifen auf dem Scheitel und am Hinterhaupte. Pronotum braun bis dunkelbraun, in der Mitte ins Rotbraune übergehend und am Vorder- wie Hinterrande



Fig. 3. *Perla baetica* Ramb.

Kopf u. Pronotum.

dunkler. Meso- und Metanotum glänzend braun, mit undeutlicher lichter Zeichnung. Hinterleib auffallend lichtgelb, nur die letzten Ringe braun. Die Körperunterseite gelb, Fühler, Taster und Beine braun.

Flügel etwas schmaler, mit einer schärfer parabolischen Spitze; sie sind glänzender, lichter und im Costal-, wie Subcostalfelde deutlich gelb; auch Costa und Subcosta und die Queradern im Costalfelde der Hinterflügel gelb. Im medialen Felde der Hinterflügel gewöhnlich 2—3 Queradern. Beim ♂ die Flügel vollkommen entwickelt.

Der 10. Hinterleibsring des ♂ hat zwei längliche Erhöhungen, welche die Fortsätze der echten Perlen andeuten. Die ♀ Subgenitalplatte zeigt keine auffallenden Unterschiede von *cephalotes*.

Körperlänge des ♂ 14—18 mm, des ♀ 20—23 mm; Flügelspannung des ♂ 42—50 mm, des ♀ 56—65 mm.

Diese Art scheint in den Alpen und südlich von denselben weit verbreitet zu sein. Rambur hat sie nach Exemplaren aus Malaga beschrieben, Ed. Pictet hat sie bei Ildefonso gesammelt, in der Sammlung von Baron de Selys-Longchamps befindet sich ein aus den ♀ Pyrenäen, in derjenigen des k. k. Hofmuseums in Wien sind mehrere aus den Alpen herkommende Stücke und ein ♀ aus Mehadia. Ich habe sie in Laibach gesammelt.

H. Albarda in seiner Abhandlung: Notes sur les Perlides décrites par le Dr. Rambur (Ann. de la Soc. Ent. de Belg. I. XXXII.; p. 9.) behauptet diese Art sei identisch mit *P. cephalotes* Curt. Doch die Beschreibung ihrer Farbe bei Rambur und besonders die von E. Pictet gegebene Abbildung heben jeden Zweifel auf. Pictet sagt auch: „Il y a deux nervures transversales dans la quatrième cellule discoidale des ailes inférieures.“

Die Unterschiede beider Arten bestehen hauptsächlich im kleineren Abstände der hinteren Punktaugen, in der helleren Farbe des Kopfes und Hinterleibes, deutlich gelblichem Vorderrande der Flügel und in der größeren Zahl der Queradern im medialen Felde der Hinterflügel.

***Perla megacephala* n. sp.**

Kopf mäßig glänzend, vor der *M*-Linie und auf der Stirn zwischen den Punktaugen, den Stirnschwielen und der *M*-Linie dunkel, bräunlich. Thorax oben braun, auf dem Praescutum und den Schultern heller, gelb; Hinterleib sowie die Unterseite licht gelbbraun, an den Seiten mit bräunlichen Streifen. Fühler, Taster, Beine und Cerci braun, Schenkel gegen die Wurzel und die Schienen gegen die Spitze zu heller: manchmal sind die Beine licht braun mit einem deutlichen Kniesäume der Schenkel.

Kopf auffallend groß, Punktaugen mittelgroß, die hinteren größer als die vorderen; das Verhältnis des Abstandes der hinteren zur Entfernung vom vorderen ist 45 : 49. Pronotum im Verhältnisse zum Kopfe auffallend klein, deutlich trapezoid, vorn viel schmaler als das Hinterhaupt. Das Verhältnis ihrer Länge vorn und hinten zur Länge ist 55 : 43 : 35.

Flügel bräunlich mit brauner Nervatur, nur die Subcosta der Hinterflügel, gegen die Spitze zu etwas lichter. In dem medialen Felde der Hinterflügel 1—2 Queradern, manchmal fehlen sie aber gänzlich.

Das ♂ unbekannt. Beim ♀ ist der Hinterrand des 8. Bauchringes in eine dreieckige den Hinterrand des 9. Ringes nicht erreichende Subgenitalplatte vorgezogen: das 10. Dorsalsegment ist rundlich erweitert und nach unten gebogen.

Körperlänge des ♀ etwa 20 mm, Flügelspannung 48 mm.

Ich habe 3 ♀ aus „Graecia“ (leg. Krüper) gesehen: 2 befinden sich in der Sammlung des k. k. Hofmuseums in Wien, 1 in dem Naturhistorischen Museum zu Berlin.

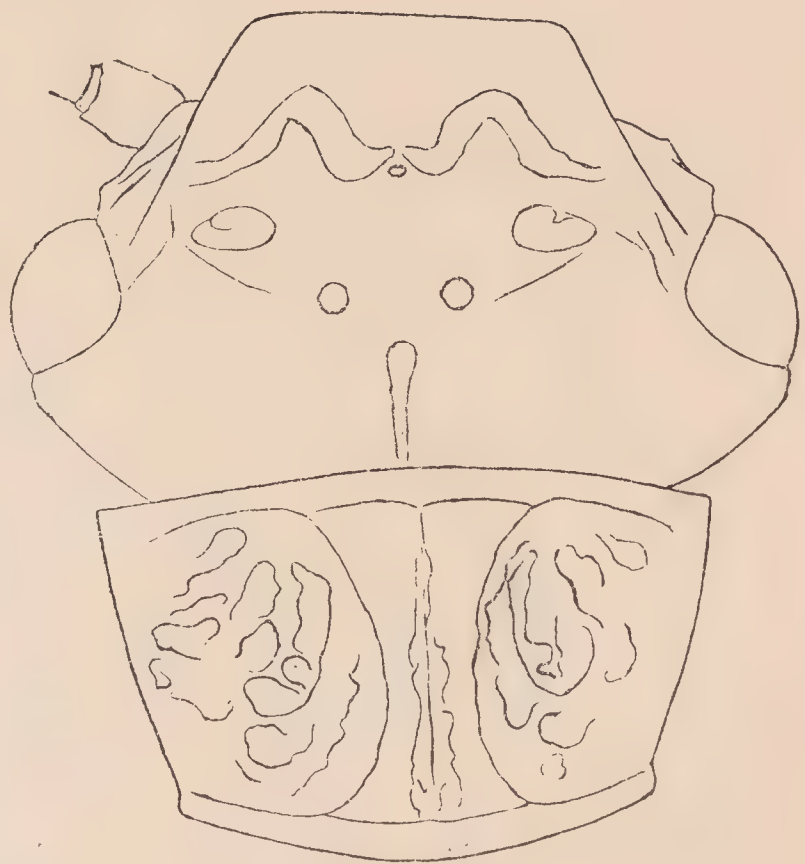


Fig. 4. *Perla megacephala* n. sp.

Kopf u. Pronotum.

2. Subg. ***Perla*** s. str.

Diese Untergattung halte ich für den typischen Repräsentanten der alten Gattung *Perla*, da zu derselben nicht nur die meisten, sondern

auch die am häufigsten vorkommenden Arten gehören. Sie bilden ebenfalls eine sehr gleichmäßige Gruppe, welche durch die in ein ungefähr gleichseitiges Dreieck gestellten Punktaugen, wobei der gegenseitige Abstand der hinteren ihrer Entfernung vom Innenrande der Augen gleichkommt, und durch das querlängliche, nach hinten wenig verschmälerte Pronotum gekennzeichnet sind. Die mediale Zelle der Hinterflügel hat nie Queradern. Das 10. Segment des ♂ ist auf dem Rücken gespalten und trägt jederseits einen fingerförmigen, nach vorn gerichteten Fortsatz; die ♀ Subgenitalplatte fehlt.

Die Tabelle der Arten.

1. Kopf meistens, besonders aber unten auf der Kehle schwarz, nur das Hinterhaupt heller und die *M*-Linie sowie auch die Stirnschwielen etwas rötlich; der 10. Dorsalring des ♀ in der Mitte dreieckig erweitert: die Schwanzfäden unterhalb der zusammengelegten Flügel deutlich hervorragend *abdominalis*
- Kopf meistens, besonders unten licht: oben wenigstens der Kopfschild vor der *M*-Linie in der Mitte mit einem rotbraunen Makel; der 10. Dorsalring des ♂ entweder in der Mitte rundlich erweitert oder abgestutzt 2
2. Pronotum gelbbraun, rotbraun bis schwarzbraun, mit dunklerem Mittelstreifen und in der vorderen wie hinteren Randfurche dunkler, aber die Seitenränder sind mit der übrigen Fläche gleichfarbig 3
- Pronotum licht, mit einem dunklen Mittelstreifen und ringsum dunkel gesäumt 4
3. Das ♂ vollflügelig; Nervatur licht, besonders Radius der Hinterflügel der ganzen Länge nach gleich licht wie die Subcosta; Kopf rotbraun bis schwarzbraun; Cerci ragen nicht unterhalb der zusammengelegten Flügel hervor *marginata*
- Das ♂ kurzflügelig: die Nervatur meistens dunkel, besonders der Radius der Hinterflügel deutlich dunkler als die Subcosta: Kopf und Pronotum gelbbraun; Cerci ragen unterhalb der zusammengelegten Flügel hervor *madritensis*
4. Die Seitenfelder des Pronotums ohne dunklen Mittelfleck: Kopf gleichmäßig gelb, ungefleckt; Meso- und Metanotum und Abdomen gelb, nur die Hinterleibspitze gelb; Beine und Schwanzfäden braun, Flügel leicht grünlich mit brauner Nervatur; Flügelspannung 50 mm *impunctata*
- Die Seitenfelder des Pronotums je mit einem dunklen Mittelflecke 5
5. Praescutum des Meso- und Metanotums licht, höchstens nur in der Mitte etwas dunkler; Beine gelbbraun oder hellbraun mit dunklen Knien *maxima*

- Praescutum des Meso- und Metanotums dunkel, mit dem Scutum gleichfärbig; Beine ganz gelb oder Schenkel gegen die Wurzel und Schienen gegen die Spitze zu lichter 6
6. Punktaugen etwas kleiner und der Abstand der hinteren größer als ihre Entfernung von dem vorderen: der 10. Dorsalring des ♀ in der Mitte rundlich erweitert; die Flügelmembran kaum getrübt . . *dacica*
- Punktaugen etwas größer, ein vollkommen gleichseitiges Dreieck bildend; der 10. Dorsalring des ♀ in der Mitte trapezoid erweitert; die Flügelmembran deutlich graubraun getrübt *alpicola*

***Perla maxima* Scop.**

(*P. bipunctata* Pict., *P. cephalotes* Burm.)

Körper ockergelb, Punktaugen breit schwarzbraun umringt, Kopfschild am Rande braun und hinter den Augen ein brauner Fleck; die Stirnschwielen hellgelb. Auf dem Pronotum ist das schmale Mittelfeld, der Vorder- und Hinterrand und ein schmaler Saum der Seitenränder schwarzbraun: die Seitenfelder zeigen je einen verwaschenen braunen Makel. Scutum und Scutellum der Mittel- und Hinterbrust sind kastanienbraun: die Brustseiten sind braun und die Bauchseite des Abdomens ist ebenfalls etwas dunkler als die Dorsalseite. Fühler und Taster schwarzbraun, Beine hellbraun mit schwarzbraunen Knien und Füßen; Schwanzfäden mit dem Hinterleibe gleichfärbig. Beim ♀ sind die Farben etwas lichter.

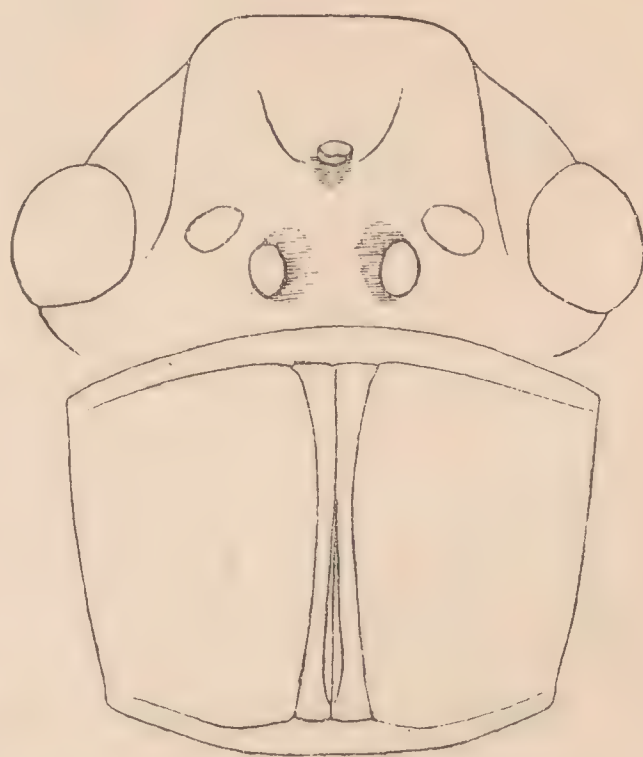


Fig. 5. *Perla maxima* Scop.

Kopf u. Pronotum.

Augen nur mäßig gewölbt; die schief gestellten Stirnschwielen den hinteren Punktaugen deutlich näher als dem Innerrande der Augen. Pronotum deutlich trapezoid, vorn etwas schmaler als das Hinterhaupt, nach hinten verschmälert; das Verhältnis der Breite vorn und hinten zur Länge ist 48 : 40 : 39. Alle Ecken stumpfwinklig. Das Mittelfeld nimmt etwa ein Fünfzehntel der ganzen Breite ein.

Flügel ganz wenig getrübt und entlang des Radius gelblich. Adern braun, in den hinteren der größte Teil der Subcosta und das untere Drittel des Radius gelb. Die Querader *rm* verbindet den letzten Ast des Sector Radii mit dem ersten Aste der Media.

Körperlänge 17—22 mm, Flügelspannung 43—64 mm.

Diese Art fliegt im Mai und Juni und scheint besonders im südlichen Europa verbreitet zu sein; ich habe Stücke gesehen und selbst ge-

sammelt in den niederen Lagen der Alpen, in Krain, Kroatien, Bosnien und Herzegovina. Pictet sagt, sie kommt im größten Teile von Europa vor. Ich kenne kein Exemplar aus Böhmen, obwohl sie bei uns leben kann. Die in Nordeuropa angegebenen Lokalitäten bedürfen Bestätigung.

Var. *Carlukiana* mihi stimmt in jeder Hinsicht mit der typischen *maxima* überein, nur die Farbe scheint nicht so hell zu sein, was aber die Folge der unvollkommenen Reife sein kann; auch die gelbliche Farbe entlang des Radius ist nur bei denjenigen Stücken deutlicher, welche reifer zu sein scheinen: der dunkle Streifen auf den Brustseiten zieht sich bis auf den Hinterleib. Das auffallendste aber ist, daß die Flügel des ♂ so verkürzt sind, daß die vorderen, welche deutlich länger sind als das andere Paar, ähnlich wie dasselbe nur an die Hinterleibsspitze reichen. Die Größe wie bei der typischen Form, aber der Körper scheint stärker zu sein.

Ich habe eine ganze Reihe von Exemplaren von Herrn K. J. Morton erhalten, welcher sie in Carluke, Schottland, gesammelt hat.

***Perla alpica* Klp.**

(Beitrag zur Kenntnis der Neuropteroiden von Krain und Kärnten. Bulletin internat. de l'Académ. d. Scienc. de Bohême, 1900, pag. 5.)

Der *P. maxima* nahe stehend, aber der Kopf zeigt nur kleine Flecke an den Punktaugen, Pronotum ist etwas heller, dafür aber ist das Meso- und Metanotum fast einfarbig glänzend dunkelbraun; besonders auffallend ist das dunkle Praescutum. Infolgedessen besteht ein großer Unterschied in der Farbe des Kopfes und der Brust. Die Beine, Fühler, Taster und Schwanzfäden durchwegs dunkelbraun. Auf dem Hinterleibe ist auch der dunkle Seitenstreifen angedeutet. Die dunkle Farbe ist durch einen düsteren Anflug gekennzeichnet und übergeht öfters ins Olivgrüne. Flügel sind deutlich getrübt, entlang des Radius nicht gelblich: der Stiel des inneren interradianalen Feldes öfters so lang wie der Vorderrand desselben. Beim ♀ ist der 10. Dorsalring in der Mitte rundlich erweitert, aber diese Erweiterung ist hinten abgestutzt, so daß sie im ganzen einen trapezoiden Umriß hat.

Körperlänge 18—23 mm, Flügelspannung 50—65 mm; durchschnittlich ist diese Art größer als *P. maxima*.

Ich habe sie bei Tarvis in Kärnten gesammelt am 31. VII. 1899. Die Sammlungen des k. k. Hofmuseums in Wien enthalten mehrere Stücke aus verschiedenen Lokalitäten in den Alpen: Raibl, Aflenz, Surnsee, Landachsee und Bozen. In dem Museum von Brüssel befindet sich ein ♀ aus Fechireuv.

Auch Pictet führt ein Exemplar aus den Glarischen Alpen an und erwähnt ein Stück, welches er aus den Österreichischen Alpen von Kollar erhalten hat. Es ist wahrscheinlich, daß diese Art in vielen

Sammlungen unter dem Namen „maxima“ steckt. Sie vertritt vielleicht in den höheren Lagen diese Art.

***Perla impunctata* Pict.**

(Perlides, pag. 194.)

Ich entnehme der Pictetschen Beschreibung, was mir am wichtigsten erscheint. Kopf rötlich gelb, ohne schwarze Ringe um die hinteren Punktaugen. Die Seitenfelder des Pronotums ohne den dunklen Mittelfleck, Meso- und Metanotum braun mit gelben Flecken an der Flügelwurzel. Hinterleib auf dem Rücken mit Ausnahme der gelben Spitze grünlich braun; der Körper sonst gelb. Schwanzfäden und Beine braun, Schenkel gegen die Spitze, Schienen gegen die Wurzel zu schwarz, mit einem gelben Fleck an dem Kniegelenke. Flügel, welche beim ♂ vollkommen entwickelt sind, haben eine feine grünlich gelbe Färbung und braune Adern.

Körperlänge 16 mm, Flügelspannung 50 mm.

Diese Art, welche nach einem Stücke aus der Umgebung von Rom beschrieben worden ist, ist von allen anderen genügend verschieden und ich glaube, man wird dieselbe im südlichen Italien finden.

***Perla dacica* n. sp.**

In der Farbe der *P. maxima* sehr ähnlich. Die schwarzen Ringe um die hinteren Punktaugen sind nach vorn dreieckig verlängert, manchmal so, daß sie das vordere Auge erreichen und dann oft noch in einen unbestimmten Streifen gegen die Wurzel der Fühler auslaufen. Der Mittelfleck auf den Seitenfeldern des Pronotum ist wenig deutlich und das Pronotum selbst ist noch etwas lichter als bei *P. maxima*. Praescutum des Meso- und Metanotum ist so dunkel wie das Scutum. Der dunkle Streifen an den Seiten der Brust zieht sich bis auf den Hinterleib und biegt beim ♀ etwa in dessen Mitte nach oben und beide Streifen laufen auf dem 9. Ringe zusammen eine verwaschene V-förmige Zeichnung bildend. Der 10. Ring ist ganz gelb, Schwanzfäden gelbbraun, jedes Glied an der Spitze dunkler. Beine dunkelbraun, nur die Schienen gegen die Spitze zu heller.

Punktaugen auffallend klein, in ein gleichschenkliges Dreieck gestellt, dessen Basis etwas größer ist als die Seiten (im Verhältnisse 13 : 11). Auch die Augen sind kleiner als bei *maxima*, besonders ihr Innenrand bildet eine flachere Kurve. Der 10. Ring des ♀ ist ebenfalls rundlich erweitert, aber die Erweiterung ist mehr allmählich als bei *maxima*. Körperlänge 23 mm, Flügelspannung 56—60 mm.

Ich habe 3 ♀ im Vulkan-Passe an der südlichen Grenze von Siebenbürgen am 6. VIII. 1904 gesammelt.

Perla madritensis *Rmb.*

(Névr. 455.)

Körper ockergelb, die Seitenteile des Kopfes lichter, Meso- und Metanotum dunkler und das Praescutum dieser Ringe kaum heller als das Scutum. Punktaugen entweder durch braune Flecke verbunden oder ist der ganze Raum zwischen ihnen braun. Auf dem Pronotum ist der Mittelstreifen und der Saum an dem Vorder- und Hinterrande oft wenig deutlich: die Seitenfelder zeigen keine Spur des Makels in der Mitte. Seiten der Brust braun. Fühler und Taster braun, Beine ockergelb, der Knierand der Schenkel schmal dunkelbraun gesäumt. Schwanzfäden gelb, eher etwas lichter als der Hinterleib. Der Abstand der hinteren Punktaugen deutlich größer als ihre Entfernung vom Innenrande der Augen. Pronotum trapezoid; das Verhältnis der Breite vorn und hinten zur Länge ist 57 : 43 : 44.

Flügel kaum getrübt. Subcosta in beiden Paaren durchwegs gelb, lichter als Costa und Radius; in den Vorderflügeln ist die Costa ein wenig heller als der Radius, welcher am Grunde gelb wird; auch der Sector Radii ist in seinem unteren Teile gelblich, die übrigen Adern sind bräunlich. In den Hinterflügeln sind die Adern lichter; Costa, Radius und der untere Teil der Media, obwohl etwas dunkler als die Subcosta, sind doch deutlich gelblich. Der Stiel des inneren interradiellen Feldes ist etwa halb so lang wie der Vorderrand desselben. Beim ♂ sind die Flügel verkürzt.

Der 10. Ring des weiblichen Hinterleibes ist in der Mitte stark rundlich erweitert und vor dem Hinterrande grubchenartig vertieft.

Körperlänge des ♂ 15 mm, des ♀ 21—24 mm; Flügelspannung des ♂ 20 mm, des ♀ 44—51 mm.

Rambur hat seine Typen aus der Umgebung von Madrid erhalten, Ed. Pictet hat beide Geschlechter bei Ildefonso, ich an der Bojana in Bulgarien am 20. VII. 1893 gesammelt.

Meine Exemplare stimmen nicht nur mit der von Rambur und Ed. Pictet gegebenen Beschreibung, sondern auch mit der Abbildung des letzteren Auktors vollkommen überein. Die in der Selysischen Sammlung befindlichen Originale Ramburs heben jeden Zweifel über die Identität der Art auf.

Perla marginata *Panz.*

(Fauna 71, 3.)

Die Farbe ist sehr veränderlich, von einer gleichmäßig ockergelben, nur auf der Brust etwas dunkel schattierten bis zu Stücken, die einen dunkel ockergelben Kopf, ein Van-Dyck-braunes Pronotum, kastanienbraunes Meso- und Metanotum und einen am Grunde ockergelben, gegen die Spitze zu braunen Hinterleib haben. Die Punktaugen sind entweder

nur schwarz umringt oder ist die Stirn zwischen ihnen dunkler und sie selbst sind durch eine V-förmige Zeichnung verbunden. Pronotum zeigt einen dunklen Mittelstreifen und Saum des Vorder- und Hinterrandes, aber der Seitenrand ist nicht in der Farbe von der übrigen Fläche verschieden. Praescutum der Mittel- und Hinterbrust ist in der Regel lichter als die übrige Fläche. Die dunkle Färbung des Hinterleibes beginnt an den Seiten, wird nach hinten allmählich breiter, so daß sie den hinteren Teil des vorletzten und ganzen letzten Dorsalring einnimmt. Die Bauchfläche des ganzen Körpers ist gelbbraun. Fühler rötlich braun bis schwarzbraun, Beine wie der Körper ockergelb mit schwarzem Knierande bis braun mit schwarzbrauner Dorsalkante von allen Gliedern. Auch Schwanzfäden von einer hell ockergelben bis zur olivbraunen Farbe variierend.

Das Verhältnis des Abstandes der hinteren Punktaugen zu deren Entfernung vom Innenrande der Augen scheint etwas variabel zu sein (20 : 16—19). Auch die Form des Pronotums ist nicht ganz konstant; dasselbe ist deutlich trapezoid; seine Ausmaße sind im Verhältnis 62 : 49 : 46, aber wir finden auch Stücke, wo das Pronotum stärker nach hinten verschmälert ist, so daß die hintere Breite sogar etwas kleiner sein kann als die Länge.

Flügel deutlich gelb oder graugrün getrübt, mit wenig vortretendem Geäder, das gelbbraun ist; das Costal- und Subcostalfeld ist öfters grünlich gelb gefärbt. Schwanzfäden stark, aber kurz, so daß sie die zusammengelegten Flügel nicht überragen.

Auch die Größe sehr variabel. Körperlänge des ♂ 12—16 mm, des ♀ 18—25 mm; Flügelspannung des ♂ 32—48 mm, des ♀ 50—60 mm.

Wie wir oben gezeigt haben, ist diese Art stark veränderlich, da aber zwischen den extremen Formen alle möglichen Übergänge vorkommen, ist es unmöglich dieselben scharf zu unterscheiden. Von den übrigen Perla-Arten weicht sie in dem lichten Geäder und von Abdominalis in der getrühten Flügelmembran, kurzen Schwanzfäden und lichter Farbe der Kehle ab.

Ich habe Exemplare der *P. marginata* aus verschiedenen Teilen von Mittel- und Südeuropa gesehen. Jene aus nördlicheren Gegenden sind dunkel, manchmal an *P. abdominalis* stark erinnernd, wogegen jene aus Süden, besonders aus Griechenland licht, gelb und etwas grünlich sind; was in dem Costal- und Subcostalfelde am meisten auffallend ist. Es wird vielleicht mit der Zeit gelingen Merkmale zu finden und die extremen Formen zu charakterisieren.

***Perla abdominalis* Burm.**

(Handb. II., pag. 881.) *P. dubia* Rmb. (Névrop. 453.)

Kopf oben schwarz, nur ein breiter, bogenförmiger Streifen auf dem Hinterhaupte ist hell rotbraun; die *M*-Linie und Stirnschwielen sind schwach

rötlich; die Unterseite des Kopfes schwarz. Pronotum beim ♂ schwarz, beim ♀ entlang des Mittelfeldes ins Rotbraune übergehend, welche Farbe sich aber manchmal weit verbreitet. Meso- und Metanotum glänzend schwarz, beim ♀ mehr weniger rotbraun. Brust schwarzbraun bis schwarz, die Mittel- und Hinterbrust in der Mitte heller. Der Hinterleib beim ♂ von der Brust sehr abstechend, rotgelb, beim ♀ heller oder dunkler gelbbraun. Fühler schwarz, Taster schwarzbraun, Beine braun, Schienen etwas lichter; Cerci braun bis schwarzbraun.

Pronotum trapezoid, das Verhältnis seiner Ausmaße ist 55 : 44 : 39. Flügel stark glänzend, nur schwach getrübt, entlang des Vorderrandes nicht gelb gefärbt. Das Geäder braun, nur Costa und Subcosta der hinteren heller als die übrigen Adern und in der Regel gelb; beim ♀ ist manchmal in den Hinterflügeln das Geäder lichter als in den vorderen, gelbbraun. Der Stiel der inneren interradiellen Zelle kürzer als ihr Vorderrand.

Beim ♀ ist der 10. Dorsalring in der Mitte dreieckig vorgezogen und schmal abgerundet.

Körperlänge des ♂ 13—15 mm, des ♀ 19—23 mm; Flügelspannung des ♂ 32—38 mm, des ♀ 50—58 mm.

Diese Art ist in der niederen Lagen der ganzen Mittel- und Südeuropa verbreitet und dürfte auch im Norden nicht fehlen; in Böhmen ist sie die gewöhnlichste Art. Die immer schwarze Unterseite des Kopfes, die dunkle Farbe der vorderen Hälfte des Körpers überhaupt, die langen Schwanzfäden und die kaum getrühten, glänzenden Flügel machen sie leicht kenntlich.

In der Selysischen Sammlung sind 3 ♂ und 2 ♀ Typen der *P. dubia* Rmb., welche ohne jeden Zweifel der *P. abdominalis* angehören, wie schon Albarda in den Notes sur les Perlides décrites par le Dr. Rambur, pag. 6 gezeigt hat.

* * *

In diese typische Untergattung *Perla* sollte auch die *Perla pallida* Guérin eingereiht werden; ich glaubte diese Art in einigen Exemplaren aus Südosten Ungarns gefunden zu haben, doch jetzt scheinen mir dieselben zweifelhaft und eher den lichten Formen von *P. marginata* verwandt. Ich lasse die Frage unentschieden, bis ein Material aus dem Kaukasus, dem Fundorte des Originalen mir zugänglich sein wird.

3. Subg. **Agnetina** Klþ.

Da ich bei keiner von beiden hierher gerechneten Arten Gelegenheit gehabt habe das ♂ zu untersuchen, ist es unmöglich diese Untergattung so vollständig zu charakterisieren wie die anderen Gruppen. Punktaugen in ein vollkommen gleichseitiges Dreieck gestellt; der Abstand der hinteren genau der Entfernung derselben vom Innenrande der Augen gleich. Pronotum trapezoid, nach hinten mehr oder minder verschmälert, vorn wenig

schmäler als der Kopf samt Augen. Flügel getrübt oder bräunlich mit deutlichem Geäder: die Felder am Vorderrande wenig heller als die übrige Membran: besonders die Queradern im Kostalfelde sind recht deutlich. Die Subgenitalplatte parabolisch oder mit stärker vortretender Mittelpartie.

Die zwei hierher gehörenden Arten lassen sich nach diesem Schema unterscheiden:

Kopf ockergelb, nur auf dem Kopfschilde vor der *M*-Linie und auf der Stirn zwischen den Punktaugen braun; Pronotum braun mit gelbbraunen Schwielen, Mesonotum rötlich braun, Metanotum vorn ockergelb, sonst kastanienbraun; Pronotum schwach trapezoid (vordere Breite zur hinteren im Verhältnis 10 : 8·5) *elegantula*
 Kopf schwarzbraun, am Hinterhaupte gelbbraun, Stirnschwielen und *M*-Linie ockergelb; Pronotum matt schwarzbraun, Meso- und Metanotum matt schwarz mit gelbbraunem Praescutum und Postscutellum; Pronotum deutlich trapezoid (das Verhältnis der vorderen zur hinteren Breite ist 10 : 7·7) *Ferreri*

***Perla elegantula* n. sp.**

Kopf und Pronotum glänzend, wie lackiert, der erstere ockergelb, nur auf dem Kopfschilde vor der *M*-Linie und zwischen der Punktaugen braun: Pronotum braun mit gelben Schwielen. Mesonotum rötlich braun, Metanotum mit ockergelbem Praescutum, sonst kastanienbraun und am Scutellum gelb gesäumt. Hinterleib und ganze Unterseite gelbbraun. Fühler am Grunde gelbbraun, gegen die Spitze zu schwarzbraun, Beine gelbbraun, Schenkel und Schienen am Knie schmal schwarzbraun, Schwanzfäden am Grunde hell braun, an der Spitze schwarzbraun.

Punktaugen ziemlich klein, die hinteren von einander und dem Innenrande der Augen gleich entfernt: ihr Abstand wenig kleiner als die Entfernung von dem vorderen (im Verhältnisse 39 : 41). Pronotum schwach trapezoid, vorn wenig schmaler als der Kopf samt Augen; seine Ausmaße sind 61 : 52 : 45. Flügel schmal an der Spitze parabolisch, deutlich getrübt, am Vorderrande schwach gelblich, was dadurch entsteht, daß die Costa beider, und Subcosta des vorderen Flügelpaares gelb sind; die übrigen Adern fein braun: die Queradern im Costalfelde der Vorderflügel deutlich vortretend, bräunlich, in den Hinterflügeln weniger auffallend, gelb. Der Stiel des inneren interradiellen Feldes etwa so lang wie der Vorderrand desselben.

Das ♂ unbekannt. Beim ♀ ist der 8. Ventralring durch 2 Falten in 3 Felder geteilt, von welchen das mittlere eine parabolische Subgenitalplatte bildet, die am Grunde etwa die Hälfte der Breite des



Fig. 6.

Perla elegantula n. sp.

Das ♀ Hinterleibsende von der Bauchseite.

9. Ringes einnimmt und fast bis an den Hinterrand desselben reicht. Der 10. Dorsalring ist bogenförmig erweitert.

Körperlänge 14 mm, Flügelspannung 37 mm.

Drei ♀, welche mir bei dieser Beschreibung vorlagen, habe ich bei Wittingau in der ersten Hälfte Juli gesammelt.

Perla Ferreri Pict.

(Perlides 210.)

Kopf vor der Scheitelsutur nach vorn schwarzbraun, nach hinten gelbbraun: Stirnschwielen und die M-Linie oekergelb. Pronotum matt schwarzbraun, Meso- und Metanotum glänzend schwarz bis auf das Praescutum und Postcutellum, welche gelbbraun sind und nur in der Mitte einen dunklen Schatten zeigen. Hinterleib ockergelb, vorn dunkler. Fühler schwarzbraun, ihr erstes Glied oben schwarz, unten gelbbraun, zweites ganz gelbbraun, welche Farbe auf die Unterseite der Geißel sich zieht. Beine gelbbraun, aber die Rückenkante der Schenkel, Schienen und der ersten zwei Fußglieder und das ganze dritte Glied sind schwarz. Von den Schwanzfäden ist nur die Wurzel erhalten, welche wenig dunkler ist als der letzte Hinterleibsring.

Die kleinen Punktaugen in ein gleichseitiges Dreieck gestellt, so daß der Abstand der hinteren der Entfernung derselben vom Innenrande der Augen sowie von dem vorderen gleich ist. Pronotum trapezoid, vorn fast so breit wie der Kopf samt Augen; das Verhältnis seiner Ausmaße ist 54 : 42 : 38. Beide Flügelpaare stark braun getrübt, mit starkem braunem Geäder.

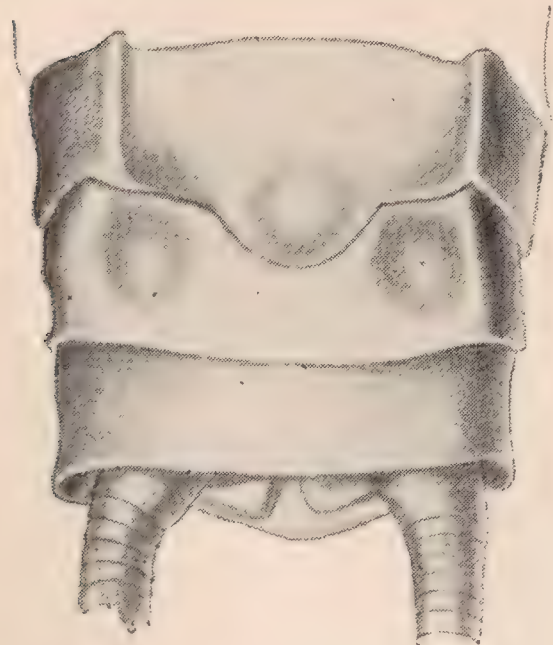


Fig. 7. *Perla Ferreri* Pict.

Das ♀ Hinterleibsende von der Bauchseite.

Beim ♀ ist der 8. Ventralring durch Längsfalten in drei Felder geteilt und das breiteste mittlere bildet eine parabolische Subgenitalplatte. Der 10. Dorsalring ist allmählich stumpfwinkling erweitert.

Körperlänge 15 mm, Länge des Vorderflügels 22 mm.

Obwohl der Kopf des mir vorliegenden Stückes lichter ist, als Pictet in seiner Beschreibung angibt, halte ich es doch für *P. Ferreri*, da bei den ♀ die Farben in der Regel heller sind; dasselbe gilt von dem Hinterleibe. Die Größe, dunkle Farbe der Flügel und die Form der Subgenitalplatte, welche mit der von Mc Lachlan gegebenen Beschreibung übereinstimmt, zeugen für ihre Identität mit der genannten Art.

Pictet hat die Art nach 2 ♂ aus der Umgebung von Turin beschrieben, Mc Lachlan berichtet über ein ♀ aus Val Anzasca (Ent. Mon. Mag., 1882,

p. 109.) und in der Sammlung des Museum zu Brüssel befindet sich ein ♀ mit der Bezeichnung „Nap. Pini, Lombardie“.

4. Subg. **Marthamea** Klþ.

Schon die elegante Gestalt macht die Arten dieser Gruppe unter den anderen Perla-Arten kenntlich. Ihr Körper ist nicht so stark und besonders die Flügel sind schmaler von schöner Form, mit feiner Membran und ungleich vortretenden Adern. Auf den ersten Blick ist die abstechende hellgelbe Färbung des Costal- und Subcostalfeldes auffallend, welche von der lichten Costa und Subcosta herrührt. Der Radius dagegen ist sehr stark und schwarzbraun. Punktaugen in ein fast gleichseitiges Dreieck gestellt und der Abstand der hinteren wenig größer als ihre Entfernung vom Innenrande der Augen. Stirnschwielen länglich und dem Innenrande der Augen deutlich näher als den hinteren Punktaugen. Pronotum schwach trapezoid, vorn entweder so breit oder deutlich schmaler als der Kopf samt Augen.

Das ♂ kurzflügelig oder langflügelig. Der 5. Dorsalring ist hinten stumpfwinklig erweitert, der 10. gespalten und jederseits in einen zweiteiligen Fortsatz vorgezogen. Beim ♀ ist das 8. Bauchsegment hinten stumpfwinklig erweitert, wobei die mittlere Partie durch schiefe Falten gesondert ist und eine kleine selbständige Subgenitalplatte bildet.

Übersicht der Arten.

Kopf des ♂ entlang des Innenrandes der Augen und auf den Schläfen auffallend gelb; Fühler an der Wurzel heller, gelb; Praescutum der Mittel- und besonders der Hinterbrust gelb; Schwanzfäden gelbbraun; der Mittellappen der ♀ Subgenitalplatte nimmt etwa ein Drittel der Breite des 8. Ringes ein; beim ♂ der größere Teil des Kopfes und alle drei Brustringe auf dem Rücken schwarzbraun; Flügel des ♂ vollkommen *vitripennis*
 Kopf beim ♀ gleichmäßig braun, nur zwischen den Punktaugen dunkler; Fühler unten schwarzbraun; Praescutum des Meso- und Metanotum schwarzbraun, eher etwas dunkler als die übrige Fläche; Schwanzfäden olivbraun; der Mittellappen der Subgenitalplatte nimmt etwa ein Fünftel der Breite des 8. Ringes ein: das kurzflügelige ♂ einfarbig braun *Selysii*

Perla vitripennis Burm.

(Handb. II. P. 880.) *P. bicolor* Burm. (ibid. p. 880).

Beim ♂ ist das Hinterhaupt und die Mitte des Kopfes, welche durch die *M*-Linie und die hinteren Punktaugen begrenzt ist, schwarzbraun,

sonst ist der Kopf ockergelb. Pronotum matt schwarzbraun, Meso- und Metanotum glänzend, fast schwarz. Hinterleib rotbraun, über die vier ersten Dorsalringe zieht sich ein undeutlicher dunkler Streifen. Unten ist der Kopf glänzend schwarzbraun in der Mitte, ockergelb an den Seiten. Brust schwarzbraun, in der Mitte lichter. Fühler schwarzbraun, im unteren Drittel gelbbraun. Taster schwarzbraun, Beine gelbbraun mit

Ausnahme von der Dorsalkante der Schenkel, eines Teiles der Schienen unter den Knien und der Füße, welche schwarzbraun sind. Schwanzfäden gelbbraun, die letzten 4—5 Glieder schwarz.

Beim ♂ ist der Kopf oben ockergelb, nur die durch die *M*-Linie, und die hinteren Punktaugen begrenzte Partie schwarzbraun und auf der Mitte des Hinterhauptes zieht sich ein dunkler Schatten. Pronotum braun, dunkel gesäumt: Meso- und Metanotum pechbraun, Praescutum des letzteren ockergelb. Hinterleib gelbbraun mit einem dunklen Streifen über die ersten Segmente. Unterseite mit Ausnahme der schwarzbraunen Kehle gelbbraun. Die Gliemaßen wie beim ♂.

Kopf auffallend nach vorn verschmälert, so daß der Vorderrand des Kopfschildes kleiner ist als zwei Drittel der Stirnbreite. Punktaugen groß, der Abstand der hinteren wenig größer als die Entfernung vom Innenrande der Augen (22 : 18), aber kleiner als die Entfernung vom vorderen Punktauge (28 : 32·5). Pronotum mäßig trapezoid, vorn deutlich schmaler als der Kopf samt Augen, nach hinten mäßig verschmälert (50 : 43 : 38). Flügel schmal mit scharf parabolischer Spitze, wasserklar, vor dem Radius, entlang

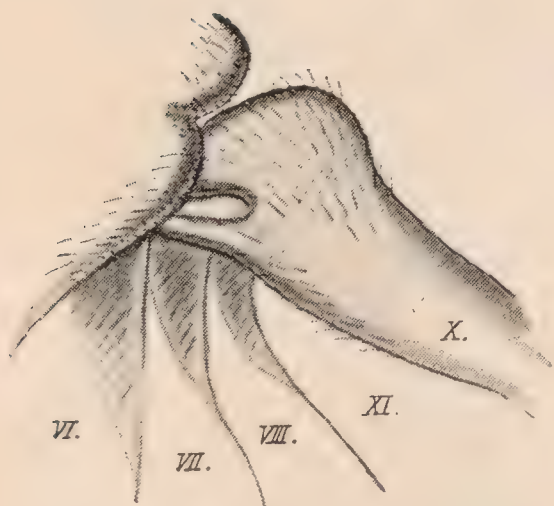
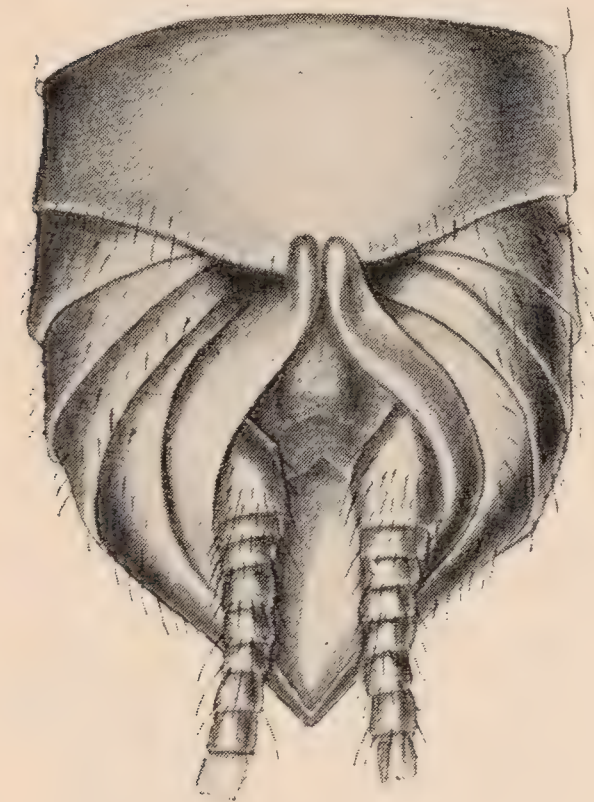


Fig. 8. *Perla vitripennis*
Bur. m. ♂.

Die Rückenseite des Hinterleibsendes.
Unten die letzten 5 Ringe schief von
oben gesehen.

des Vorderrandes gelb. Geäder zwar fein, aber deutlich dunkelbraun mit Ausnahme der Costa und Subcosta, welche beim ♀ in beiden Flügelpaaren samt den Queradern im Costalfelde gelb sind: beim ♂ ist nur Costa ganz gelb, Subcosta wird nur an ihrem Ende gelb und die Queradern haben ihr hinteres Ende dunkler. Der Stiel der innern interradialen Zelle etwa so lang wie der Vorderrand derselben.

Beim ♂ ist der 5. Dorsalring länger als die übrigen Segmente und noch dazu ist er stumpf dreieckig erweitert, so daß er bei trockenen Exemplaren den eingedrückten mittleren Teil des 6.—9. Ringes wie ein Schild deckt. Der 10. Ring ist auf dem Rücken gespalten und bildet zwei seitlich

abgeflachte, nach vorn gerichtete Fortsätze, welche mit ihren Enden auf dem Hinterrande des 5. Ringes ruhen und auf ihrer unteren Kante in einen zapfenartigen Fortsatz auslaufen.

Beim ♀ ist der 8. Ventralring in eine kurze Subgenitalplatte verlängert und der 10. Ring auf der dorsalen und ventralen Seite stumpfwinklig mäßig erweitert.

Körperlänge des ♂ 10 mm, des ♀ 11-15 mm; Flügelspannung des ♂ 30 mm, des ♀ 34—40 mm.

Die *P. vitripennis* ist über ganz Mitteleuropa von Frankreich nach Siebenbürgen und Bulgarien verbreitet. Ich habe im vorigen Jahre Gelegenheit gehabt im Natural History Museum in London die Typen der *P. terminalis* Walker zu studieren und bin zu der Überzeugung gelangt, daß dieselbe mit unserer *vitripennis* identisch ist; demnach würde ihr Verbreitungsbezirk bis über Südasien reichen.

***Perla Selysii* Pict.**

(Perlides pag. 208.)

Körperfarbe des ♀ braun mit einem Anflug ins Olivgrüne, Meso- und Metanotum schwarzbraun, die Unterseite des Kopfes und die Brust heller, etwas gelblich; Kopf oben zwischen den Punktaugen dunkler, Fühler und Taster braun, Beine und Schwanzfäden lichtbraun. Das ♂ gelbbraun, nur der Vorderrand des Kopfschildes und die *M*-Linie sind rotbraun und ein Makel zwischen den Punktaugen sowie der Vorderrand des Pronotums werden schwarzbraun. An den Beinen sind die Rücken- kanten und die kahlen Seitenlinien der Schenkel, Schienen unterhalb der Knien, die ersten zwei und die Wurzel des dritten Fußgliedes schwarzbraun.

Punktaugen mäßig groß, die hinteren deutlich größer als das vordere, der Abstand der hinteren kleiner als die Entfernung vom Innenrande der Augen (23 : 25), und vom vorderen Punktauge (23 : 24). Pronotum schwach trapezoid, vorn ebenso breit wie der Kopf samt Augen, nach hinten schwach verengt (60 : 54 : 44).

Flügel glänzend, schwach getrübt, entlang des Vorderrandes gelblich: Costa, Subcosta und die Queradern im Costalfelde gelb, das übrige Geäder braun. Der Stiel der inneren interradialen Zelle so lang oder wenig kürzer wie der Vorderrand desselben.

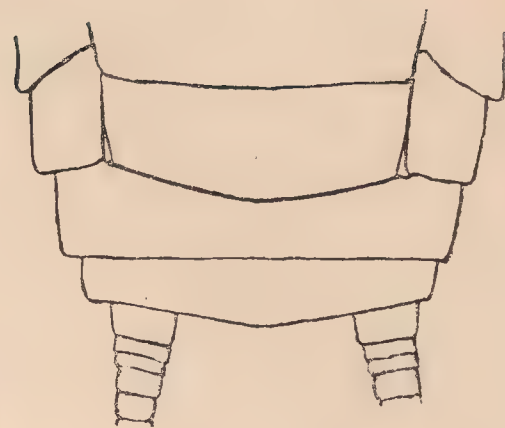


Fig. 9. *Perla vitripennis* Burm.

Das ♀ Hinterleibsende.



Fig. 10. *Perla Selysii* Pict.

Kopf und Pronotum.

Beim ♂ ist der 5. Dorsalring dreieckig erweitert und hinten seicht sattelartig ausgeschnitten und dicht mit längeren Haaren und feinen Spitzen besetzt. Der 9. Ring ist auf der Bauchseite wenig verlängert, bildet keine deutlich abgesetzte Subgenitalplatte. Der 10. ist auf dem Rücken gespalten und in zwei Lappchen verlängert, von welchen das untere fingerförmig, das obere öhrchenartig ist.

Beim ♀ ist der 8. Bauchring durch zwei sehr schiefe Falten in drei Felder geteilt, von welchen das mittlere eine kleine bogenförmige Sub-

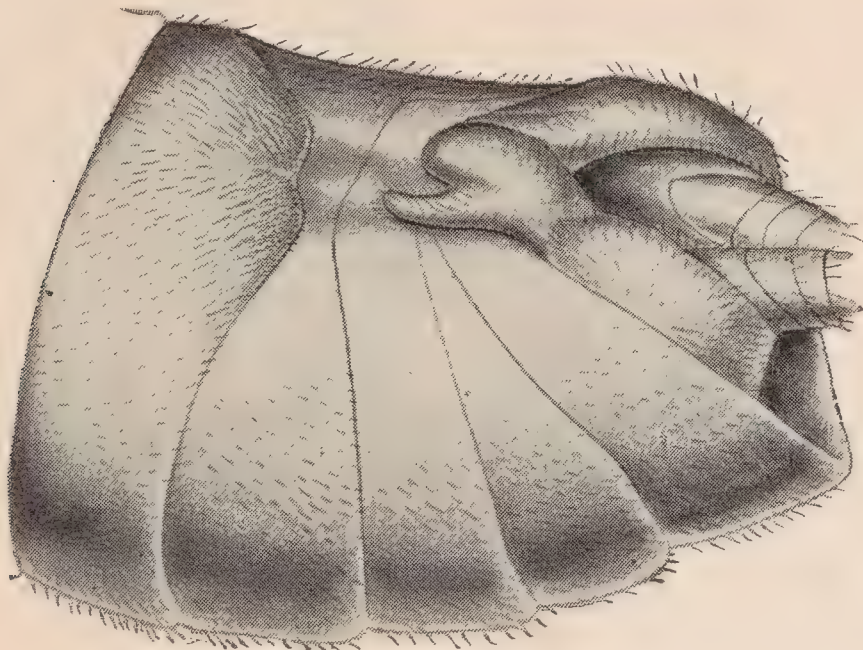


Fig. 11. *Perla Selysii* Pict.

Das ♂ Hinterleibsende schief von oben gesehen.

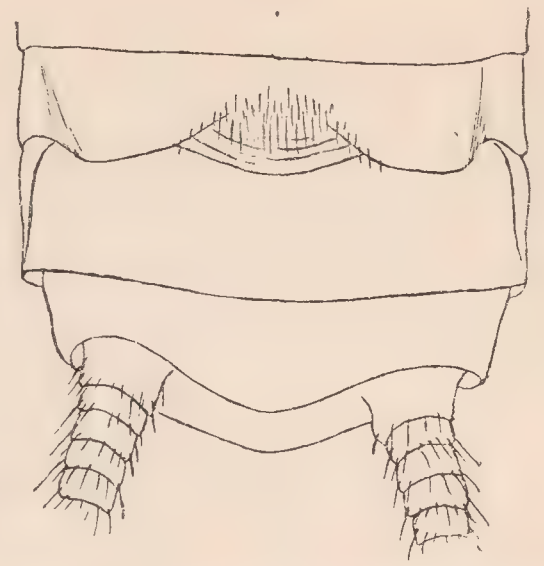


Fig. 12. *Perla Selysii* Pict.

Das ♀ Hinterleibsende.

genitalplatte bildet. Der 10. Ring ist auf der Bauch- wie Rückenseite stumpf dreieckig erweitert.

Körperlänge des ♂ 12 mm, des ♀ 13 mm, Flügelspannung des ♀ 38 mm; Pictet führt 72 mm als Flügelspannung an, worin sicher ein Irrtum ist, da auch die Abbildung nur 46 mm Flügelspannung zeigt, wie schon Ed. Pictet, pag. 16 korrigiert hat.

Pictet hat die Art von Baron de Selys-Longchamps aus der Umgebung von Liège erhalten und ich selbst habe mehrere Stücke in der Selysichen Sammlung und derjenigen des Museums zu Brüssel gesehen, die in Dinant, Wanisort, Hastière und Bunde gesammelt wurden. Ed. Pictet führt diese Art aus der Umgebung von Madrid und P. Navás aus einigen Lokalitäten am Flusse Ebro, doch ich halte diese Angaben für zweifelhaft, da keiner von ihnen die *P. vitripennis* erwähnt, die doch viel eher dort vorkommen könnte und viel verkannt worden ist.

Die Var. *Mosellae*, welche Mc Lachlan in Ent. Mon. Mag. 1895, pag. 111 beschreibt, ist mir bisher unbekannt. Das ♀ soll weniger stark und im ganzen dunkler sein; es ist oben schwarz mit graulichem Hinterleibe. Die Unterseite des Kopfes ist gelblich mit einem großen glänzend schwarzen Makel am Grunde; Hinterleib mit einem breiten, manchmal aber verwaschenen Mittelstreifen; Schwanzfäden fast grauschwarz, jedes Glied an der Wurzel schwarz, wodurch eine bei der typischen Form un-

deutliche Ringelung entsteht. Beine graulich, Schenkel mit undeutlichen Streifen und schwärzlichen Enden, Füße ganz schwärzlich. Flügel deutlich schmaler als bei dem Typus, mehr durchsichtig und deutlich angeraucht. Flügelspan. 33—37 *mm*.

Der Körper des ♂ größtenteils gelb, Kopf oben mit vorspringenden schwarzen Linien und Makeln, Pronotum mit starken schwarzen Rändern und Mittelstreifen: am Hinterleibe schwärzliche Flecke an dem Stigmen über der Seitenlinie. Schwanzfäden an der Wurzel gelblich; Beine fast ganz gelblich, nur die Spitzen der Schenkel und Schienen sowie auch die Füße schwärzlich. Körperlänge 10 *mm*.

Mc Lachlan hatte 13 ♀ und 1 ♂, welche er am Ufer der Mosella bei Alf am 31. VII. oder 1. VIII. gesammelt hat.

5. Subg. **Hemimelaena** *Klp.*

Diese Untergattung ist nach der Stellung der Punktaugen sehr gut kenntlich; der Abstand der hinteren Punktaugen ist nämlich zweimal so groß wie die Entfernung vom Innenrande der Augen und deutlich größer als die Entfernung vom vorderen Punktauge. Zwischen dem Radius und dem Vorderrande des Flügels sind nur zwei Queradern und der Cubitus hat nur 1—2 akzesorische Äste. Sector Radii entsendet 2—3 Äste, aber erst ziemlich weit nach außen von der Anastomose. Beim ♂ ist der 10. Ring gespalten, aber seine Fortsätze sind kurz. Die ♀ Subgenitalplatte ist parabolisch, und ziemlich groß.

Perla flaviventris *Hffmsg.*

Kopf, Brust, Fühler, Taster, Beine und Schwanzfäden schwarz, nur das Hinterhaupt ins braune übergehend, Hinterleib ockergelb, gegen die Spitze zu etwas dunkler. Punktaugen mäßig groß: das Verhältnis des Abstandes der hinteren zu deren Entfernung vom Innenrande der Augen ist 30 : 16 und zur Entfernung vom vorderen Punktauge 30 : 24. Pronotum stark quer, vorn etwa so breit wie der Kopf hinter den Augen, nach hinten kaum verschmälert (47 : 46 : 34): das Mittelfeld in seiner engsten Stelle nimmt etwa ein Fünftel der ganzen Breite ein und ist nach vorn wie hinten bogenförmig erweitert. Flügel schmal, an der Spitze parabolisch, stark gebräunt, aber glänzend mit schwarzbraunem Geäder. Der Stiel der inneren interradialen Zelle ist etwa halb so lang wie der Vorderrand derselben.

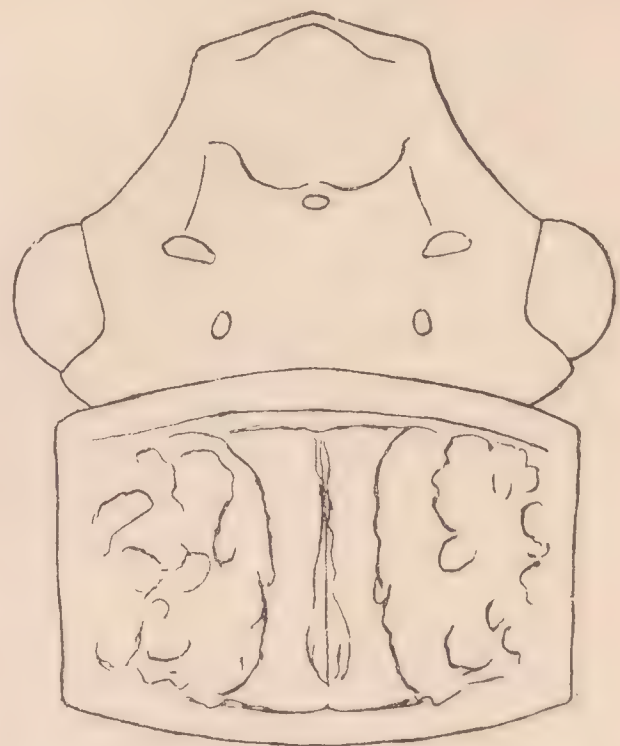


Fig. 13. *Perla flaviventris*
Hoffmsgg.

Kopf u. Pronotum.

Beim ♂ ist der 9. Ventralring mäßig parabolisch verlängert, der 10. bildet zwei kurze, flache, breite und an der Spitze abgerundete Fortsätze, welche eher gegeneinander als nach vorn gerichtet sind. Die ♀ Subgenitalplatte ist ziemlich groß, parabolisch, am Grunde volle zwei

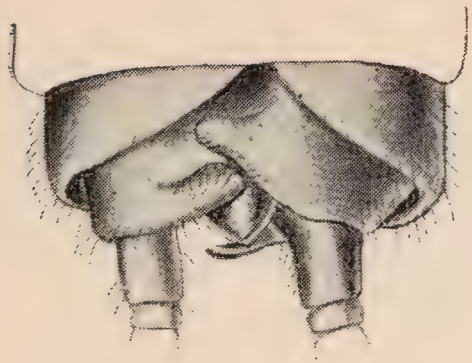


Fig. 14. *Perla flaviventris*
Hffmsgg.

Das ♂ Hinterleibsende v. oben.

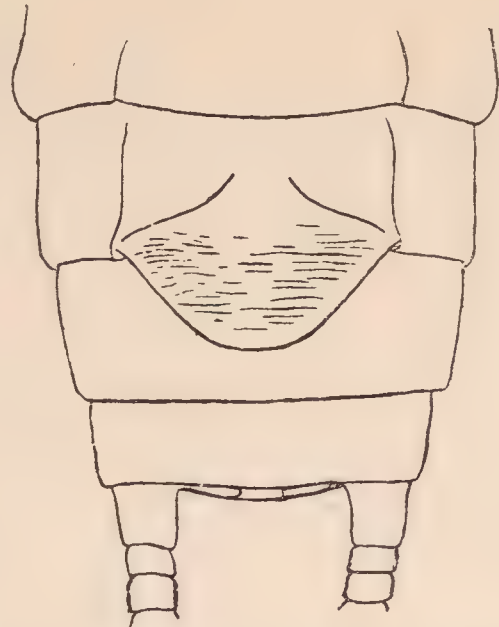


Fig. 15. *Perla flaviventris*
Hffmsgg.

Das ♀ Hinterleibsende v. unten.

Drittel der Breite des 9. Ringes einnehmend und bis in das zweite Drittel seiner Länge reichend. Das 10. Dorsalsegment ist nur wenig bogenförmig erweitert.

Körperlänge 6·5—9 mm, Flügelspannung 17—23 mm.

Von Grafen Hoffmansegg in Portugal gesammelt; Rambur führt sie aus der Umgebung von Malaga an; ich habe 2 ♂ und 1 ♀ aus Sierra Morena (25. IV. 98, leg. G. Strobl), 2 ♀ aus Cordoba und 2 ♀ aus Escorial (29. VI. 05. leg. J. Bolivar) gesehen. Also bisher nur aus der Pyrenäischen Halbinsel bekannt.

Papiers japonais et les fibres employées à leur fabrication

par

B. Šetlík et V. Krupař.

(Présenté le 19 Juillet 1907.)

La fabrication du papier au Japon, est encore en majeure partie une industrie domestique. Les papiers japonais, se distinguent des nôtres par leur souplesse et leur force extraordinaire même pour les papiers les plus minces. Ils sont fait à la main, ne sont que rarement chargés et souvent collés seulement à l'amidon ou à la colle végétale retirée des algues marines. La majeure partie est faite à la main et d'habitude un côté seul est lisse. Les fibres dont ils sont fabriqués sont très longues et bien feutrées ce qui est visible à l'oeil nu. Au Japon on emploie surtout les fibres des plantes suivantes: *Brousonetia papyrifera* (Mûrier du Japon), *Morus alba* (Mûrier ordinaire), qui s'appelle en japonais Kodzu, *Edgeworthia papyrifera* en japonais Mitsumata ou Dsuiko, et *Wicströmia canescens* en japonais Gampi. — Outre de cela on emploie de la paille de riz, du bambou (surtout en Chine) de la cellulose et même de la pâte de bois.

On traite les fibres libériennes par des lessives alcalines faibles et on les blanchit seulement au soleil et on les broie avec précaution au pilon de sorte que les fibres sont très longues et peu attaquées, sous le microscope on peut facilement les reconnaître comme les fibres naturelles. Les Japonais sont d'une habilité incontestable pour la fabrication du papier ainsi que pour toute chose.

Par exemple, on fait des feuilles de papier à la main, de dimensions inusitées chez nous, ayant plus d'un mètre carré et d'une régularité parfaite. Quant au papier de luxe il est d'un goût esquis et original propre aux Japonais. Il y a peu de temps encore qu'on ne fabriquait que du papier à la main et qu'on importait de l'Europe le papier ordinaire à la machine.

Le gouvernement a fondé des fabriques à papier où l'on fabrique d'après la façon européenne et il contrôle les ateliers de la manufacture. En ces derniers temps on a baissé les droits d'entrée pour les matières premières telles que la pâte de bois et on a augmenté les droits sur le papier pour en soutenir la fabrication.

Les différentes sortes de papier japonais, dont beaucoup sont peu connus en Europe empruntent leur nom soit à l'endroit d'où ils proviennent par ex. Sieruga, Mo-gami (Gami signifie papier) Goshimo-gami, soit au but auquel ils sont destinés par ex. Urikosi (papier à filtrer le vernis) Shi-fu (papier etoffe). Par contre beaucoup de papier dits japonais ne sont qu'une imitation.

D'après leur aspect on les divise en papiers: *minces*, papiers à copier à imprimer et à emballer, tels que Onsugo, Chu-jo et en papiers épais tels que Atsu-jo-shy et autres, imitations de cuir etc. Les papiers fortement collés s'appellent Ki-gami et les non collés Novi gami.

Nous avons cru assez important d'examiner de plus près les fibres des plantes qui au Japon servent à la fabrication du papier ainsi que les différentes espèces de papier japonais, parce qu'on pourrait importer ces fibres en Europe à l'état brut (comme on importe la ramie) ou bien acclimater ces plantes comme on l'a fait avec succès pour le mûrier du Japon (*Broussonetia pap.*). Vu qu'outre l'ouvrage de J. Rein „Japon“ 1880 et A. Martens, „Prüfung der japan. Papiere“ (Mittheilungen aus der kön. techn. Versuchsanstalten, Berlin 1888) et J. Wiesner, „Mikroskopische Untersuchung alter ostturkestanischen und anderer asiatischen Papiere, Wien 1902“. Auer, „Über die Bastfaser“, il n'a pas été publié de travaux sur ce sujet; nous avons examiné plus que 250 différents papiers japonais et chinois surtout au point de vue de leur composition.

Grâce au consulat autrichien à Yokohama Mr. J. Hora à Osaka et Kön. techn. Prüfungsanstalten in Gross-Lichterfelde nous avons reçu des échantillons de papiers japonais authentiques avec l'indication de leur composition et de leur provenance et aussi des plantes servant à leur fabrication. Nous avons aussi analysé d'anciens papiers chinois du 16 siècle.

Martens qui le premier a examiné au microscope les dites fibres, employait pour les différencier la solution couproammoniacale et la solution de l'iode au iodure de potasse.

Nous avons trouvé qu'on peut distinguer plus facilement différentes fibres et surtout les fibres en questions, à l'aide d'une solution de chlorure de zinc, d'iode et de iodure de potasse et au moyen d'une solution saturée de sulfure de sodium. Dans certains cas la solution coupro-ammoniacale rend aussi de bons services. Nous employons la solution de sulfure de sodium saturée qu'il faut tenir à l'abri de l'air. Pour mieux distinguer les détails, nous ajoutons quelque colorant sulfuré tel que le bleu immédial (de L. Cassella) ou le brun thiogène (de Leonhardt) disous également

au moyen du sulfure de sodium. On traite les fibres soit directement par la solution du colorant dans le sulfure de sodium à chaud, soit d'abord par la solution du sulfure de sodium, et on colore ensuite par la solution du colorant sur le verre sous le microscope. S'il s'agit de papier non collé on le traite comme les fibres, tandis que pour le papier collé il faut d'abord le désagréger par l'ébullition avec une solution de soude caustique.

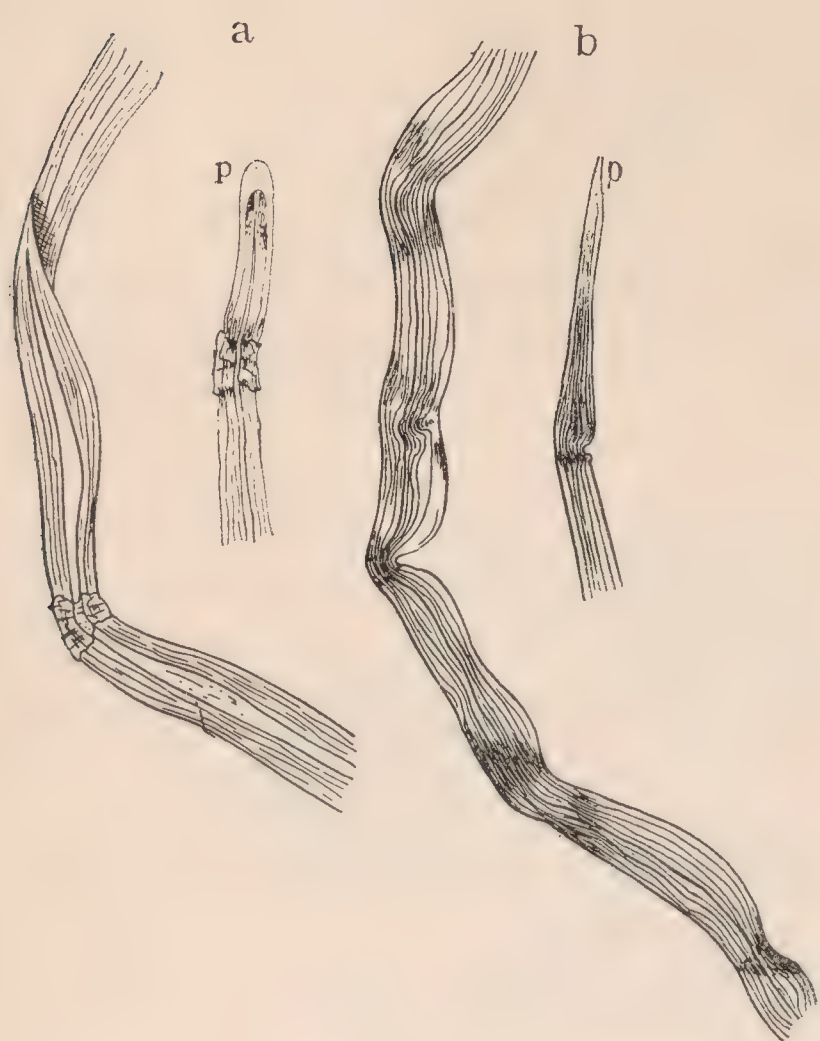


Fig. 1. *Broussonetia papyrifera* (a) *Morus alba* (b) dans la solution de sulfure de sodium *p* = bout de fibre.

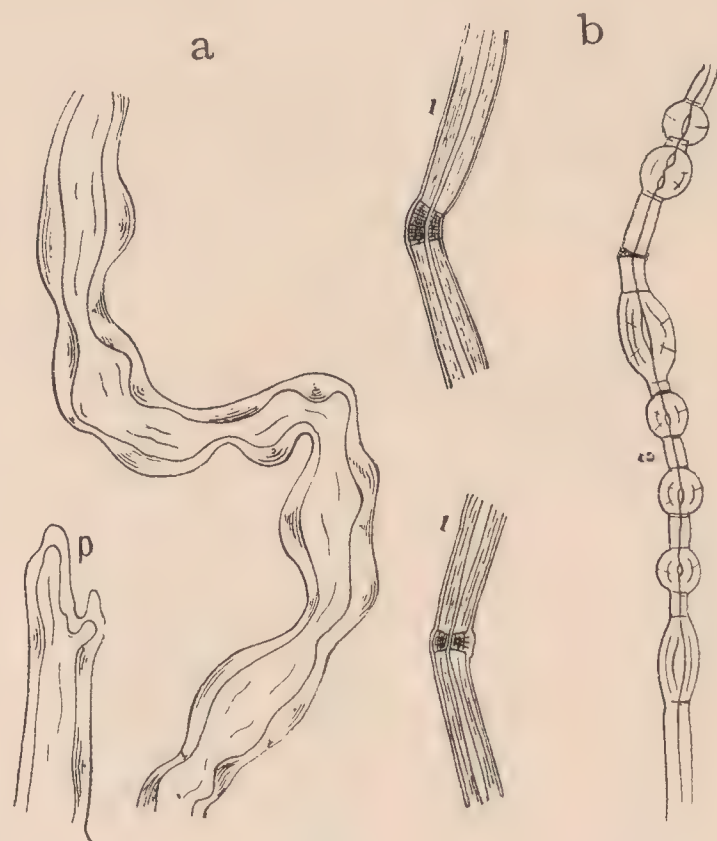


Fig. 2. *Edgeworthia papyrifera* (mitsumata) (a) *Wicströmia canescens* (gampi) (b) dans une solution de sulfure de sodium.

p = bout de fibre.

1 = fibre de gampi traité avec la solution diluée de Na_2S .

2 = fibre de gampi traité avec la solution saturée de sulfure de sodium.

Action du sulfure de sodium sur les différentes fibres. Au premier coup d'oeil la solution du sulfure de sodium agit comme la solution cuproammoniacale et comme la soude caustique mais dans bien des cas il y a une grande différence. La solution de sulfure se comporte bien souvent contrairement à la solution cuproammoniacale en dissolvant la couche supérieure de la paroi cellulaire; elle réagit ensuite sur l'intérieur de la fibre qui se gonfle, de sorte que la fibre entière durcit et se redresse. La structure longitudinale ressort mieux surtout les noeuds et les rayures. La dissolution du sulfure de sodium dissout aussi les matières incrustantes.

Action de la solution de sulfure de sodium sur les différentes fibres en particulier.

Morus alba. Le sulfure de sodium réagit différemment. Quelques fibres probablement celles à parois minces se gonflent comme par l'action du réactif de Schweitzer tandis que les autres deviennent seulement plus claires, la structure ressort mieux et des plis disparaissent. (Fig. 1 a.)

Broussonetia papyrifera (Kodzu) Mûrier du Japon. La structure des fibres devient nette et expressive les fibres ne gonflent pas mais deviennent plus claires. (Fig. 1b.)

Edgeworthia papyrifera (Mitsumata). Les fibres ressemblent un peu à celles du coton elles gonflent sur toute leur longueur mais irrégulièrement ne forment pas autant de renflement qu'avec la solution couprouammoniacale. Les endroits recroquevillés ne sont pas si fréquents, le canal (lumen) devient irrégulier le bout bifurqué en deux ou trois lobes, ressort bien nettement. La pellicule qui se détache est souvent mêlée aux fibres et gonfle un peu en montrant un caractère régulier. (Fig. 2a.)

Wicströmia canescens (Gampi).

La solution de sulfure agit presque comme la solution couprouammoniacale en formant une série de chapelets mais ces formations différentes

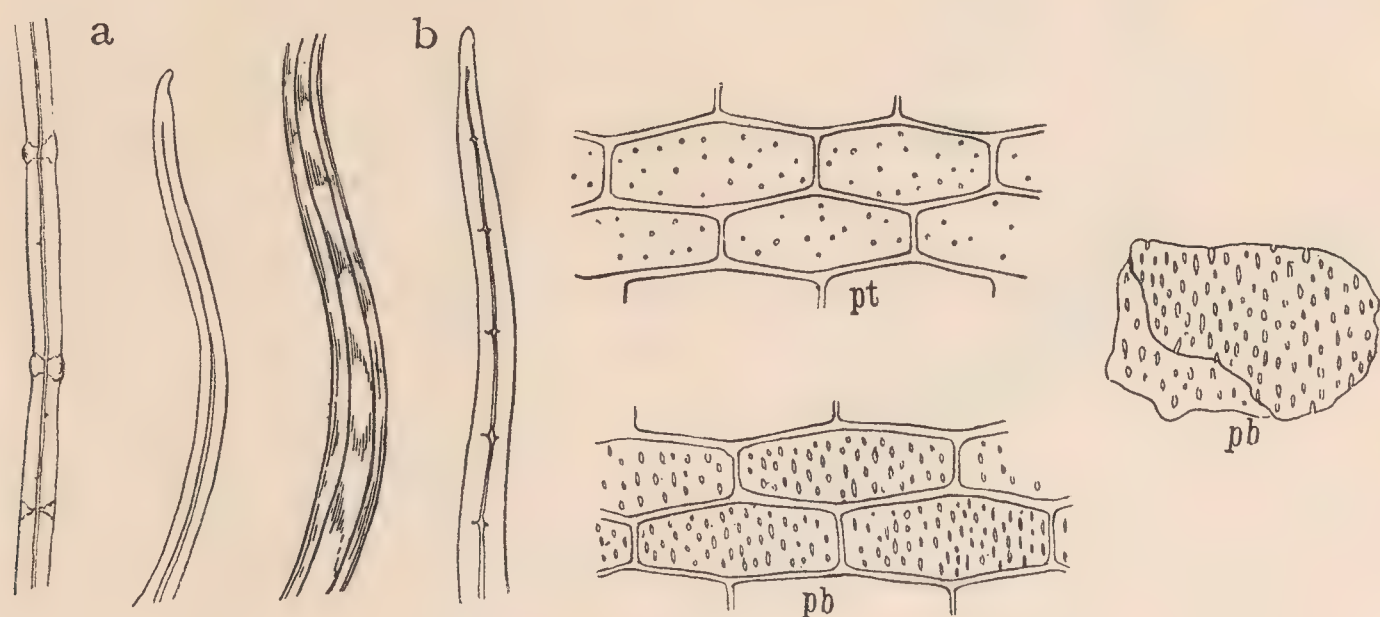


Fig. 3. *Bambusa arundinacea* (a), *Sacharum officinarum* (b) dans une solution saturée de sulfure de sodium.

ne sont pas aussi régulières que celles occasionnées par le réactif Schweitzer. (Fig. 2b.)

Bambou (*Bambusa arundinacea*).

Pour les fibres de Bambou les cellules munies de points sont caractéristiques à l'encontre de la canne à sucre elles ont une forme moins elipsoïde, quelquefois angulaire. Par ce réactif les cellules deviennent plus nettes. (Fig. 3a.)

Canne à sucre (*Saccharum officinarum*).

Les cellules se comportent dans cette solution comme celles du bambou. (Fig. 3b.)

Manilla (*Musa textilis et paradisiaca*).

Les fibres sont de deux espèces à parois fortes et à parois minces. Celles à parois fortes se transforment en boules avec le canal élargi aux endroits gonflés, leur pellicule extérieure est recroquevillée aux endroits strangulés (retrécis). Les fibres à parois minces se gonflent en formes oblongues cylindriques avec des couches nettement visibles. (Fig. 4a.)

Ramie.

Les raies longitudinales se détachent d'une façon bien nette, les noeuds et raies verticales disparaissent presque. La couche extérieure des parois cellulaires se dissout

Adansonia.

La solution de sulfure agit comme (Fig. 4b) le réactif couproammoniacal, il se forme des renflements plastiques strangulés par la pellicule extérieure. Le canal est net mais irrégulier Jute, Corchorus capsularia. et c. olitorius. La structure paraît plus distinctement surtout les raies longitudinales, par contre les raies transversales formées par les plis de la pellicule disparaissent presque. La fibre se dilate un peu, le canal conserve sa forme irrégulière.

Lin.

Les fibres perdent leurs noeuds et leurs rayures transversales, par contre les raies longitudinales ressortent bien. Le canal est régulier.

À quelques endroit les fibres s'élargissent en forme d'elipsoïde.

Coton.

La fibre s'élargit également en forme elipsoïdique, en général la structure apparaît plus nettement.

Chanre.

Sous l'action de la solution du sulfure les différentes couches de la fibre ressortent; les noeuds surtout deviennent bien visibles mais les dimensions de la fibre ne changent pas.

Cellulose.

Les fibres s'élargissent et les noeuds de la cellulose de la paille ressortent bien; le canal se dessine nettement, ainsi que les cellules parenchymateuses à parois épaisses et les pores rondes.

La structure en forme de grille ainsi que les simples et doubles cours des tracheïdes sont nettement dessinés. La dite solution agit donc sur la cellulose comme sur les autres fibres et occasionne un éclaircissement et un faible gonflement.

Action de la solution de chlorure de zinc.

Herzberg dans son ouvrage „Papierprüfung“ indique la coloration des différentes fibres par ce réactif mais il ne parle que de la coloration, tandis que Dalén et Wisbar ont observé (Mittheilungen aus den königl. techn. Versuchsanstalten. Berlin: Jute, Manilla und Adansonia), dans

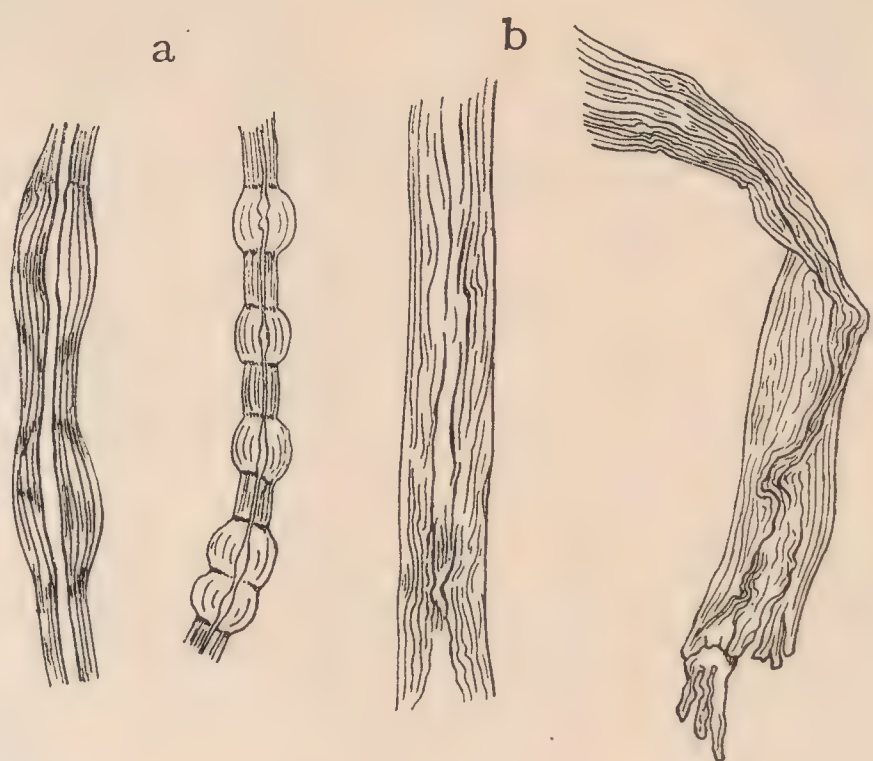


Fig. 4. *Musa testitis* (a), *Boehmeria nirea* (b) dans une solution saturée de sulfure de sodium.

son ouvrage, que la pellicule extérieure des parois cellulaires de la jute est d'habitude autrement colorée que les couches intérieures, que par l'action de ce réactif les fibres se rétrécissent et que par cela le caractère de

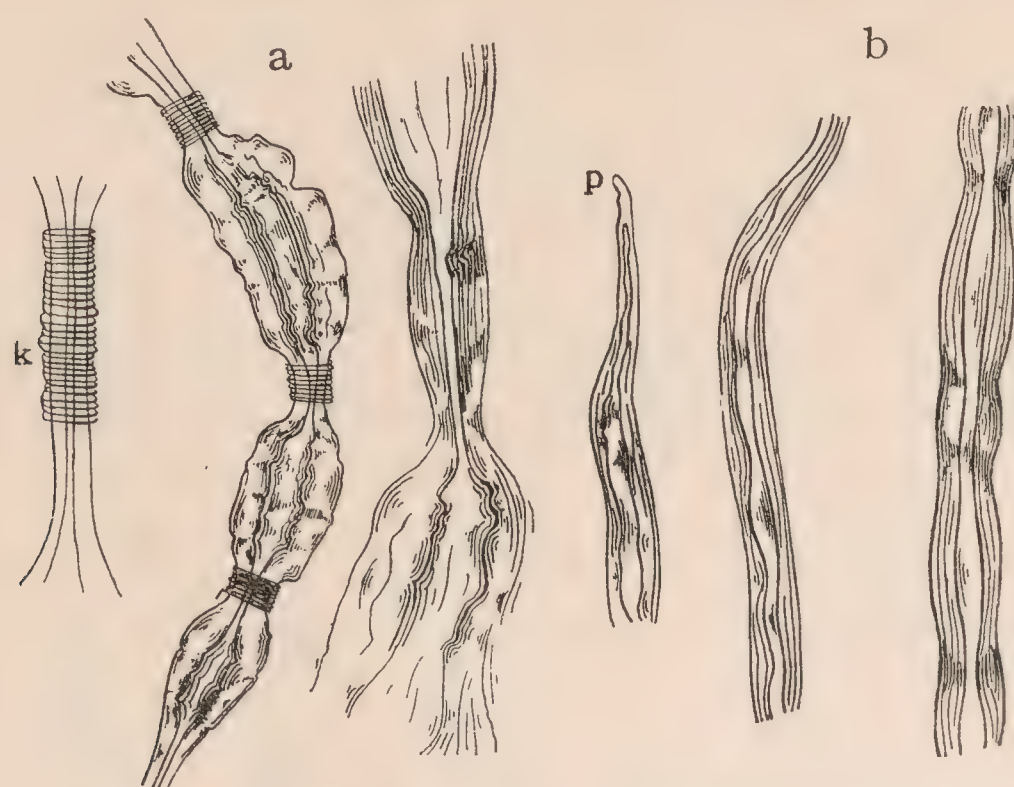


Fig. 5. *Adansonia digitata* (a), *Corchorus olitorius* (b)
dans une solution saturée de sulfure de sodium
k = cellules recroquilles.
p = bout de fibre.

la fibre change. Nous l'avons constaté, non seulement pour la jute, mais aussi pour les autres fibres, tandis que *Martens* (l. c.) n'a pas employé ce réactif pour différencier les fibres des plantes japonnaises et *Herz-*

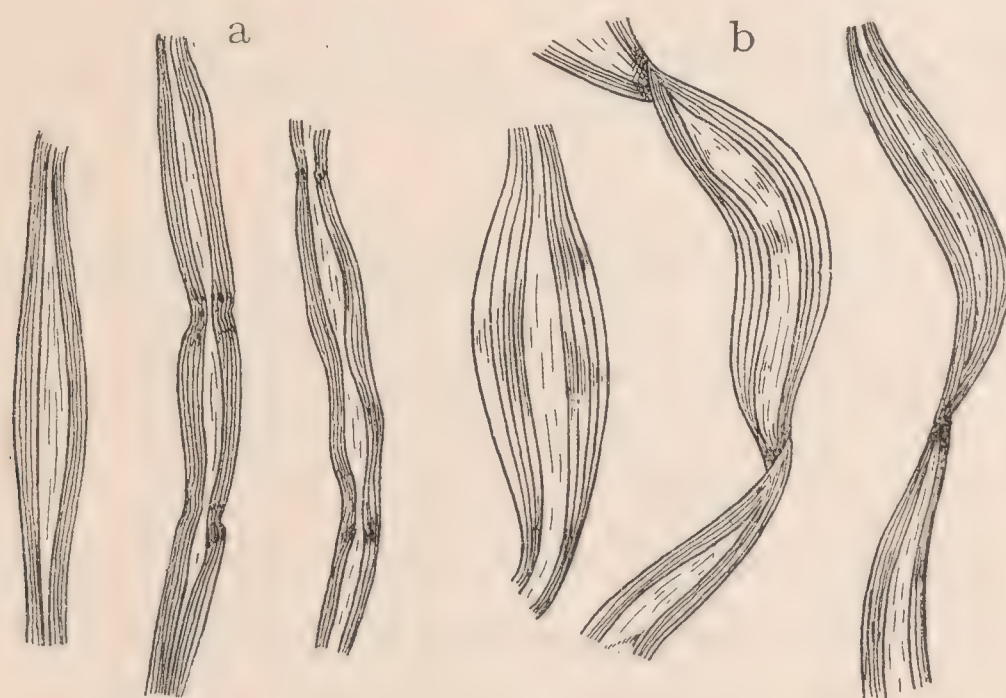


Fig. 6. (a) Lin, (b) coton
dans une solution de sulfure de sodium.

berg (Papierprüfung) en parlant de ces fibres dit qu'elles se colorent en général en bleu et bleu rouge. Nous avons trouvé que seules les fibres de Kodzu se colorent ainsi mais seulement en état de pureté autrement elles se colorent en brun sale.

La couche extérieure des parois cellulaires de ces trois espèces de fibres Kodzu, Mitsumata et Gampi se colorent en bleu (gampi en bleu gris sale). Table I, fig. 1.

Le Mitsumata privé de la couche cuticulaire extérieure se colore en jaune (Table I., fig. 2.). Le Gampi se colore en jaune clair quelquefois grisâtre.

Le canal (central) est souvent, soit plus clair soit plus foncé. A côté de cette coloration caractéristique des fibres nomées, nous avons observé le recroquillement de la pellicule à la jute et aux dites fibres. Ces plis qui se colorent en gris bleu changent quelquefois tout-à-fait le caractère de la fibre. Par ex. la fibre d'Edgeworthia devient semblable à celle de Gampi, mais elle se distingue par la coloration générale. Les bouts de fibres deviennent nets et sont souvent gouflés.

De tout ce qu'on a dit il ressort que, par ce réactif on peut non seulement distinguer les dites fibres entre elles mais aussi d'autres fibres. Ainsi le kodzu qui ressemble au lin se distingue par sa coloration violette, la fibre de mitsumata ressemblant au coton se reconnaît par sa coloration bleue et le ratatinement de la cuticule cellulaire extérieure.

La fibre de gampi ressemblant à la jute se distingue par la couleur jaune clair (quoique la jute brute se colore quelquefois en jaune) et par des plis transversaux. Dans les cas douteux on peut avoir recours à la solution couproammoniacale, qui ne réagit presque pas sur la jute, tandis que la fibre de gampi se transforme en forme caractéristique de chapelet. La solution de la phloroglucine colore souvent un peu la jute en rouge. Quelquefois on peut déjà reconnaître les différentes fibres d'après la coloration dont le papier se compose, à l'aide d'une loupe, si l'on fait tomber une goutte de la solution de chlorure de zinc dans le iodure de potasse et de iode, sur le papier de la manière dont on recherche la présence de la pâte de bois dans le papier. Naturellement il faut que le papier ne contienne pas d'amidon qui se colore par le iode. Le papier fabriqué du Kodzu se colore en violet du mitsumata brun clair ou jaune, le gampi en jaune clair; le bambou en jaune brun, cellulose-bleu — les chiffons couleur de vin rouge, le ramie également, la pâte de bois en jaune rouge. Avant de donner le résultat des analyses de quelques papiers japonais, que nous avons examiné, nous nous permettons de faire remarquer que

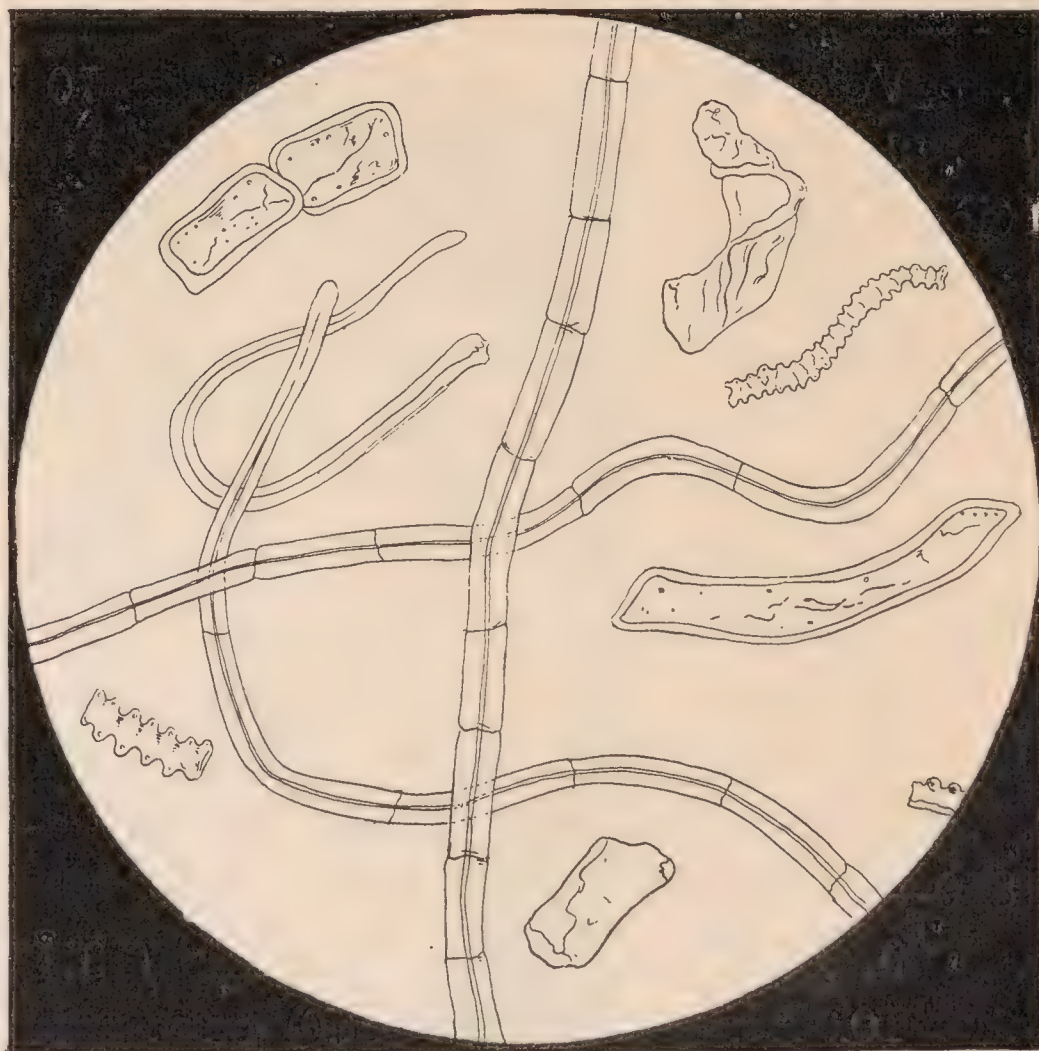


Fig. 7. Cellulose de paille
dans une solution de sulfure de sodium.

pour examiner les fibres à l'aide du réactif Schweitzer de la solution coupro-ammoniacale nous avons coloré les fibres au moyen de la pyrogallol en brun. Les contours deviennent nettement tranchés; les détails ressortent par la coloration et on peut les observer sans se fatiguer les yeux. On peut ajouter la solution aqueuse de 5% de pyrogallol directement à la solution couproammoniacale, ou on colore par la solution de pyrogallol, la préparation traitée auparavant par le réactif de Schweitzer, jusqu'à l'apparition du changement voulu de la fibre; on courbe à l'aide d'une petite plaque de verre et on débarrasse la préparation du colorant en lavant à l'eau.

Voici les résultats d'analyse de 70 échantillons de papier:

1. De minces lanières en papier argenté d'une étoffe chinoise du 16ième siècle. — Les fibres de Kodzu bien feutrées.
2. Du papier provenant d'une étoffe du 16ième siècle était fabriqué également de bambou (du musée industriel de Chrudim).
3. Papier d'un livre (de l'an 1754) — en fibre de kodzu collé à l'amidon.
4. Papier (du 1787) — en Kodzu.
5. Papier d'un livre chinois (du 1800—1820) très souple et fort, uniquement de fibres de mitsumata.
6. Papier du 18 siècle également de mitsumata.
7. Papier d'un livre japonais (18 siècle) — en Kodzu.
8. Papier bleu à reflets de cuivre (teint par l'indigo) (de l'année 1850—1860) en pur Kodzu.
9. Papier d'un livre japonais (1870) en mitsumata et kodzu.
10. Papier crêpelé (1870) contenait du kodzu.
11. Papier de 18 siècle — en ramie.
12. Papier „Hanshi“. Nous avons examiné cinq sortes de ce papier deux de fabrication ancienne et trois de nouvelle (faits à la machine en fabrique).

a) Echantillon I. (ancienne fabrication), jaunâtre, transparent et mou sans éclat ne bruit pas contient des fibres longues de kodzu et de gampi.

Longueur de rupture dans un sens = 6,11 *km*. Dans l'autre 3,17 *km*.
Epaisseur = 0,076 *mm*.

b) Echantillon II. (ancienne fabrication) plus clair que le précédent et plus régulier contient du kodzu, gampi, et un peu de cellulose il n'est pas si solide que l'échantillon I. Longueur de rupture dans un sens = 5,175 *km*, dans l'autre = 2,07 *km*.

c) I Echantillon nouvelle fabrication, blanchi sans éclat un peu lisse, en cellulose de paille et en mitsumata. Longueur de rupture = 8,196 *km* et 5,610 *km*. Epaisseur = 0,047 *mm*.

d) II Echantillon du moderne „hanshi“ en cellulose de bois et de paille et en mitsumata. Longueur de rupture = 7,10 *km* et 4,84 *km*. Epaisseur = 0,031 *mm*.

e) III Tout-à-fait moderne fait à la machine très peu solide de même composition que l'échantillon *d* II. Il n'est pas solide. Longueur de rupture 2,83 *km* et 1,32 *km*. Epaisseur = 0,046 *mm*.

13. Hosho le papier composé du kodzu pur

I sorte grossière. Longueur de rupture 4,303 *km* et 1,392 *km*, épais de 0,138 *mm*.

II sorte plus fine. Longueur de rupture 3,591 *km* et 0,987 *km*, épais 0,1 *mm*.

III sorte la plus fine. Longueur de rupture 3,422 *km* et 1,190 *km*, épais 0,113 *mm*.



Fig. 8. Papier de soie
dans une solution de sulfure de sodium.
a = gampi.
b = mitsumata.

14. Tengujo un papier de soie non collé, fin transparent. Nous en avons examiné six sortes qui étaient imprimés de dessins, tous étaient fabriqués en kodzu avec un peu de cellulose de paille et de bois.

15. Tonsi-jaku, papier carton 0,41 *mm* d'épaisseur, il est vert d'un côté et orné des taches faites par la plombagine — il se compose du gampi et de la mitsumata.

16. „Kopigami“ papier fin et transparent

I jaune, en gampi pur,

II en $\frac{2}{3}$ gampi, $\frac{1}{3}$ de cellulose de paille.

17. Tshi-kushi, jaune, mince papier d'emballage (préparé) fabriqué du bambou un peu de cellulose.

18. Insatzu fort, jaunâtre composé de parties égales de gampi et de mitsumata.

19. Hankiri.

I échantillon — gampi et cellulose de paille.

II échantillon — gampi, mitsumata un peu de cellulose.

III échantillon — gampi et mitsumata.

20. Papier d'emballage contenant de l'écorce verte à la surface est fabriqué probablement de déchets de vieux papier il contenait surtout les fibres de gampi, de mitsumata, de cellulose, de paille et de bois et de la pâte de bois.

21. Papier rouge fait à la main, très solide en kodzu.

22. Papier orné de paillettes de nacre à la surface contenait la fibre de kodzu et gambi.

23. Papier de soie jaune (fig. 8) contenait de la mitsumata et du gampi.

24. Papier de soie entièrement (Tissue-Seiden) en kodzu.

25. a) Papier bleu décoré orné par des fils de soie était en gampi et cellulose de paille.

b) Une autre sorte de la pareille composition avait à la surface de petits bouts d'or battu.

26. Un papier brun clair avec des paillettes de nacre et de fils de soie à la surface contient de la cellulose, chiffons et pâte de bois.

27. Un papier gris — mitsumata et gampi.

28. Un papier rouge, fortement chargé fait avec de chiffons.

29. Shi-fu blanc; blanchi. Les 3 espèces étaient fabriqués avec des chiffons (coton et lin), et en peu de kodzu.

30. Un papier de luxe, décoration, fait avec de la cellulose et des chiffons.

31—47. Seize échantillons de papier de luxe, de tapisserie fortement chargés, brillants ou mats et avec l'impression de dessins brillants faits avec l'essence dite de perles, ou au mica.

Huit échantillons entre ceux aux fibres longues étaient faits avec de la cellulose de paille de riz, gampi, mitsumata, kodzu, chiffons et pâte de pois. Aux autres 8 nous avons trouvé de la cellulose (de paille et de bois) et de chiffons.

Papier imitation de cuir (de M. Saenger à Hambourg).

48. (Nro. 3002) fabrique des fibres de gampi très bien feutrées.

49. Bleu d'un côté et brun de l'autre, fait avec différents déchets; chiffons, gampi, cellulose, jute et pâte de bois.

50 et 55. La même composition que le précédent.

56. Une imitation de cuir qui paraît de fabrication européenne ne possède pas la souplesse et élasticité des précédents échantillons. Il contenait des chiffons de lin, coton, jute, laine, de la cellulose.

57. Papier gris impression colorée, fait avec des chiffons et de la cellulose.

58. Imitation de cuir d'un côté vernis vert, impression d'or. Echantillon de l'ouvrage „Japon“ de J. Rein, contenait du kodzu et de la cellulose.

B. ŠETLÍK et V. KRUPAŘ: Papiers japonais et les fibres employées à leur fabrication.



Fig. 1.



Fig. 2.



Fig. 3.



Fig. 4.

Fig. 1: Papier fait de fibres de Kodsu.

Fig. 2: Papier de mitsumata.

Fig. 3: Papier de gampi.

Fig. 4: Papier de bambou.

Tous coloré par une solution de jod, de chlorure de zinc et de jodure de potassium.

59. Un papier de fibres grossière, avec de petits morceaux d'écorce sert à fabriquer des ficelles. Il est composé de kodzu.

60—62. Trois échantillons de papier d'emballage dits „Chirigami“ (du Musée de Náprstek à Prague) sont faits avec des déchets de vieux papiers contiennent des débris d'écorce, des morceaux de ficelles et de jute mais pas de pâte de bois par contre de la paille.

63. Papier transparent (Musée de Náprstek à Prague) contient de la ramie, et de la cellulose de paille.

64—65. Deux échantillons de papier d'emballage fabriqués avec des fibres de bambou.

66. Papier servant à faire les ficelles était en kodzu pur.

67. Un autre servant au même but contenait du kodzu et de la mitsumata.

68—70. Trois échantillons de papier fortement collés (de H. Saenger à Hambourg), faits avec parties égales de gampi et de cellulose de paille.
Littérature.

LITTERATURE.

M a r t e n s : Untersuchung japanischer Papiere. Mitth. aus den könig. Versuchsanstalten. Berlin 1888.

W i e s n e r : Rohstoffe 1902.

W i e s n e r : Mikrosk. Untersuchung alter ostturkestanischen und anderer asiatischen Papiere 1902.

H a n a u s e k : Realencyclopaedie VII.

H a n a u s e k : Erdman Königs Waarenkunde. 1901. Leipzig.

H a n a u s e k : Technische Mikroskopie. Stuttgart 1901.

H e r z b e r g : Papierprüfung. Berlin 1902.

A u e r : Über die Bastfaser der Moraceae (Öst. bot. Zeit. 1903).

E. F r e m y : Chimie végétale la Ramie. Paris 1886.

G r o t h e : Chinagrass und Nesselfasern.

D a l é n et Dr. W i e s b a r : Mitth. aus den kön. techn. Versuchsanstalten. Berlin 1902.

H ö h n e l : Mikroskopie.

Beitrag zur Kenntnis der Gattung *Pteronarcys* Newman.

Von

Prof. **Franz Klapálek.**

(Mit 10 Textfiguren.)

Vorgelegt am 21. Juni 1907.

Im vorigen Jahre habe ich Gelegenheit gehabt das Natural History Museum in South Kensington, London zu besuchen, wo die Liebenswürdigkeit des Herrn Ch. Waterhouse mir ermöglicht hat die Typen von Newman und Walker zu studieren und die zur Feststellung der Art nötigen Zeichnungen zu verfertigen. Gleichzeitig ist Herr Kustos A. Handlirsch am k. k. Hofmuseum in Wien so freundlich gewesen mir die Type der *Kollaria insignis* Pict. zur Ansicht zu schicken. Da die Kenntnis der sekundären Sexualcharaktere für Unterscheidung der Arten sehr wichtig ist, halte ich es nicht für überflüssig hier eine möglichst genaue Beschreibung dieser Organe zu geben, um insbesondere den Kollegen in Amerika einen Vergleich der Hagenischen Arten mit den europäischen Typen zu ermöglichen. Ich werde mich auch in den hier gegebenen Beschreibungen an die Sexualcharaktere beschränken. Beiden oben genannten Herren sage ich für ihre Hilfe meinen aufrichtigen Dank.

***Pteronarcys* Newman.**

(*Kollaria* Pict.)

Kopf im Verhältnisse zum übrigen Körper klein, gewöhnlich tief in das Pronotum eingezogen, stark quer, nach vorne rasch verschmälert. Augen immer stark kugelig gewölbt, groß. Ocelli mäßig groß, in ein gleichschenkliges Dreieck gestellt, dessen Schenkel nur wenig kürzer sind als die Basis. Fühler stark borstenförmig. Taster stark fadenförmig, wie bei anderen Gattungen der Unterordnung *Filipalpia*. Auf der oberen

Fläche des Kopfes sehen wir eine ziemlich stark entwickelte Scheitelsutur, große, breit eiförmige, in der Mitte vertiefte und den hinteren Punktaugen genäherte Stirnschwielen und eine stark in die Quere gezogene und in einzelne Schwielen zerfallene M-Linie.

Pronotum immer trapezoid, vorne etwas schmaler bis breiter als der Kopf samt Augen, nach hinten mehr oder weniger erweitert. Die Seiten sind öfters ausgeschweift (vielleicht infolge des Trocknens) und dann treten die Vorderecken spitzig hervor. Die Vorderrandsfurche fehlt gänzlich, jene vor dem Hinterrande ist nur schwach angedeutet ebenso wie die Mittelfurche. Die wurmförmigen Schwielen sind spärlich und nicht vortretend, im Gegenteil sind die mittleren grubchenartig vertieft; sie sind derart geordnet, daß sie etwa die Form des Buchstabens M haben.

Beine lang; in den Füßen ist das mittlere Glied am kürzesten, das Endglied am längsten. Schwanzfäden entwickelt, aber relativ kurz.

Flügel bedeutend schmal mit parabolischer bis elliptischer Spitze. Die Queradern im Costalfelde zahlreich und stark. Im Subcostalfelde finden wir manchmal 2—3 Queradern vor dem Ende der Subcosta; in der Partie außerhalb desselben sind viele Queradern. Zahlreiche Queradern sind zwischen allen Längsadern beider Flügelpaare mit Ausnahme des Analfeldes, wo sie spärlich werden. Sector radii entsendet in den Vorderflügeln mehrere parallele Äste; Media ist nur einmal gegabelt und Cubitus entsendet von seinem vorderen Aste einige Adern nach vorne; der Stiel der inneren interradialen Zelle ist in der Regel länger als der Vorderrand derselben. In den Hinterflügeln fehlt der Sector radii; Media, welche eine deutliche, selbständige Wurzel hat, ist dafür zweimal gegabelt und ihr Vorderast benimmt sich durchwegs wie Sector radii. Alle 3 Äste der 2 A sind wieder gegabelt; der erste und dritte Ast entsenden 2—3, der zweite 1—2 akzessorische Adern.

Beim ♂ beschränkt sich die Modifikation des Hinterleibes auf die Hinterleibsspitze selbst, nämlich das IX. und X. Segment und die darauf folgenden Anhänge. Der IX. Ring ist bei allen Arten auf der Bauchseite mehr oder weniger verlängert und bildet eine Subgenitalplatte, die am Hinterrande wulstig verdickt oder in der Mitte sattelartig ausgeschnitten ist; dieselbe zeigt jederseits eine tiefe Falte, welche den mittleren Teil begrenzt. Die Rückenfläche des IX. Ringes ist entweder normal oder nur vertieft: bei *Pt. proteus* ist sie erhoben und verdickt. Der X. Ring



Fig. 1. *Pteronarcys regalis*
New m.

Kopf und Pronotum.

ist in der Regel auf dem Rücken geschlitzt, aber sonst ohne Veränderung; bei *Kollaria* bildet er aber zwei parallele Zapfen. Die Subanalklappen sind entweder kahnförmig, stark entwickelt oder verlängert, flach und an der Spitze abgerundet. Supraanallobus ist sehr verschiedenartig ausgebildet; entweder in zwei flache Anhänge gespalten, oder in ein langes penisartiges Organ verlängert. Bei *K. insignis* ragt zwischen den Subanalklappen eine deutliche röhrenartige und nach unten gebogene Rute hervor.

Beim ♀ ist der VIII. Ring auf der Bauchseite entweder ganz einfach mit einem schwach bogenförmigen Hinterrande, keine Subgenitalplatte bildend, oder ist seine Bauchfläche mit zwei subtriangulären Anhängen versehen. Die IX. Ventralplatte zeigt zwei schiefe, nach hinten divergierende Falten, durch welche das kahle, quengerunzelte Mittelfeld begrenzt ist, welches gewissermaßen eine Supragenitalplatte bildet; sein Hinterrand ist öfters bogenförmig erweitert. Der X. Ring ist auf dem Rücken mehr oder weniger stark dreieckig verlängert. Die Subanalklappen sind groß, dreieckig oder kahnförmig und an den Supraanallobus fest gedrückt.

Mit der nahe verwandten *Diamphipnoa* Gerst. und einigen Vertretern der Gattung *Perla* stellt uns die Gattung *Pteronarcys* die Riesen der Ordnung *Plecoptera* vor. Sie ist in Nordamerika weit über die kalten Regionen verbreitet und ist nur durch eine einzige bisher bekannte Art in Sibirien vertreten. Aus Europa ist sie nicht bekannt. Die Pictetsche Gattung *Kollaria*, obwohl sie eine gut charakterisierte Gruppe vorstellt, kann nach unseren bisherigen Erfahrungen nicht für generisch verschieden gehalten werden, insbesondere nicht nach der Größe der Taster.

Die mir bekannten Arten lassen sich in vier gleichwertige Gruppen einteilen:

1. Die männliche Subgenitalplatte ist stark verlängert und an der Spitze sattelartig ausgeschnitten; der X. Dorsalring in zwei zapfenartige Teile gespalten; Subanalklappen lang, schmal und flach; Rute deutlich, als ein nach unten gebogenes Röhrchen vorragend.; Supraanallobus gespalten. Beim ♀ ist der VIII. Ring nicht verlängert, mit einfachem Hinterrande

Gruppe *regalis* (*Kollaria* Pict.)

2. Die männliche Subgenitalplatte mit einem wulstartig verdickten Hinterrande: IX. Ring auf dem Rücken erhoben und nach vorne vorgezogen; der X. Ring auf dem Rücken in zwei flache übereinander gelegte Lappen gespalten; Subanalklappen kahnförmig; Supraanallobus verlängert, gebogen und zwischen den Subanalklappen versteckt. Die ♀ Subgenitalplatte dreieckig, neunten Ring überragend *Pt. proteus*.
3. Männliche Subgenitalplatte hinten am Rande wulstartig verdickt; der IX. Ring ist auf dem Rücken höchstens nur schwach verdickt;

der zehnte auf dem Rücken breit geschlitzt; Subanalklappen verlängert, kahnförmig; Supraanallobus flach, zwischen den Subanalklappen verborgen. Beim Weibchen trägt der achte Ring auf seiner Bauchfläche zwei mehr weniger dreieckige Anhänge

Gruppe der *Pt. reticulata*.

4. Beim ♂ ist der neunte Ring kaum klappenartig vorgezogen und der zehnte ist auch auf der Bauchseite sichtbar. Auf der Rückenseite ist der letztere breit gespalten. Subanalklappen groß, gegeneinander gepresst und zusammen von einem breit kahnförmigen Umrisse; Supraanallobus mächtig ausgebildet und von einer sehr komplizierten Form. Beim ♀ bildet die Subgenitalplatte zwei dreieckige Lappen *Pt. californica*.

I. Gruppe Regalis.

(Subg. *Kollaria Pict.*)

In diese Gruppe gehören drei nahe verwandte Arten, welche sich auf folgende Weise unterscheiden lassen:

1. Flügelspannung 54—66 mm. Die männliche Subgenitalplatte glänzend schwarz, auffallend von der orangefarbenen Bauchfläche abstechend, an der Spitze seicht ausgeschnitten; die Abschnitte des X. Ringes sind in der Seitenansicht in der Mitte zwar seicht ausgeschweift, an der Spitze aber wieder verdickt und eher etwas stärker als am Grunde; die Abschnitte des Supraanallobus in der Ansicht von oben kurz mit parallelen Seiten *nobilis*.
- Flügelspannung 75—104 mm; die männliche Subgenitalplatte hell braun, an der Spitze breit und tief ausgeschnitten 2.
2. Beine dunkelbraun, Hinterleib braun, in der Mitte mehr oder weniger rötlich; Abschnitte des X. Ringes gegen die Spitze zu deutlich niedriger und verflacht; Abschnitte des Supraanallobus von oben gegen die Spitze zu zugeschnitten *regalis*.
- Beine blaßbraun, Hinterleib dunkel kastanienbraun, in der Mitte orangefarbig; Abschnitte des X. Ringes an der Spitze nach oben gebogen *Pictetii*.

Pteronarcys nobilis Hag.

Beim ♂ ist der IX. Ventralbogen stark verlängert, durch zwei Längsfalten in drei Felder geschieden und an der Spitze sattelartig ausgeschnitten; um diesen Ausschnitt herum ist er nur wenig verflacht und nicht dicht punktiert. Der X. Ring ist nur auf der Dorsalseite sichtbar stark verlängert, aber in der Mitte gespalten, so daß er zwei an der Spitze

abgerundete, parallele und oben mit Dörnchen besetzte Zapfen bildet, welche in der Seitenansicht in der Mitte etwas ausgeschweift erscheinen und an der Spitze schlägelartig wieder verdickt und eher etwas stärker als an der Wurzel sind; sie reichen nicht so weit wie die Subgenitalplatte. Unter ihnen ragen zwei gelbe, parallele, von der Seite schmal dreieckige, von oben paralleelseitige und an der Spitze abgerundete Fortsätze hervor, welche wir für den gespaltenen Supraanallobus halten müssen. Über der Subgenitalplatte durch ihren terminalen Ausschnitt ragt die schmal kegelförmige, an der Spitze wieder erweiterte und nach unten gebogene Rute hervor. An jede ihre Seite legt sich ein flacher, schwach chitinisierter,

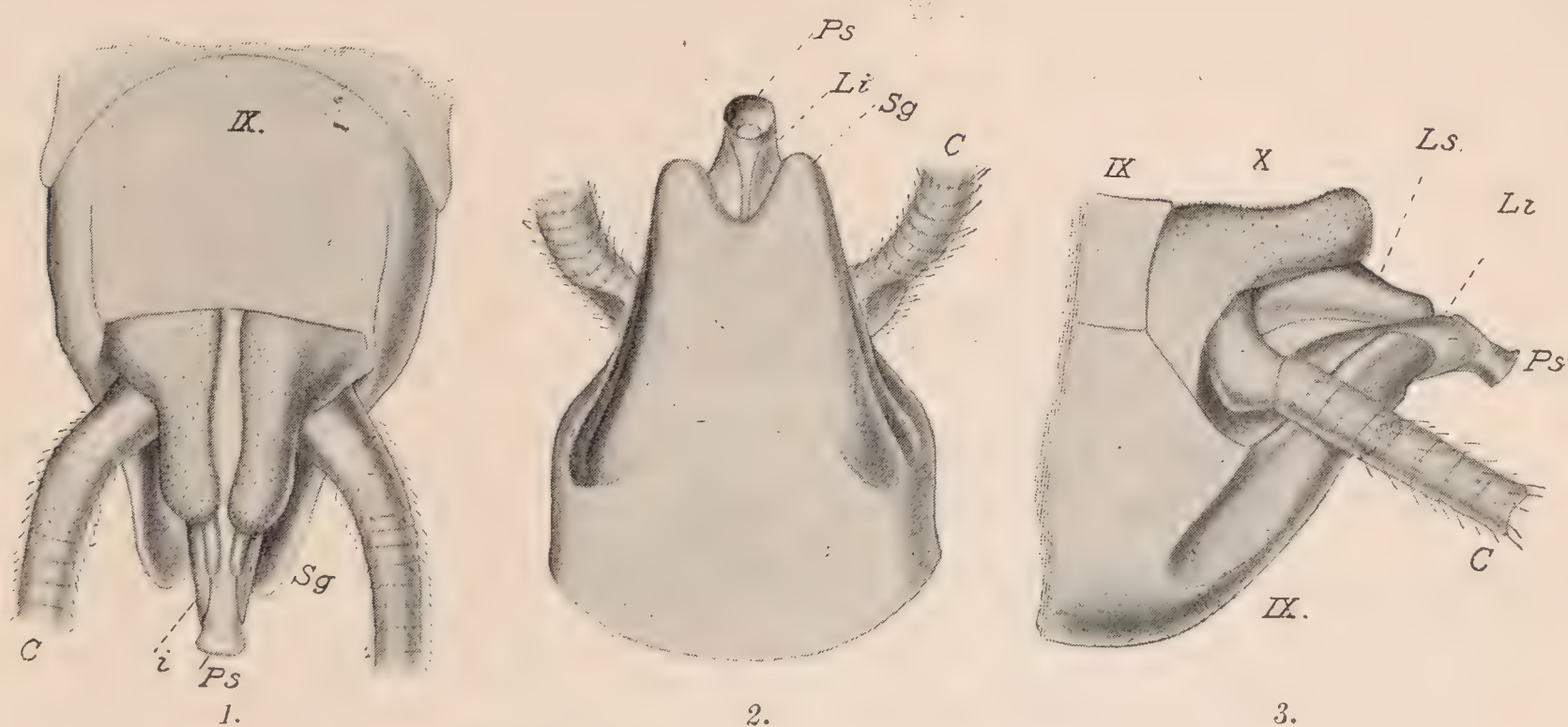


Fig. 2. *Pteronarcys nobilis* Hg. ♂.

Das Hinterleibsende 1. von oben, 2. von unten, 3. von der Seite. C = Cerci, Sg = Subgenitalplatte, Ls = Supraanalklappen, Li = Subanalklappen, Ps = Die Rute.

an der Spitze schief zugeschnittener und abgerundeter Fortsatz an, nämlich die Subanalklappen, welche die Abschnitte des Supraanallobus ein wenig überragen.

Beim ♀ ist nach Hagen der VIII. Ventralbogen hinten gerade abgestutzt oder in dem mittleren Drittel schwach vorgezogen, ohne Anhänge.

Die Körperlänge der 2 ♂ die ich untersuchen konnte, ist 20 und 21 mm, Flügelspannung 54—60 mm; Hagen führt ohne in dieser Hinsicht die beiden Geschlechter zu unterscheiden, die Flügelspannung mit 55-66 mm an.

Ich habe 2 ♂ gesehen; ein aus der Sammlung des k. k. Hofmuseums in Wien, welcher die allgemeine Lokalitätsangabe Nordamerika trägt, den anderen aus der ursprünglichen Sammlung Latreilles, jetzt des Bar. Selys Longchamps ohne Heimatsschein, aber mit der Etiquette „Pt. Proteus“.

Pteronarcys regalis Newman.

(*Kollaria insignis* Pict.)

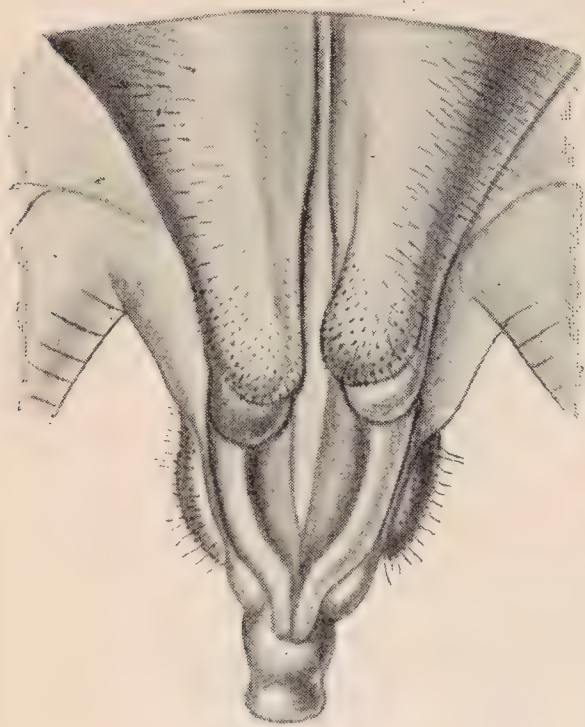
Die Geschlechtsteile des ♂ sind nach demselben Plane gebaut wie bei der vorigen Art und die Unterschiede bestehen in der hellen Farbe des IX.

Ventralringes, dann in dem tieferen und verhältnismäßig schmäleren Endausschnitte der Subgenitalplatte, welche an der Spitze deutlich abgeflacht und punktiert ist und endlich in der Form der Abschnitte des Supraanallobus, welche an der Spitze schmal vorgezogen sind und bis zwischen die Subanalklappen reichen, dieselben eher etwas überragend. Dafür sind die Abschnitte des X. Dorsalringes nicht so lang und reichen nicht so weit wie die Subgenitalplatte.

Das ♀, glaube ich, zeigt keine wesentlichen Unterschiede von der vorigen Art.

Die Körperlänge des ♂ 31 mm, des ♀ 32 mm; Flügelspannung des ♂ 79 mm, des ♀ 86 mm.

1 ♂ *Anticosti*, leg. Schmitt. (Mus. Paris); 1 ♀ vom k. k. Hofmuseum.



A.



B.

Fig. 3. *Pteronarcys regalis* Newm. ♂.

A. Das Hinterleibsende von oben. B. Das Ende der Subgenitalplatte.

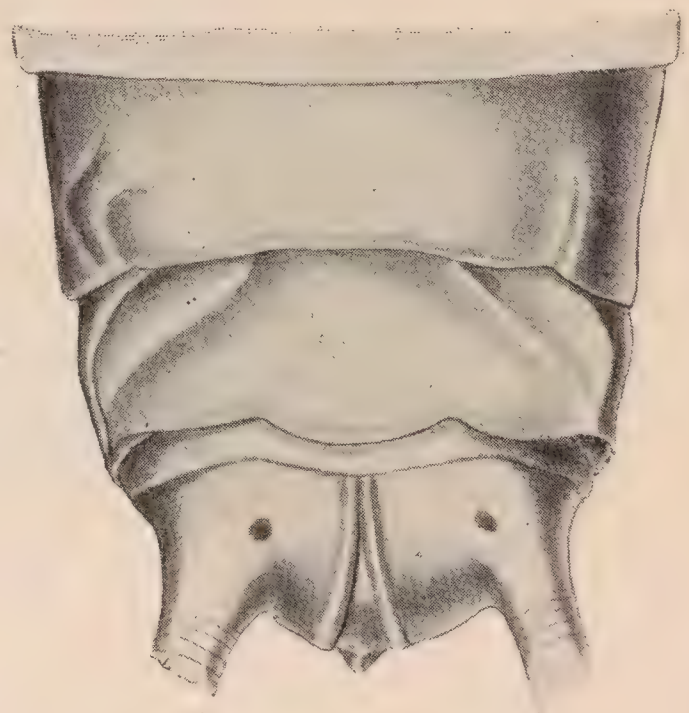


Fig. 4. *Pteronarcys regalis* Newm. ♂.

Das Hinterleibsende von unten.

(ohne Lokalitätsangabe, die Type der Pictetschen *Kollaria insignis*); 1 ♀ aus Binghampton, N. Y., in meiner Sammlung von Nathan Banks; 1 ♀ Labrador, leg. Moschler, (Mus. Paris); 1 ♀ Bayfd. Wis., Wickham (Mus. Brüssel); 1 ♀ unter dem Namen *Pt. biloba*, Hudsonsbay, Reiter 1851 (k. k. Hofmuseum); dann 2 ♂ und 8 ♀ aus dem Londoner Museum, von welchen einige Stücke, insbesondere die ♂ in der Farbe von den Stücken, welche ich für typisch halte, abweichen und eher an die *Pt. Pictetii* erinnern. Beide ♂ sind auch sehr klein und erreichen nicht die Ausmaße welche Hagen angibt; ihre Körperlänge ist 24—27 mm und Flügelspannung 68—70 mm. Nebstdem zeigen sie noch ein auffallendes Merkmal; es ist nämlich die innere interradiale Zelle sehr kurz; bei den meisten Exemplaren ist das Verhältnis der Länge des Stieles von der ersten Querader in dem medialen Felde gemessen zur Länge des Vorderrandes wie 7 : 6, wogegen bei den erwähnten ♂ der Stiel viel länger ist als der Vorderrand des interradialen Feldes (etwa im Verhältnisse 60 : 25). Auf Grund dessen bei der Übereinstimmung in der Farbe war ich geneigt sie für *Pt. Pictetii*

zu halten, doch ein gänzlicher Mangel von wesentlichen Unterschieden in der Ausbildung der Genitalanhänge hinderte mich doch sich dazu zu entschließen.

***Pteronarcys Pictetii* Hag.**

(Pt. *Protaeus Pict.*)

Diese Art ist mir nicht aus eigener Anschauung bekannt und steht sicher in einer sehr nahen Verwandtschaft zu der vorhergehenden, wenn sie überhaupt von derselben verschieden ist. Der Hauptunterschied besteht in der dunkleren Färbung des Körpers im Gegensatze zu den helleren Beinen. Die Abschnitte des X. Ringes sind beim ♂ ähnlich wie bei Pt. nobilis, aber ihre Spitze ist nach oben gebogen und das ♀ soll einen hinten vorgezogenen und in der Mitte viereckig ausgeschnittenen VIII. Ventralring haben. Das ist ein Merkmal, in welchem sich diese Art der Pt. californica nähern würde; dies erweckt unseren Zweifel an die Zusammengehörigkeit beider als eine Art beschriebener Geschlechter und dieser erscheint desto mehr berechtigt, da Pennsylvanien als gemeinschaftliches Vaterland derselben zweifelhaft ist.

II. Gruppe *Protaeus*.

Hieher gehört eine einzige Art:

***Pteronarcys Protaeus* Newm.**

Beim ♂ ist der IX. Ring auf der Bauchseite stark parabolisch verlängert und bildet eine Subgenitalplatte, deren Hinterrand wulstartig verdickt und stärker beborstet ist und deren Fläche zwei, eine mehr glatte mittlere Partie begrenzende Längskiele zeigt. Auf dem Rücken bildet derselbe Ring einen eigentümlichen Höcker; dieser ist stark gewölbt, nach vorne viereckig vorgezogen und auf der oberen Fläche kegelartig erhoben; nach hinten ist derselbe dreieckig verlängert und ausgehöhlt. Der X. Ring ist auf der Rückenseite geschlitzt und bildet zwei quer längliche, bei trockenen Exemplaren übereinander gelegte und dicht mit feinen stachelartigen Borsten besetzte Lappen. Die Subanalklappen sind groß, kahnförmig und mit den hohlen Seiten gegeneinander gekehrt. Der X. Ring, sowie die Subanalklappen sind gelb.

Beim ♀ ist der VIII. Ventralbogen durch zwei Längsfalten in drei Felder geteilt, von welchen das mittlere, breiteste eine subtrianguläre, den Hinterrand des IX. Ringes etwas überragende Subgenitalplatte bildet. Der X. Ring ist auf dem Rücken in einen fast rechten Winkel verlängert.

Körperlänge des ♂ etwa 17 mm, des ♀ 21 mm, Flügelspannung des ♂ 58, des ♀ 68 mm.

Trenton Falls, New York (leg. E. Doubleday). Die Typen von Newman.

III. Gruppe *Reticulata*.

Ich zähle hierher 3 Arten, von welchen zwei einander sehr nahe verwandt sind, trotzdem daß eine von ihnen mit den übrigen in Nord-Amerika

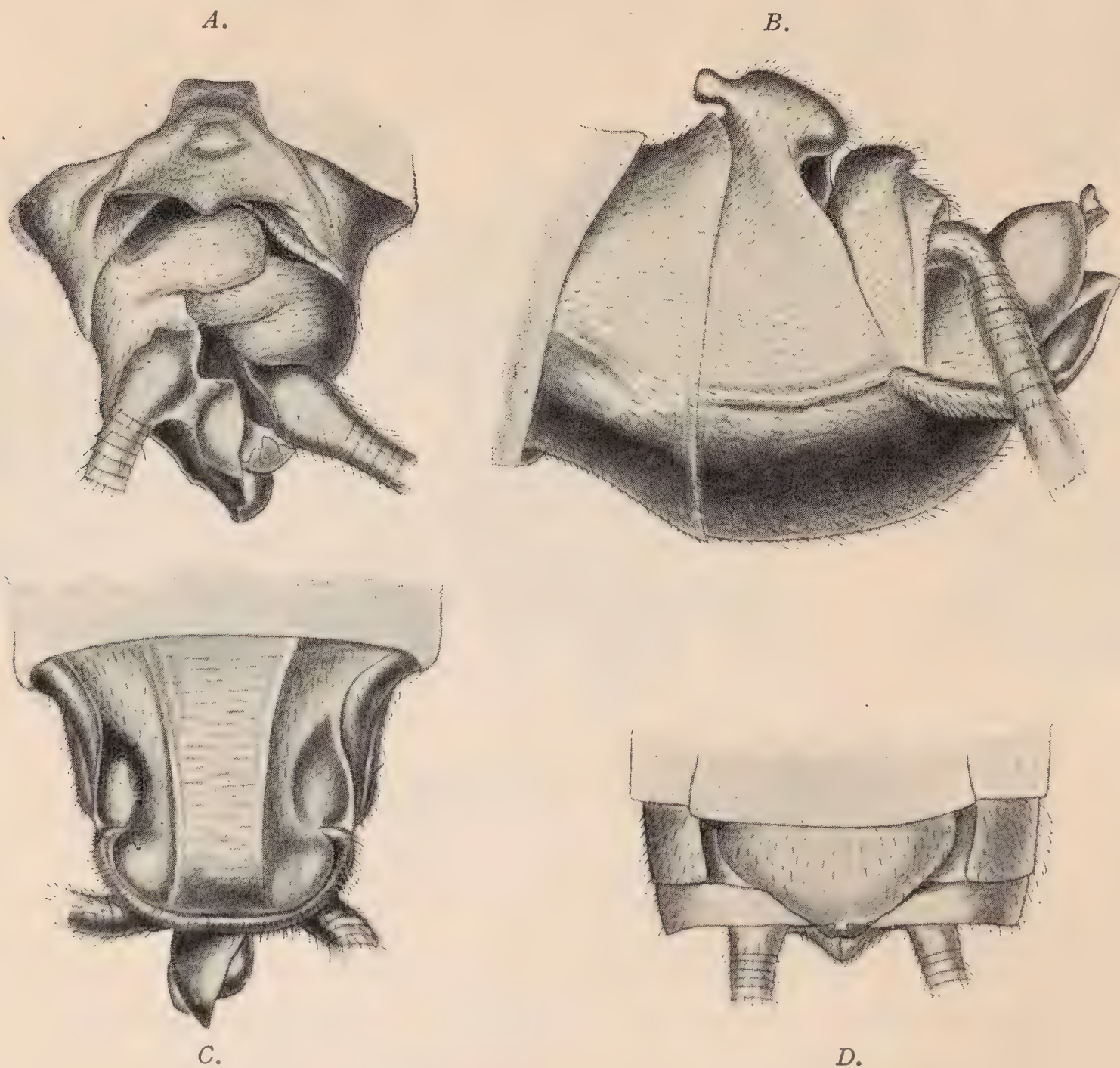


Fig. 5. *Pteronarcys protaeus* Newm.

A Das ♂ Hinterleibsende von oben, B. dasselbe von der Seite, C. von unten, D. das ♀ Hinterleibsende von unten.

lebt und die andere in Sibirien verbreitet ist. Die dritte Art ist mir leider nur im weiblichen Geschlechte bekannt und ich kann sie nur provisorisch hier einreihen, da sie gewisse Abweichungen zeigt. Demnach ist die folgende Übersicht der Arten nur provisorisch.

1. Männliche Subgenitalplatte lang, den Seitenrand des IX. Dorsalbogens bedeutend überragend; die weibliche Subgenitalplatte bildet zwei dreieckige, schmale gegeneinander gebogene Zipfel, die länger als breit sind *reticulata*.
2. Die männliche Subgenitalplatte kurz, den Seitenrand des IX. Ringes

kaum überragend; die weibliche Subgenitalplatte bildet breite, zungenartig gegeneinander gebogene Zipfel, die kaum so lang wie breit sind *biloba*.

3. Die weibliche Subgenitalplatte läuft im ersten Drittel ihrer Länge in zwei parallele, zungenförmige, zugespitzte Zipfel aus . *fumipennis*

Pteronarcys reticulata Burm.

Beim ♂ ist der IX. Ventralbogen in eine lange Subgenitalplatte verlängert; diese zeigt jederseits eine breite, fast bis zur Wurzel reichende

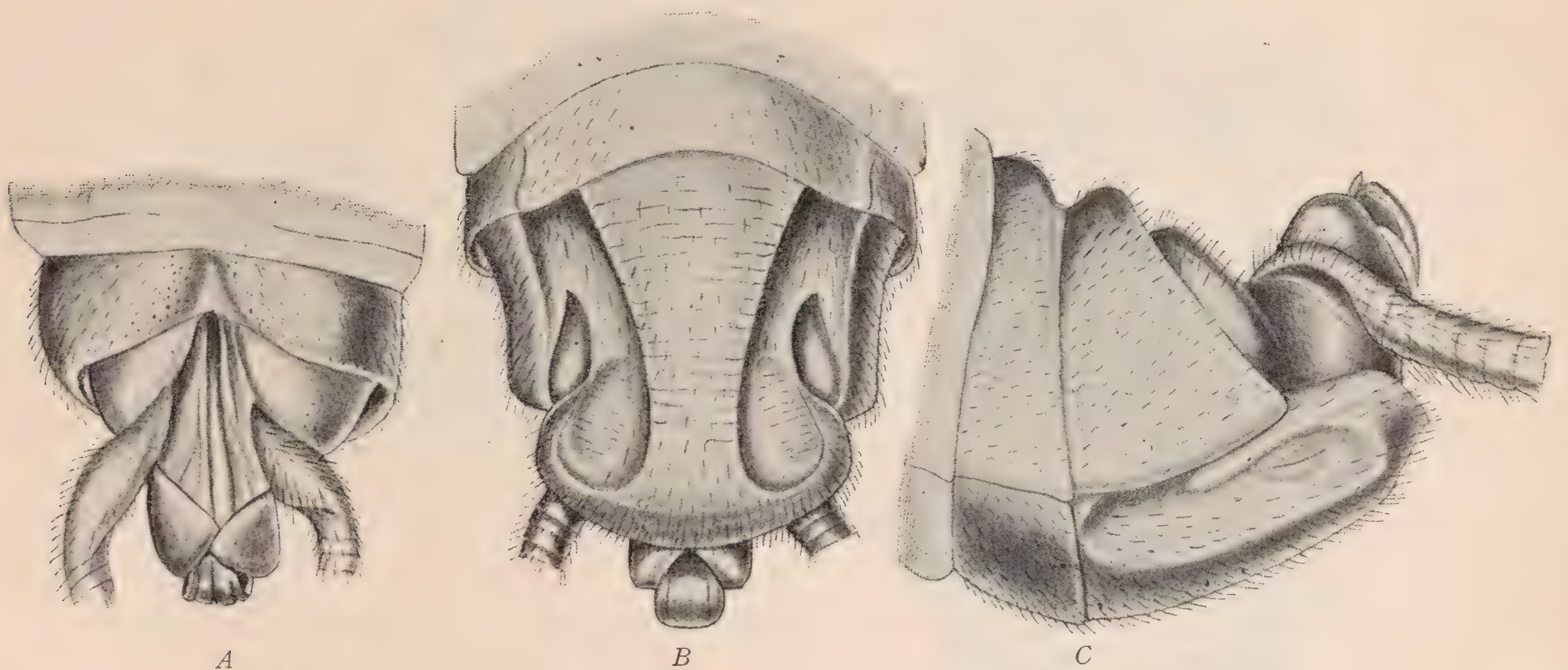


Fig. 6. *Pteronarcys reticulata* Burm. ♂.

Das Hinterleibsende A von oben, B von unten, C von der Seite.

Rinne, welche die mittlere, stark quer gerunzelte und vom Grunde gegen das Ende allmählich verschmälerte Fläche begrenzt; der Hinterrand ist wulstig verdickt und stark behaart. Der dorsale Teil des IX. Ringes ist viel kürzer und in der Mittellinie der Länge nach vertieft, an den Rändern dieser Vertiefung mit feinen Spitzen rauh und stärker behaart. Der X. Ring ist in zwei Hälften gespalten, welche nur von den Seiten und teilweise auf dem Rücken sichtbar sind. Die Subanalklappen sind groß, nach oben gerichtet, an der Spitze innen ausgehöhlt, kahnförmig und die Wurzel des stark modifizierten Supraanallobus umfassend. Dieser Lobus hat die Form eines flachen, mit drei Längsfurchen gezierten Fortsatzes, welcher anfangs gerade nach hinten gerichtet, dann knieartig gebogen und auf dem oft wieder zwischen die Subanalklappen geschobenen Endteile im mäßigen Bogen gegen die Spitze zu verschmälert ist.

Beim ♀ ist die Bauchfläche des achten Ringes durch zwei Längsfalten in drei Felder geteilt, von welchen das mittlere die Subgenitalplatte vertritt; seine Fläche läuft vor dem Hinterrande in zwei dreieckige,

etwas gegeneinander gebogene und etwa bis zum vorderen Dritteile des IX. Ringes reichende Zipfel aus. Der mittlere Teil des IX. Ringes ist durch zwei schiefe, nach hinten stark divergierende Furchen begrenzt, kahl und quengerunzelt. Der X. Ring ist auf dem Rücken fast rechtwinklig vorgezogen.

Körperlänge des ♂ 20—22 mm, des ♀ 27 mm; Flügelspannung des ♂ 55–58 mm, des ♀ 65 mm.

1 ♂, 3 ♀ Sibiria (Hofmuseum); Irkutsk 20. V. 66.; 3 ♂ und 1 ♀ (Coll. de Selys).

Pteronarcys biloba Newman.

Der IX. Ring des männlichen Hinterleibes ist in eine kurze Subgenitalplatte verlängert, welche am Hinterrande wulstartig verdickt ist; ihre Fläche ist durch zwei Längskiele in drei Felder geschieden, von welchen das mittlere nach hinten etwas verengt, gewölbt und quengerunzelt ist und hinten in den wulstartigen Hinterrand der Platte übergeht, die seitlichen dagegen stark vertieft sind; auf dem Rücken ist der IX. Ring kaum verdickt, nur am Grunde mit einem Schwieler. Der X. Ring ist gelb, auf dem Rücken breit geteilt. Die Subanalklappen groß, kahnförmig.

Beim ♂ bildet der mittlere Teil des VIII. Ventralbogens zwei vier-eckige Zipfel, welche bis in das zweite Dritteil des IX. Ringes reichen. Dieser ist etwas bogenförmig verlängert und durch zwei schiefe Falten in drei Felder geteilt; die seitlichen sind sehr schmal, das mittlere sehr

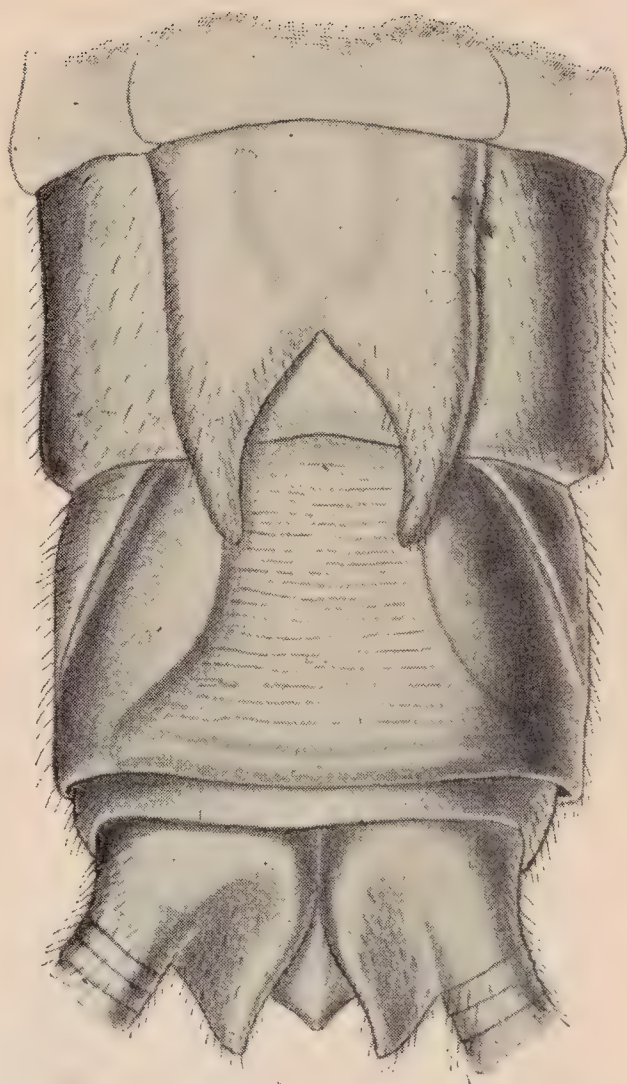


Fig. 7. *Pteronarcys reticulata* Burm. ♀.

Das Hinterleibsende von unten.

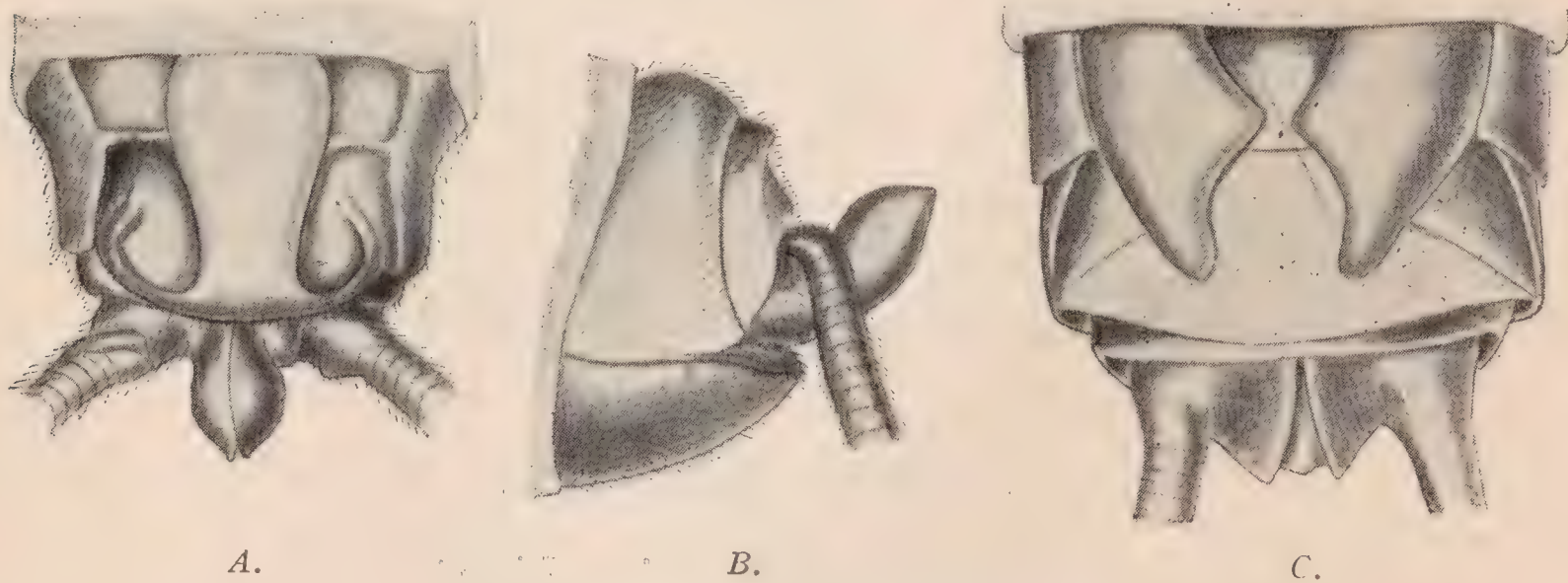


Fig. 8. *Pteronarcys biloba* Newm.

A. Das ♂ Hinterleibsende von unten, B. dasselbe von der Seite, C. ♀ Hinterleibsende von unten.

breit und einer Subgenitalplatte ähnlich. Der X. Ring ist auf dem Rücken stumpf dreieckig vorgezogen und an der Spitze abgerundet.

Körperlänge des ♂ 19 mm, des ♀ 25 mm; Flügelspannung des ♂ 55 mm, des ♀ 74 mm.

1 ♂ New York, leg. E. Doubleday (present. by Entom. Club) und 1 ♀ Trenton Falls (pres. by Entom. Club) — beide Stücke jetzt in Natural Hist. Museum, South Kensington, London. Die Typen zu Newmans Beschreibung.

Pteronarcys fumipennis n. sp.

Körper schwarzbraun, nur der Mittelstreifen des Pronotums, die Kopfunterseite, einige Makel auf der Brust und der mittlere Teil der ersten zwei Hinterleibsringe sind gelb. Fühler, Taster und Beine schwarzbraun, Schwanzfäden, insoweit sie erhalten sind, hell olivbraun.

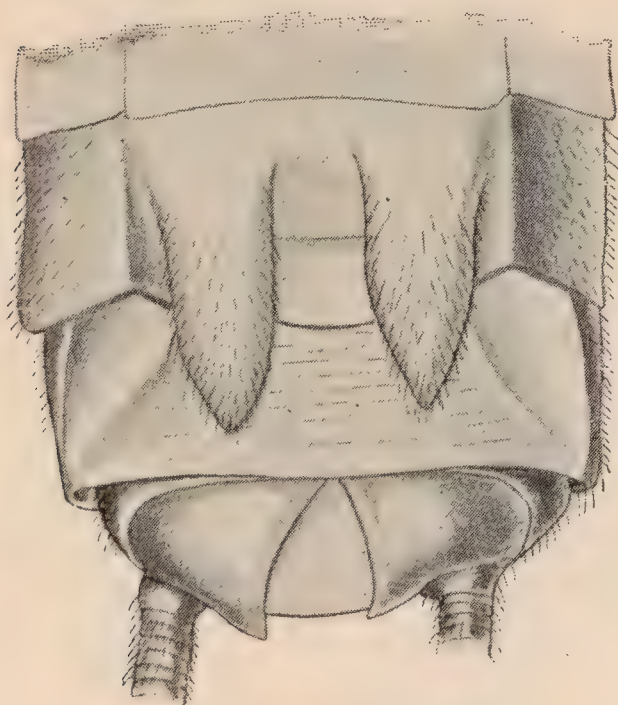


Fig. 9. *Pteronarcys fumipennis*
n. sp. ♀

Hinterleibsende von unten.

Der Kopf hat die bei dieser Gattung übliche Form, Augen stark gewölbt, Punktaugen relativ klein, der Abstand der hinteren von einander bedeutend kleiner als die Entfernung vom inneren Augenrande (25 : 31), aber etwas größer als die Entfernung vom vorderen Punktauge (25 : 20).

Pronotum trapezoid, vorn deutlich schmaler als der Kopf samt Augen, aber doch merklich länger als das Hinterhaupt hinter den Augen, nach hinten stark erweitert; das Verhältnis der Breite vorn und hinten zur Länge ist 53 : 66 : 43. Der gelbe Mittelstreifen ist in der Mitte nur mäßig verschmälert. In den Vorderflügeln ist die innere interradiale Zelle sehr kurz, so daß ihr Stiel zweimal so lang ist wie der Vorderrand derselben. Die Adern alle schwarzbraun.

Der VIII. Hinterleibsring trägt beim ♀ zwei zungenförmige, flache Anhänge, die etwa in der Mitte seiner Länge entstehen und bis in das zweite Drittel des IX. Ringes reichen; ihr Abstand ist etwa ihrer Breite gleich. Der X. Ring ist hinten bogenförmig verlängert.

Die Körperlänge 29 mm, Flügelspannung 74 mm.

1 ♀ Washington Territory (Hofmuseum).

IV. Gruppe Californica.

Pteronarcys californica Newp.

Beim ♂ ist zwar der mittlere Teil der Ventralfläche des IX. Ringes durch zwei schiefe Längsfalten begrenzt, aber er bildet doch keine

eigentliche Subgenitalplatte, da er nach hinten kaum verlängert ist. Der X. Ring ist auf der Bauchseite sichtbar, tief und breit ausgeschnitten; auch auf dem Rücken erscheint er nur als zwei kurze, stumpf dreieckige Plättchen. Die Subanalklappen sind dreieckig öhrchenartig und tragen schwarze, starke Schwanzfäden. Über ihnen ist ein mächtiges, wahrscheinlich weit vorstreckbares Organ — vielleicht die Rute —, welches aus einer dorsalen, bogenförmig nach unten gekrümmten und an der Spitze in zwei parallele Läppchen auslaufenden Rinne besteht. Die ventrale Fläche derselben übergeht in eine vertikale Lamelle, die hinten in ein

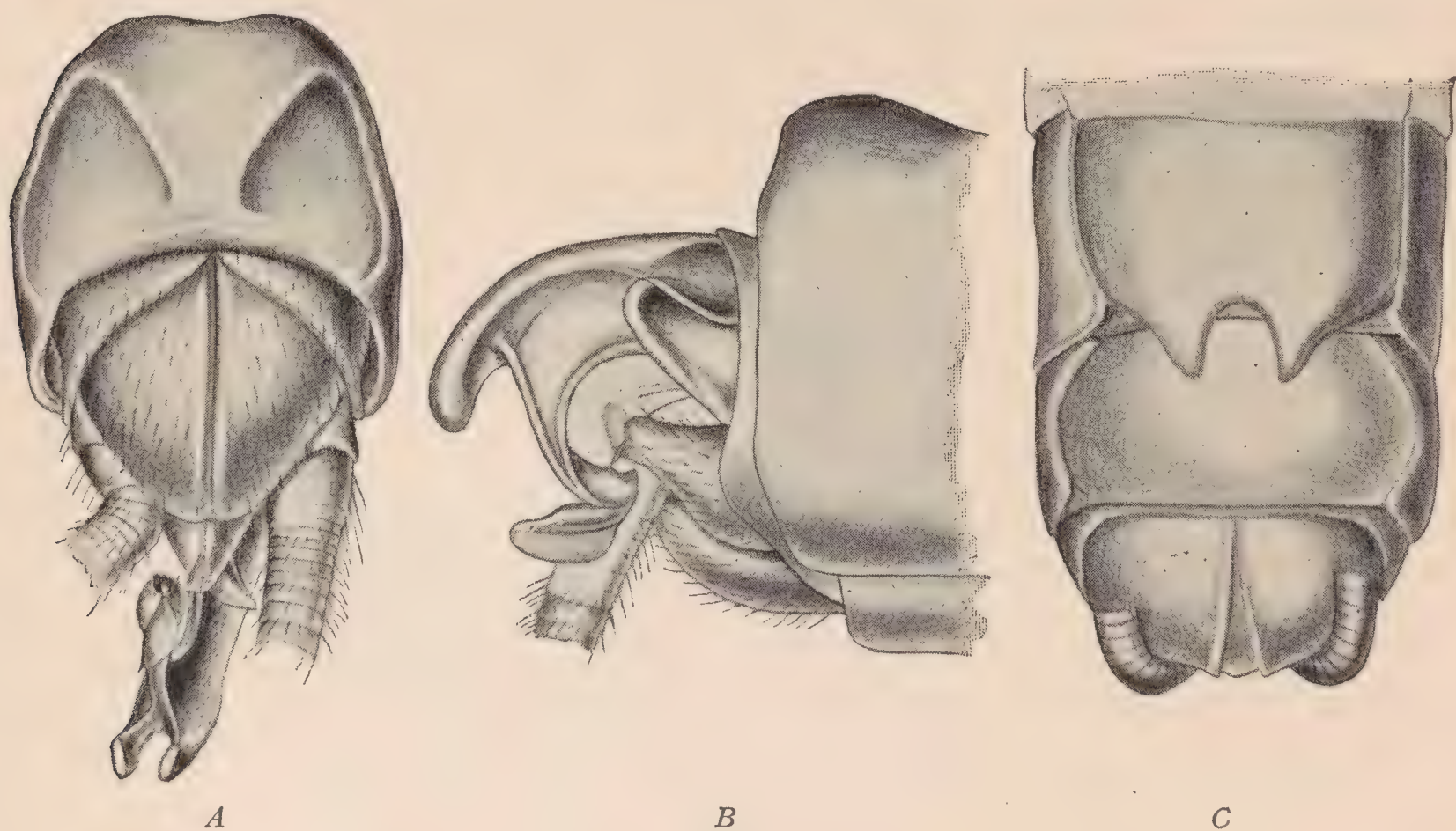


Fig. 10. *Pteronarcys californica* Newp.

A Das ♂ Hinterleibsende von unten, B dasselbe von der Seite, C das ♀ Hinterleibsende von unten.

Röhrchen ausläuft, dessen Rückenfläche in ein aufrecht gestelltes Flügelchen vorgezogen ist. Jederseits legt sich an die vertikale Lamelle ein längliches, an der Spitze abgerundetes Chitinplättchen an. Zwischen den Subanalklappen und der Rute sind noch andere Teile sichtbar, deren Form und Bedeutung schwer zu deuten ist.

Beim ♀ bildet der VIII. Ring eine deutliche Subgenitalplatte, welche hinten tief ausgeschnitten ist und zwei Zipfel bildet, welche etwa in das erste Drittel des IX. Ringes reichen. Der X. Ring ist auf dem Rücken stark dreieckig vorgezogen.

Flügelspannung 65—85 mm.

1 ♂ Oregon (Dohrn, mus. in Greifswald). Dieses Stück stimmt vollkommen mit der Type im S. Kensington-Museum überein. 2 ♀ ohne Lokalitätsangabe in Mus. Paris und ebenso 1 ♀ von Asa Fitch in Coll. de Selys.

Species incertae sedis.***Pteronarcys spinosa Banks.***

Beim ♂ ist der Hinterleib breit gestutzt, so daß er den X. Ring nicht verdeckt, jederseits mit einer Vertiefung und mit einem von den Seiten durch parallele Kiele geschiedenen Mittelfelde. Der VIII. Ring des ♀ ist gleichmäßig bogenförmig mit zwei dornartigen von der Mitte des Hinterrandes divergierend auslaufenden Fortsätzen. Die Körperlänge mit gefalteten Flügeln beim ♀ 34 mm, beim ♀ 39 mm.

Oregon.

Es scheint — wenigstens die Form des VIII. weiblichen Hinterleibsringes spricht dafür — daß *Pt. spinosa* eine gute Art ist und es wird hoffentlich bald möglich sein sie sicherzustellen und nach moderner Art zu beschreiben.

Über eine Reihenentwicklung für algebraische Formen.

Von

K. Petr.

Vorgelegt am 15. März 1907.

Eines der wichtigsten Hilfsmittel in der Theorie der binären Formen ist, wie bekannt, die Reihenentwicklung von Clebsch-Gordan. Capelli hat bewiesen, daß ähnliche Entwicklungen auch für n -äre Formen existieren. *) Bei der Herleitung seiner Entwicklungen geht Capelli von der Polarenoperation aus und benützt namentlich die Darstellung der bekannten Operation Ω von Cayley durch Polarenoperationen.

Bei dem Ersatze der Operation Ω durch Polarenoperationen werden jedoch gewisse einfache Eigenschaften dieser Operation verdeckt, und ich war der Meinung, daß dieser Ersatz (obwohl er bei anderen Aufgaben sehr nützlich sein kann und es auch ist), in diesem Falle die Lösung eher erschwert als erleichtert, und darum habe ich es versucht die Capelli-schen Resultate ohne diesen Ersatz herzuleiten. Dabei ist es mir gelungen eine vollständig fertige und ziemlich einfache Formel zu finden, welche eine direkte Verallgemeinerung der Reihenentwicklung von Clebsch-Gordanscher Reihe für Formen mit m -Reihen n -ärer Veränderlichen ist und welche im wesentlichen mit einer Formel übereinstimmt, die Deruyts **) auf Grund seiner Theorie der algebraischen Formen erhielt. Die hauptsächlichsten Unterschiede zwischen den beiden Reihenentwicklungen beruhen einerseits darauf, daß Deruyts die Hilfsvariablen nicht gebraucht,

*) A. Capelli, Sur les operations dans la théorie des formes algébriques. Math. Annalen, Bd. 37, p. 1. Andere Beweise stammen von J. Deruyts Essai d'une théorie générale des formes algébriques, Mémoires de la société royale des sc. de Liège, sér. II. t. 17. 1892 und von A. Young On quantitative substitutional analysis, Proceedings of the London math. society t. XXXIII. 97. 1901.

**) J. Deruyts, Sur le développement de certaines fonctions algébriques. Mémoires de l'Académie royale de Belgique T. 49. (1890—1893).

andererseits darauf, daß er die numerischen Koeffizienten nicht berechnet hat. Der erste Unterschied ist aber nur ein scheinbarer; die Koeffizienten in der Reihenentwicklung von Deruyts lassen sich leicht mit Hilfe der Sätze des Abschnittes V. dieser Arbeit berechnen.

I.

Im folgenden werde ich Formen von mehreren Reihen n -ärer Veränderlichen in Erwägung ziehen. Verschiedene Veränderliche derselben Reihe werde ich durch unten angehängte, verschiedene Reihen der Veränderlichen jedoch durch oben angehängte Indexe bezeichnen. So wird z. B. $(x^{(1)})$ eine Reihe von Variablen bezeichnen, welche aus n -Veränderlichen $x_1^{(1)}, x_2^{(1)}, \dots, x_n^{(1)}$ besteht.

Zuerst beweise ich folgenden Satz:

Satz I. Wenn wir die Cayley-sche Operation Ω an dem Produkte $(x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(n)}) F(x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(n)})$ durchführen, wo die Form $F(x^{(1)}, \dots, x^{(n)})$ von n -Reihen der Variablen $(x^{(1)}) \dots (x^{(n)})$ nicht identisch Null ist, so erhalten wir als Resultat eine Form, welche nicht identisch Null ist.*)

Die Operation Ω ist symbolisch gegeben durch die Determinante:

$$(1) \quad \Omega = \begin{vmatrix} \frac{\partial}{\partial x_1^{(1)}} & \frac{\partial}{\partial x_2^{(1)}} & \dots & \frac{\partial}{\partial x_n^{(1)}} \\ \frac{\partial}{\partial x_1^{(2)}} & \frac{\partial}{\partial x_2^{(2)}} & \dots & \frac{\partial}{\partial x_n^{(2)}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial}{\partial x_1^{(n)}} & \frac{\partial}{\partial x_2^{(n)}} & \dots & \frac{\partial}{\partial x_n^{(n)}} \end{vmatrix}$$

Bei dieser symbolischen Darstellung vertritt das Produkt zweier Derivationssymbole die Folge zweier Derivationen, es gilt also die für das folgende wichtige Relation:

$$\frac{\partial}{\partial a} \cdot \frac{\partial}{\partial b} = \frac{\partial^2}{\partial a \partial b}.$$

Diese symbolische Darstellung ist damit begründet, daß für Derivationsfolgen dieselben Grundgesetze gelten, wie für Zahlenprodukte (Associativität, Distrib.).

*) Capelli l. c. d. 23. Capelli beweist diesen Satz, welchen er für seine Theorie als fundamental bezeichnet, durch vollständige Induktion.

In dem oben erwähnten Satze ist außerdem:

$$(x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(n)}) = \begin{vmatrix} x_1^{(1)} & x_2^{(1)} & \dots & x_n^{(1)} \\ x_1^{(2)} & x_2^{(2)} & \dots & x_n^{(2)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_1^{(n)} & x_2^{(n)} & \dots & x_n^{(n)} \end{vmatrix}.$$

Um den Satz zu beweisen, setzen wir:

$$(x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(n)}) F(x^{(1)}, \dots, x^{(n)}) = \Phi(x^{(1)}, \dots, x^{(n)}),$$

wo Φ eine Form derselben veränderlichen Reihen wie F und in jeder derselben eines um eins höheren Grades ist. Die Form Φ ist zugleich mit F von Null verschieden.

Führen wir an $(x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(n)})$ $F(x^{(1)}, \dots, x^{(n)})$ zuerst die Operation Ω und dann die Operation $F^0 \left(\frac{\partial}{\partial x^{(1)}} \dots \frac{\partial}{\partial x^{(n)}} \right)$ durch, welche letztere Operation wir aus F erhalten, wenn wir statt der Veränderlichen $(x^{(1)}, x^{(2)}, \dots)$ die Derivationssymbole $\left(\frac{\partial}{\partial x^{(1)}} \right), \left(\frac{\partial}{\partial x^{(2)}} \right), \dots$ schreiben und wenn wir zugleich die Koeffizienten der Form F (falls für dieselben komplexe Zahlen zugelassen werden) mit komplexen konjugierten Zahlen vertauschen. Die Folge dieser zwei Operationen ist äquivalent mit der Operation $\Phi^0 \left(\frac{\partial}{\partial x^{(1)}} \dots \frac{\partial}{\partial x^{(n)}} \right)$, wo Φ^0 zu Φ dieselbe Beziehung hat, wie F^0 zu F . Aber

$$(2) \quad \Phi^0 \left(\frac{\partial}{\partial x^{(1)}}, \frac{\partial}{\partial x^{(2)}}, \dots, \frac{\partial}{\partial x^{(n)}} \right) \cdot \Phi(x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(n)}) = \sum \alpha |a|^2,$$

wo a Koeffizienten sind, mit denen einzelne Produkte der Veränderlichen $x_1^{(1)\mu_1} x_2^{(1)\mu_2} \dots x_n^{(1)\mu_n} \dots x_n^{(n)\tau_n}$, welche in Φ vorkommen, multipliziert sind und wo α positive numerische Koeffizienten (Faktoriellenprodukte) sind. Die Summe auf der rechten Seite (2) ist aber nur dann Null, wenn alle a Null sind d. h. wenn Φ identisch Null ist. Wenn wir daher am Produkte $(x^{(1)}, x^{(2)} \dots x^{(n)}) F (x^{(1)} \dots x^{(n)})$ bloß die Operation Ω durchführen, so erhalten wir einen Ausdruck, der sicher nicht identisch Null ist, falls F nicht identisch Null ist.

Um den soeben bewiesenen Satz einigermaßen zu verallgemeinern, bezeichnen wir mit (j_k) die Kombinationen m -ter Klasse aus den Zahlen $1, 2, \dots, n$; dabei ist $k = 1, 2, \dots, \binom{n}{m}$. Es bezeichne z. B. (j) die Kombination $j_1 j_2 \dots j_m$ und schreiben wir

Wenn $f(x^{(1)} \dots \dots)$ von der Reihe $(x^{(1)})$ abhängt, so ist sicher eine von den Derivationen $\frac{\partial f}{\partial x_k^{(1)}}$ von Null verschieden; es sei z. B. $\frac{\partial f}{\partial x_1^{(1)}}$ von Null verschieden. Multiplizieren wir die eben aufgeschriebenen Gleichungen mit den zu den Elementen der ersten Spalte gehörigen Minoren der Determinante $(x^{(1)}, x^{(2)}, \dots x^{(n)})$; seien diese Minoren $\alpha_{k,1}$, $k = 1, 2, \dots n$. Wir erhalten leicht

$$(5) \quad p_1 \alpha_{1,1} \cdot f(x^{(1)}, \dots x^{(n)}) = (x^{(1)}, x^{(2)}, \dots x^{(n)}) \frac{\partial f}{\partial x_1^{(1)}},$$

woraus (mit Rücksicht auf die Irreducibilität der Determinante $(x^{(1)}, x^{(2)}, \dots x^{(n)})$) sogleich die obige Behauptung folgt.

Aus der Gleichung (5) folgt nach leichter Erwägung, daß der III. Satz folgenderweise ausgedrückt werden kann:

Satz III'. Wenn für die Form $f(x^{(1)}, x^{(2)}, \dots x^{(m)})$ die Relationen

$$D_{1,2}f = 0, D_{1,3}f = 0 \dots D_{1,n}f = 0$$

gelten, so kann man die Form in der Gestalt:

$$f(x^{(1)}, x^{(2)}, \dots x^{(n)}) = (x^{(1)}, x^{(2)}, \dots x^{(m)})^{p_1} \cdot g(x^{(2)}, \dots x^{(n)}),$$

schreiben, wo $g(x^{(2)}, \dots x^{(n)})$ von der Reihe $(x^{(1)})$ nicht mehr abhängt.

Satz IV. Wenn für die Form $f(x^{(1)}, \dots x^{(m)})$ die Relationen:

$$D_{1,2}f = 0, D_{1,3}f = 0, \dots D_{1,m}f = 0$$

gelten und wenn zugleich $m > n$, so ist die Form $f(x^{(1)}, \dots x^{(m)})$ entweder identisch Null oder sie ist wenigstens von $(x^{(1)})$ unabhängig. Aus den gegebenen Relationen folgt sogleich, daß $\frac{\partial f}{\partial x_k^{(1)}}$ ($k = 1, 2 \dots n$) sämtlich identisch Null sind, woraus die Richtigkeit der Behauptung einleuchtet.

Satz V. Wenn für die Form $f(x^{(1)}, x^{(2)}, \dots x^{(m)})$ die Relationen

$$D_{1,2}f = 0 \quad D_{1,3}f = 0 \dots D_{1,m}f = 0 \quad m < n$$

gelten und wenn außerdem für alle Kombinationen (j_k) $\Omega_{(j_k)}f = 0$ ist, so ist die Form $f(x^{(1)}, \dots x^{(m)})$ entweder identisch Null, oder wenigstens von $(x^{(1)})$ unabhängig. Um dies zu beweisen, substituieren wir für $x_k^{(i)}$ in $f(x^{(1)}, \dots x^{(m)})$ gemäß den Gleichungen

$$\begin{aligned} x_k^{(i)} &= \mathfrak{L}_{1,k} x_1^{(i)} + \mathfrak{L}_{2,k} x_2^{(i)} + \dots + \mathfrak{L}_{m,k} x_m^{(i)}; \\ (6) \quad k &= m+1, m+2, \dots, n; \\ i &= 1, 2, \dots, m, \end{aligned}$$

wo \mathfrak{Q}_{rs} unbestimmte Konstanten sind. Dann wird die Form $f(x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(m)})$ zu einer Form von m -Reihen m -ärer Veränderlichen $(\bar{x}^{(1)}), (\bar{x}^{(2)}), \dots, (\bar{x}^{(m)})$, die nicht identisch Null ist, falls $f(x^{(1)}, \dots, x^{(m)})$ nicht Null ist, wie wir voraussetzen wollen. Bezeichnen wir dieselbe mit f^+ .

Dann ist infolge von (6) einleuchtend

$$\frac{\partial f^+}{\partial x_1^{(1)}} = \frac{\partial f}{\partial x_1^{(1)}} + \frac{\partial f}{\partial x_{m+1}^{(1)}} \mathfrak{L}_{1, m+1} + \frac{\partial f}{\partial x_{m+2}^{(1)}} \mathfrak{L}_{1, m+2} + \dots + \frac{\partial f}{\partial x_n^{(1)}} \mathfrak{L}_{1, n},$$

woraus leicht $D_{1,2} f^+ = D_{1,2} f$ und daher identisch

$$D_{1,2} f^+ = 0, \quad D_{1,3} f^+ = 0 \dots D_{1,m} f^+ = 0$$

und folglich nach dem Satze III.

$$f^+ = (x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(m)}) \quad g(x^{(1)}, \dots, x^{(m)})$$

und es ist mit Rücksicht auf den Satz I. $\mathfrak{Q}_m f^+$ nicht identisch Null. Dabei ist

$$(x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(m)}) = \begin{pmatrix} x_1^{(1)}, x_2^{(1)}, \dots, x_m^{(1)} \\ x_1^{(2)}, x_2^{(2)}, \dots, x_m^{(2)} \\ \vdots \\ x_1^{(m)}, x_2^{(m)}, \dots, x_m^{(m)} \end{pmatrix}$$

und

$$\Omega_m = \left(\frac{\partial}{\partial x^{(1)}}, \frac{\partial}{\partial x^{(2)}} \dots \dots, \frac{\partial}{\partial x^{(m)}} \right).$$

Allein man kann leicht schließen, daß

$$\Omega_m f^+ = \sum_k c_{(j_k)} \Omega_{(j_k)} f; \quad k = 1, 2, \dots, \binom{n}{m},$$

wo $c_{(jk)}$ ganze rationale Funktionen von unbestimmten Parametern \mathfrak{L}_{rs} sind.

Wenn also $f(x^{(1)} \dots x^{(m)})$ nicht identisch Null ist und wenn sie von der Reihe $(x^{(1)})$ abhängt, so können die Ausdrücke $\Omega_{(G_k)} f$ nicht sämtlich Null sein, woraus die Richtigkeit des Satzes V. ersichtlich ist.

III.

In diesem Absatze werde ich zuerst einige weitere Bezeichnungen erklären. Wegen der Symmetrie der Resultate nehmen wir in unsere Erwägungen neue n Hilfsreihen n -ärer Veränderlichen hinzu und bezeichnen dieselben mit $(\xi^{(1)}), (\xi^{(2)}), \dots, (\xi^{(n)})$. Dann soll (i_k^r) eine gewisse Kombination r -ter Klasse aus den m Zahlen $1, 2, \dots, m$ bedeuten. Diese Kombinationen ordnen wir in eine beliebige Reihenfolge; das erwähnte Symbol bedeutet sodann der Reihe nach alle möglichen Kombinationen der r -ten Klasse aus den m ersten Zahlen der natürlichen Zahlenreihe, wenn k alle Zahlen $1, 2, \dots, \binom{m}{r}$ durchläuft. Ähnlich soll (j_k^r) für $k = 1, 2, \dots, \binom{n}{r}$ der Reihe nach alle verschiedenen Kombinationen der r -ten Klasse aus den Zahlen $1, 2, \dots, n$ bedeuten. Wir führen dann folgende Operation ein

$$(7) \quad H(i_a^r) = \sum_k \binom{i_a^r}{j_k^r} [j_k^r] k = 1, 2, \dots, \binom{n}{r}.$$

Dabei ist $\begin{pmatrix} i_a^r \\ j_k^r \end{pmatrix}$ eine aus Elementen der Matrix

$$(8) \quad \begin{array}{l} x_1^{(1)}, x_2^{(1)}, \dots x_n^{(1)} \\ x_1^{(2)}, x_2^{(2)}, \dots x_n^{(2)} \\ \dots\dots\dots \\ x_1^{(m)}, x_2^{(m)}, \dots x_n^{(m)} \end{array}$$

gebildete Determinante r -ten, deren Zusammenstellung ausführlich zu beschreiben nicht nötig ist. Die betreffenden Elemente befinden sich in Zeilen, welche durch die Kombination (i_a^r) , und in Spalten, die durch die Kombination (j_k^r) bestimmt sind. Der Ausdruck $[j_k^r]$ vertritt dann jene Derivationsoperation, welche symbolisch ausgedrückt wird durch eine Determinante, die man aus Elementen bildet, welche in den r ersten Zeilen und in den durch die Kombination (j_k^r) bestimmten Spalten der Matrix

$$(9) \quad \left\| \begin{array}{l} \frac{\partial}{\partial \xi_1^{(1)}}, \frac{\partial}{\partial \xi_2^{(1)}}, \dots, \frac{\partial}{\partial \xi_n^{(1)}} \\ \frac{\partial}{\partial \xi_1^{(2)}}, \frac{\partial}{\partial \xi_2^{(2)}}, \dots, \frac{\partial}{\partial \xi_n^{(2)}} \\ \dots\dots\dots \\ \frac{\partial}{\partial \xi_1^{(n)}}, \frac{\partial}{\partial \xi_2^{(n)}}, \dots, \frac{\partial}{\partial \xi_n^{(n)}} \end{array} \right.$$

liegen.

enthalten, auf die Matrix (8) und (12). Die mit geraden Klammern geschriebenen Symbole sind Determinanten aus den Derivationssymbolen, die mit runden Klammern geschriebenen Symbole jedoch sind Determinanten aus den Variablen. Die Operationen \overline{H} und H sind, wie bekannt, Operationen, welche die Invarianteneigenschaften der Formen, an denen sie durchgeführt werden, nicht aufheben; dies folgt auch aus dem Umstande, daß man sie einfach mit Hilfe der Polaroperationen ausdrücken kann.*) Die Operationen H sind unter einander vertauschbar und ebenso die Operationen \overline{H} , wie direkt aus den Definitionen dieser Operationen folgt. Für die Zusammensetzung der Operationen H und \overline{H} mit der Polaroperation (4) gelten einige Sätze, die im Folgenden nötig sind und deren Ableitung nicht schwer ist. So ist, wenn $u, v \dots u', v' \dots$ andere Zahlen bedeuten als 1 und 2 und wenn die Form $F(\xi)$ der veränderlichen Reihen $(\xi^{(1)}), (\xi^{(2)}), \dots$ von den Reihen $(x^1), (x^2), \dots$, nicht abhängt:

$$\begin{aligned} D_{1,2} \left(H_{1,2,u,v,\dots} F(\xi) \right) &= 0, \\ D_{1,2} \left(H_{2,u,v,\dots} F(\xi) \right) &= 0, \\ D_{1,2} \left(H_{1,u,v,\dots} F(\xi) \right) &= H_{2,u,v,\dots} F(\xi), \\ D_{1,2} \left(H_{1,u,v,\dots}^{\lambda} F(\xi) \right) &= \lambda H_{1,u,v,\dots}^{\lambda-1} H_{2,u,v,\dots} F(\xi), \end{aligned}$$

und allgemein:

$$\begin{aligned} (13) \quad D_{12} \left(H_{1,u,v,\dots}^{\lambda} \cdot H_{1,u',v',\dots}^{\lambda'} \cdot \dots \cdot K F(\xi) \right) &= \\ &= \lambda H_{2,u,v,\dots} \cdot H_{1,u,v,\dots}^{\lambda-1} \cdot H_{1,u',v',\dots}^{\lambda'} \cdot \dots \cdot K F(\xi) + \\ &+ \lambda' H_{1,u',v',\dots}^{\lambda} \cdot H_{2,u',v',\dots} \cdot H_{1,u',v',\dots}^{\lambda'-1} \cdot \dots \cdot K F(\xi) + \dots \end{aligned}$$

Dabei ist K das Produkt derjenigen Operationen $H_{(i)}$, in denen die Kombinationen (i) 1 entweder gar nicht oder gleichzeitig mit 2 enthalten.

Ähnlich ist für die Operation \overline{H} , wenn $F(x)$ eine Form der Reihen $(x^{(1)}), (x^{(2)}) \dots$ ist,

$$\begin{aligned} \overline{H}_{1,u,v,\dots} \left(D_{1,2} F(x) \right) &= D_{1,2} \left(\overline{H}_{1,u,v,\dots} F(x) \right), \\ \overline{H}_{1,2,u,v,\dots} \left(D_{1,2} F(x) \right) &= D_{1,2} \left(\overline{H}_{1,2,u,v,\dots} F(x) \right), \\ \overline{H}_{2,u,v,\dots} \left(D_{1,2} F(x) \right) &= \overline{H}_{1,u,v,\dots} F(x) + D_{1,2} \left(\overline{H}_{2,u,v,\dots} F(x) \right), \\ \overline{H}_{2,u,v,\dots}^{\lambda} \left(D_{1,2} F(x) \right) &= \lambda \overline{H}_{1,u,v,\dots} \overline{H}_{2,u,v,\dots}^{\lambda-1} F(x) + D_{1,2} \left(\overline{H}_{2,u,v,\dots}^{\lambda} F(x) \right) \end{aligned}$$

und allgemein:

$$\begin{aligned} (14) \quad \overline{H}_{2,u,v,\dots}^{\lambda} \cdot \overline{H}_{2,u',v',\dots}^{\lambda'} \cdot \dots \cdot \overline{K} \left(D_{1,2} F(x) \right) &= \\ &= \lambda \overline{H}_{1,u,v,\dots} \overline{H}_{2,u,v,\dots}^{\lambda-1} \overline{H}_{2,u',v',\dots}^{\lambda'} \cdot \dots \cdot \overline{K} F(x) + \\ &+ \lambda' \overline{H}_{2,u,v,\dots}^{\lambda} \overline{H}_{1,u',v',\dots} \overline{H}_{2,u',v',\dots}^{\lambda'-1} \cdot \dots \cdot \overline{K} F(x) + \\ &+ \dots + D_{1,2} \left(\overline{H}_{2,u,v,\dots}^{\lambda} \overline{H}_{2,u',v',\dots}^{\lambda'} \cdot \dots \cdot \overline{K} F(x) \right), \end{aligned}$$

*) Capelli l. c. S. 16.

wo \overline{K} das Produkt jener Operationen $\overline{H}_{(i)}$ bedeutet, in denen die Kombinationen (i) 2 entweder gar nicht oder gleichzeitig mit 1 enthalten.

Unter den Voraussetzungen endlich, daß $m \leq n$, folgen aus den über die Determinantenderivationen im Absatze VI. abgeleiteten Hilfsätzen für das Folgende ebenfalls nützliche Sätze. Die einzige Kombination der m -ten Klasse aus m Zahlen $1, 2, \dots, m$ bezeichnen wir mit (i^m) , indem wir in diese Kombination die Zahlen $1, 2, \dots, m$ z. B. in der natürlichen Reihenfolge nehmen.

Es sei alsdann $H \left(\frac{X}{x} \right)$ eine Operation, welche wir aus $\overline{H}_{(i^m)}$ erhalten, wenn wir dort statt der Reihen $(\xi^{(1)}), (\xi^{(2)}), \dots, (\xi^{(m)})$ die Reihen der Parameter $(X^{(1)}), (X^{(2)}), \dots, X^{(m)}$ einsetzen. Ähnlich soll $H \left(\frac{X}{\xi} \right)$ eine Operation bedeuten, die aus $H_{(i^m)}$ erhalten wird, wenn man dort statt der veränderlichen Reihen $(x^{(1)}), (x^{(2)}), \dots, (x^{(m)})$ die Reihen der Parameter $(X^{(1)}), (X^{(2)}), \dots, (X^{(m)})$ einsetzt.

Dann kann man folgende Sätze aussprechen:

Satz VI. Wenn wir die Operation $H \left(\frac{X}{x} \right)$ an dem Ausdrücke

$$H_{(i^m)}^\lambda \cdot \left(\prod_{r,k} H_{(i_k^r)}^{\lambda_{r,k}} \right) \cdot F(\xi), \quad \begin{matrix} r = 1, 2, \dots, m-1, \\ k = 1, 2, \dots, \binom{m}{r}, \end{matrix}$$

durchführen, wo $F(\xi)$ eine Form der Reihen $\xi^{(1)}, \xi^{(2)}, \dots, \xi^{(m)}$ und von $x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(m)}$ nicht abhängt, so erhalten wir für $\lambda > 0$

$$c_{\lambda, \lambda'_{m-1}, \lambda'_{m-2}, \dots, \lambda'_1} \cdot H_{(i^m)}^{\lambda-1} \left(\prod_{r,k} H_{(i_k^r)}^{\lambda_{r,k}} \right) \cdot H \left(\frac{X}{\xi} \right) F(\xi), \quad \begin{matrix} r = 1, 2, \dots, m-1, \\ k = 1, 2, \dots, \binom{m}{r}. \end{matrix}$$

Dabei ist $c_{\lambda, \lambda'_{m-1}, \dots, \lambda'_1}$ ein numerischer Koeffizient, der bloß von den Zahlen $\lambda, \lambda'_{m-1}, \dots, \lambda'_1$ abhängt, welche durch folgende Summen gegeben sind.

$$\lambda'_r = \sum \lambda_{r,k}, \quad k = 1, 2, \dots, \binom{m}{r}$$

Satz VII. Wenn wir die Operation $H \left(\frac{X}{\xi} \right)$ an dem Ausdrücke

$$\overline{H}_{(i^m)}^\lambda \left(\prod_{r,k} \overline{H}_{(i_k^r)}^{\lambda_{r,k}} \right) F(x), \quad \begin{matrix} r = 1, 2, \dots, m-1, \\ k = 1, 2, \dots, \binom{m}{r}. \end{matrix}$$

durchführen, wo $F(x)$ eine Form der veränderlichen Reihen $(x^{(1)}), \dots, (x^{(m)})$ und von $(\xi^{(1)}), \dots, (\xi^{(m)})$ nicht abhängt, so erhalten wir für $\lambda > 0$

$$c_{\lambda, \lambda'_{m-1}, \dots, \lambda'_1} \overline{H}_{(i^m)}^{\lambda-1} \left(\prod_{r,k} \overline{H}_{(i_k^r)}^{\lambda_{r,k}} \right) H \left(\frac{X}{x} \right) F(x), \quad \begin{matrix} r = 1, 2, \dots, m-1, \\ k = 1, 2, \dots, \binom{m}{r}. \end{matrix}$$

IV.

Es sei $F(x)$ eine Form von m Reihen n -ärer Veränderlichen $(x^{(1)}), (x^{(2)}) \dots (x^{(m)})$. Bezeichnen wir den Grad dieser Form in der Reihe $(x^{(k)})$ mit p_k ; die kleinere von den Zahlen m, n bezeichnen wir mit l . Dann gilt für die Form $F(x)$ folgende Reihenentwicklung:

$$(16) \quad \sum_t a_{\lambda'_l(t), \lambda'_{l-1}(t), \dots, \lambda'_1(t)} \left(\prod_{r,s} \frac{1}{(\lambda_{r,s}^{(t)})!} H_{(i_s^r)}^{\lambda_{r,s}^{(t)}} \right) F_t(\xi),$$

$$r = 1, 2, \dots, l$$

$$s = 1, 2, \dots, \binom{m}{r}.$$

Dabei ist $\lambda_{r,s}^{(t)}$ [$r = 1, 2, \dots, l, s = 1, 2, \dots, \binom{m}{r}$] eine von den Auflösungen der Gleichungen, welche wir erhalten, indem wir den Ausdruck (16) in $(x^{(k)})$ vom Grade p_k annehmen, $k = 1, 2, \dots, m$ (die Form $F_t(\xi)$ ist von $(x^{(1)}), (x^{(2)}) \dots (x^{(m)})$ unabhängig). Das Summenzeichen bezieht sich dann auf alle Lösungen dieser Gleichungen. Der numerische Koeffizient $a_{\lambda'_l(t), \lambda'_{l-1}(t), \dots, \lambda'_1(t)}$ hängt von den Zahlen $\lambda'_r(t)$ ab, welche durch die Gleichung

$$(16') \quad \lambda'_r(t) = \sum_{s=1}^{\binom{m}{r}} \lambda'_{r,s}(t), \quad s = 1, 2, \dots, \binom{m}{r};$$

$$r = 1, 2, \dots, l$$

gegeben sind.

Die Form $F_t(\xi)$ ist bestimmt durch Gleichung

$$(16'') \quad F_t(\xi) = \left(\prod_{r,s} \bar{H}_{(i_s^r)}^{\lambda_{r,s}^{(t)}} \right) F(x),$$

$$r = 1, 2, \dots, l; \quad s = 1, 2, \dots, \binom{m}{r};$$

Zum besseren Verständnis führe ich die Reihe (16) für $m = 3$ an; in diesem Falle ist es nicht nötig das Produktenzeichen zu gebrauchen; wir erhalten die Form

$$(17) \quad F(x) = \sum_t \frac{1}{\lambda_{1,2,3}^{(t)}! \lambda_{1,2}^{(t)}! \lambda_{1,3}^{(t)}! \lambda_{2,3}^{(t)}! \lambda_1^{(t)}! \lambda_2^{(t)}! \lambda_3^{(t)}!} a_{\lambda'_3(t), \lambda'_2(t), \lambda'_1(t)}$$

$$\cdot H_{1,2,3}^{\lambda_{1,2,3}^{(t)}} H_{1,2}^{\lambda_{1,2}^{(t)}} H_{1,3}^{\lambda_{1,3}^{(t)}} H_{2,3}^{\lambda_{2,3}^{(t)}} H_1^{\lambda_1^{(t)}} H_2^{\lambda_2^{(t)}} H_3^{\lambda_3^{(t)}} F_t(\xi).$$

Dabei bezieht sich die Summe auf alle Lösungen der Gleichungen

$$(17') \quad \lambda_{1,2,3}^{(t)} + \lambda_{1,2}^{(t)} + \lambda_{1,3}^{(t)} + \lambda_1^{(t)} = p_1,$$

$$\lambda_{1,2,3}^{(t)} + \lambda_{1,2}^{(t)} + \lambda_{2,3}^{(t)} + \lambda_2^{(t)} = p_2,$$

$$\lambda_{1,2,3}^{(t)} + \lambda_{2,3}^{(t)} + \lambda_{1,3}^{(t)} + \lambda_3^{(t)} = p_3,$$

Für die Zahlen $\lambda^{(t)}$ gilt

$$(17'') \quad \lambda_3^{(t)} = \lambda_{1,2,3}^{(t)}; \lambda_2^{(t)} = \lambda_{1,2}^{(t)} + \lambda_{1,3}^{(t)} + \lambda_{2,3}^{(t)}; \lambda_1^{(t)} = \lambda_1^{(t)} + \lambda_2^{(t)} + \lambda_3^{(t)}.$$

Endlich ist die Form $F_t(\xi)$ gegeben durch die Relation

$$(17''') \quad F(\xi) = \overline{H}_{1,2,3}^{\lambda_{1,2,3}^{(t)}} \overline{H}_{1,2}^{\lambda_{1,2}^{(t)}} \overline{H}_{1,3}^{\lambda_{1,3}^{(t)}} \overline{H}_{2,3}^{\lambda_{2,3}^{(t)}} \overline{H}_1^{\lambda_1^{(t)}} \overline{H}_2^{\lambda_2^{(t)}} \overline{H}_3^{\lambda_3^{(t)}} F(x).$$

Die Reihenentwicklung (17) kann man in dem Falle, daß auch $n = 3$ nach einfacher Umformung (dem VII. Satze gemäß) in der Gestalt schreiben:

$$F(x) = \sum \frac{1}{\lambda_{1,2,3}^{(t)}! \lambda_{1,2}^{(t)}! \dots \lambda_3^{(t)}!} b_{\lambda_3^{(t)}, \lambda_2^{(t)}, \lambda_1^{(t)}}(x^{(1)}, x^{(2)}, x^{(3)}) \lambda_{1,2,3}^{(t)} \cdot H_{1,2}^{\lambda_{1,2}^{(t)}} H_{1,3}^{\lambda_{1,3}^{(t)}} H_{2,3}^{\lambda_{2,3}^{(t)}} H_1^{\lambda_1^{(t)}} H_2^{\lambda_2^{(t)}} H_3^{\lambda_3^{(t)}} F_t'(\xi),$$

wo

$$(x^{(1)}, x^{(2)}, x^{(3)}) = \begin{vmatrix} x_1^{(1)}, x_2^{(1)}, x_3^{(1)} \\ x_1^{(2)}, x_2^{(2)}, x_3^{(2)} \\ x_1^{(3)}, x_2^{(3)}, x_3^{(3)} \end{vmatrix},$$

und

$$F_t'(\xi) = \overline{H}_{1,2}^{\lambda_{1,2}^{(t)}} \overline{H}_{1,3}^{\lambda_{1,3}^{(t)}} \overline{H}_{2,3}^{\lambda_{2,3}^{(t)}} \overline{H}_1^{\lambda_1^{(t)}} \overline{H}_2^{\lambda_2^{(t)}} \overline{H}_3^{\lambda_3^{(t)}} \cdot \Omega^{\lambda_{1,2,3}^{(t)}} F(x).$$

Der numerische Faktor $b_{\lambda_3^{(t)}, \dots}$ hängt mit dem Koeffizienten $a_{\lambda_3^{(t)}, \dots}$ ganz einfach zusammen, Ω ist die Operation (1) für $n = 3$. Eine ähnliche Gestalt erhalten wir im allgemeinen Falle für $m \geq n$; auch da erhalten wir aus (16) die Entwicklung der Form nach den Potenzen der Determinanten vom n -ten Grade aus der Matrix (8).

Den Beweis des Satzes führen wir mit Hilfe vollständiger Induktion durch. Wir ordnen sämtliche Formen nach totalen Graden in (x) und die Formen desselben totalen Grades nach den Graden in $(x^{(1)})$ und beweisen, daß der Satz für die Form $F(x)$ gilt, wenn er für Formen kleinerer totaler Grade in (x) und für Formen desselben totalen Grades in (x) , jedoch vom niedrigeren Grade in $(x^{(1)})$ Geltung hat. Damit der Gang infolge komplizierter Bezeichnung nicht unklar wird, führe ich die nötige Rechnung teilweise unter der Voraussetzung durch, daß $m = 3$.

Die rechte Seite der Relation (17) bezeichnen wir für den Augenblick mit $\Phi(x)$ und berechnen $D_{12} \Phi(x)$. Wir erhalten nach (13) sogleich eine Reihe, welche statt des zu bestimmten $\lambda_{1,2,3}, \lambda_{1,2}, \dots, \lambda_3$ gehörigen Gliedes folgende Glieder enthalten wird. (Dabei lasse ich den Summenindex t aus und bezeichne $F_t(\xi)$ umständlicher mit $F_{\lambda_{1,2,3}, \lambda_{1,2}, \lambda_{1,3}, \lambda_{2,3}, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3}$

$$\begin{aligned}
(18) \quad & \frac{a_{\lambda'_3, \lambda'_2, \lambda'_1}}{\lambda_{1,2,3}! \dots (\lambda_{1,3} - 1)! \lambda_{2,3}! \dots} \cdot H_{1,2,3}^{\lambda_{1,2,3}} H_{1,2}^{\lambda_{1,2}} H_{1,3}^{\lambda_{1,3} - 1} H_{2,3}^{\lambda_{2,3} + 1} \\
& \cdot H_1^{\lambda_1} H_2^{\lambda_2} H_3^{\lambda_3} F_{\lambda_{1,2,3}, \lambda_{1,2}, \lambda_{1,3}, \lambda_{2,3}, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3} + \\
& + \frac{a_{\lambda'_3, \lambda'_2, \lambda'_1}}{\dots (\lambda_1 - 1)! \lambda_2! \dots} \overline{H}_{1,2,3}^{\lambda_{1,2,3}} \overline{H}_{1,2}^{\lambda_{1,2}} \overline{H}_{1,3}^{\lambda_{1,3}} \overline{H}_{2,3}^{\lambda_{2,3}} \overline{H}_1^{\lambda_1 - 1} \overline{H}_2^{\lambda_2 + 1} \overline{H}_3^{\lambda_3} \\
& \cdot F_{\lambda_{1,2,3}, \lambda_{1,2}, \lambda_{1,3}, \lambda_{2,3}, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3}.
\end{aligned}$$

Von diesen Gliedern muß das erste (beziehungsweise das zweite) Null gesetzt werden, wenn $\lambda_{1,3}$ (beziehungsweise λ_1) Null ist.

Benützen wir nun den Satz, den wir beweisen sollen, zur Entwicklung der Form $D_{1,2} F(x)$ (welche von demselben totalen Grade ist wie $F(x)$, wo jedoch der Grad in $(x^{(1)})$ um 1 kleiner ist; für solche Formen setzen wir unseren Satz als richtig voraus). Wir erhalten eine Reihe, welche aus Gliedern

$$\begin{aligned}
(19) \quad & \frac{a_{\mu'_3, \mu'_2, \mu'_1}}{\mu_{1,2,3}! \mu_{1,2}! \dots} H_{1,2,3}^{\mu_{1,2,3}} H_{1,2}^{\mu_{1,2}} H_{1,3}^{\mu_{1,3}} H_{2,3}^{\mu_{2,3}} H_1^{\mu_1} H_2^{\mu_2} H_3^{\mu_3} \\
& \cdot F_{\mu_{1,2,3}, \mu_{1,2}, \mu_{1,3}, \mu_{2,3}, \mu_1, \mu_2, \mu_3}^{(1,2)},
\end{aligned}$$

zusammengesetzt ist, wobei

$$\mu_{1,2,3} + \mu_{1,2} + \mu_{1,3} + \mu_1 = p_1 - 1,$$

$$\mu_{1,2,3} + \mu_{1,2} + \mu_{2,3} + \mu_2 = p_2 + 1,$$

$$\mu_{1,2,3} + \mu_{1,3} + \mu_{2,3} + \mu_3 = p_3;$$

$$\mu'_3 = \mu_{1,2,3}, \mu'_2 = \mu_{1,2} + \mu_{1,3} + \mu_{2,3}, \mu'_1 = \mu_1 + \mu_2 + \mu_3$$

und

$$\begin{aligned}
& F_{\mu_{1,2,3}, \mu_{1,2}, \mu_{1,3}, \mu_{2,3}, \mu_1, \mu_2, \mu_3}^{(1,2)} \\
& = \overline{H}_{1,2,3}^{\mu_{1,2,3}} \overline{H}_{1,2}^{\mu_{1,2}} \overline{H}_{1,3}^{\mu_{1,3}} \overline{H}_{2,3}^{\mu_{2,3}} \overline{H}_1^{\mu_1} \overline{H}_2^{\mu_2} \overline{H}_3^{\mu_3} D_{1,2} F(x)
\end{aligned}$$

Allein bei Anwendung der Gleichung (14) erhalten wir für $F_{\mu_{1,2,3}, \dots}^{(1,2)}$ folgenden Ausdruck:

$$\begin{aligned}
& F_{\mu_{1,2,3}, \mu_{1,2}, \mu_{1,3}, \mu_{2,3}, \mu_1, \mu_2, \mu_3}^{(1,2)} = \\
& = \mu_{2,3} F_{\mu_{1,2,3}, \mu_{1,2}, \mu_{1,3} + 1, \mu_{2,3} - 1, \mu_1, \mu_2, \mu_3} + \\
& + \mu_2 F_{\mu_{1,2,3}, \mu_{1,2}, \mu_{1,3}, \mu_{2,3}, \mu_1 + 1, \mu_2 - 1, \mu_3}
\end{aligned}$$

Von den Gliedern dieses Ausdruckes muß das erste (bez. das zweite) ausgelassen werden, falls $\mu_{2,3} = 0$ (bez. $\mu_2 = 0$) ist. Wenn wir dieses Resultat in (19) einsetzen und wenn wir die Reihe für $D_{1,2} F(x)$ so ordnen, daß die Glieder, welche dieselbe

$$F_{\lambda_{1,2,3}, \lambda_{1,2}, \lambda_{1,3}, \lambda_{2,3}, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3}$$

enthalten, in eine Gruppe kommen, so finden wir, daß jene Glieder, welche $F_{\lambda_{1,2,3}, \lambda_{1,2}, \lambda_{1,3}, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3}$ enthalten, mit den Gliedern in (18) völlig übereinstimmen und zwar für alle Systeme von Werten $\lambda_{1,2,3}, \lambda_{1,2}, \dots$, welche den Gleichungen (17') genügen.

Denn die Gleichungen

$$\begin{aligned} \mu_{1,2,3} = \lambda_{1,2,3}, \quad \mu_{1,2} = \lambda_{1,2}, \quad \mu_{1,3} + 1 = \lambda_{1,3}, \quad \mu_{2,3} - 1 = \lambda_{2,3}, \quad \mu_1 = \lambda_1, \\ \mu_2 = \lambda_2, \quad \mu_3 = \lambda_3 \end{aligned}$$

haben für $\mu_{2,3} > 0$ eine und nur einzige Lösung für λ , und darin ist immer $\lambda_{1,3} > 0$; und umgekehrt, lösen wir sie nach μ auf, so haben dieselben, falls $\lambda_{1,3} > 0$ ist, eine und nur eine einzige Lösung für μ , und darin ist immer $\mu_{2,3} > 0$.

Eine analoge Behauptung gilt dann auch für die Gleichungen

$$\begin{aligned} \mu_{1,2,3} = \lambda_{1,2,3}, \quad \mu_{1,2} = \lambda_{1,2}, \quad \mu_{1,3} = \lambda_{1,3}, \quad \mu_{2,3} = \lambda_{2,3}, \quad \mu_1 + 1 = \lambda_1, \\ \mu_2 - 1 = \lambda_2, \quad \mu_3 = \lambda_3. \end{aligned}$$

Die Reihenentwickelungen für $D_{1,2} \Phi(x)$ und für $D_{1,2} F(x)$ stimmen also vollständig überein und es ist daher

$$D_{1,2} \Phi(x) = D_{1,2} F(x)$$

Bezeichnen wir die Entwicklung (16) mit $\Phi(x)$ und setzen wir die Richtigkeit des Satzes für Formen vom niedrigeren Grade in (x^1) als ϕ_1 (Grad von $F(x)$ in $(x^{(1)})$ voraus, ist allgemein

$$\begin{aligned} (20) \quad D_{1,2} \Phi(x) &= D_{1,2} F(x), \\ D_{1,3} \Phi(x) &= D_{1,3} F(x), \\ &\dots \dots \dots \\ D_{1,m} \Phi(x) &= D_{1,m} F(x), \end{aligned}$$

und es ist daher, wenn $m > n$ nach dem IV. Satze:

$$(21) \quad \Phi(x) = F(x)$$

Wenn $m \leq n$, so sind die Glieder der Reihenentwicklung (16) von der Gestalt

$$(22) \quad a_{\lambda', \lambda'_{m-1}, \dots, \lambda_1} \cdot \frac{1}{\lambda'!} \cdot H_{(i^m)}^{\lambda'} \left(\prod_{r,s} \frac{1}{(\lambda_{r,s}!)} H_{(i_s^r)}^{\lambda_{r,s}} \right) \overline{F}(\xi),$$

wo

$$\overline{F}(\xi) = \overline{H}_{(i^m)}^{\lambda'} \left(\prod_{r,s} \overline{H}_{(i_s^r)}^{\lambda_{r,s}} \right) F(x),$$

$$r = 1, 2, \dots, m-1, s = 1, 2, \dots, \binom{m}{r};$$

und wo (i^m) die einzige Kombination der m -ten Klasse aus den m Zahlen $1, 2, \dots, m$ ist.

Wenden wir nun die Operation $H\left(\frac{X}{x}\right)$, wo (X) unbestimmte Parameter sind, an die Entwicklung (16) an, so erhalten wir mit Benützung der Sätze VI. und VII. aus dem Gliede (22), falls $\lambda' > 0$ den Ausdruck:

$$a_{\lambda', \lambda'_{m-1}, \dots, \lambda'_1} \cdot c^2_{\lambda', \lambda'_{m-1}, \lambda'_{m-2}, \dots, \lambda'_1} \cdot \frac{1}{\lambda'} \cdot \frac{1}{(\lambda'-1)!} H_{(i^m)}^{\lambda'-1} \left(\prod_{r,s} \frac{1}{\lambda_{r,s}} H_{(i_s^r)}^{\lambda_{r,s}} \right) G(\xi),$$

wo

$$G(\xi) = \overline{H}_{(i^m)}^{\lambda'-1} \left(\prod_{r,s} \overline{H}_{(i_s^r)}^{\lambda_{r,s}} \right) H\left(\frac{X}{x}\right) F(x);$$

ist jedoch $\lambda' = 0$, so erhalten wir Null. Die Summe dieser Glieder ist aber die Reihenentwicklung für die Form $H\left(\frac{X}{x}\right) F(x)$, wenn der Satz, den wir für $F(x)$ beweisen sollen, für Formen eines niedrigeren totalen Grades als $F(x)$ richtig ist, und wenn wir festsetzen, daß zwischen $a_{\lambda'_m, \lambda'_{m-1}, \dots, \lambda'_1}$ von verschiedenen Indexen die Relation

$$(23) \quad a_{\lambda'_m-1, \lambda'_{m-1}, \dots, \lambda'_1} = \frac{1}{\lambda'_m} c^2_{\lambda'_m, \dots, \lambda'_1} \cdot a_{\lambda'_m, \lambda'_{m-1}, \dots, \lambda'_1}$$

stattfindet.

Für $m \leq n$ kommt nun zu den Gleichungen (20) die neue Gleichung

$$H\left(\frac{X}{x}\right) \Phi(x) = H\left(\frac{X}{x}\right) F(x)$$

hinzu.

Da aber die Determinanten des m -ten Grades der Matrix

$$\begin{vmatrix} X_1^{(1)}, X_2^{(1)}, \dots, X_n^{(1)} \\ X_1^{(2)}, X_2^{(2)}, \dots, X_n^{(2)} \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ X_1^{(m)}, X_2^{(m)} \dots X_n^{(m)} \end{vmatrix}$$

von einander linear nicht abhängen, kann man den Satz V. benutzen, und hat auch für $m \leq n$ die Gleichung (21). Und so ist der Beweis des Satzes durchgeführt, wenn wir denselben für Formen niedrigeren Grades in (x) und für Formen niedrigeren totalen Grades in (x) als giltig voraussetzen. Durch allmähliche Erniedrigung des Grades in der veränderlichen

Reihe $(x^{(1)})$, überführen wir die Form in eine andere, welche bloß von $m-1$ veränderlichen Reihen abhängt und auf diese Weise gelangen wir endlich zu Formen von bloß einer veränderlichen Reihe, für welche augenscheinlich die Reihenentwicklung (16) gilt, denn sie reduziert sich auf die Relation

$$F(x^{(1)}) = a_p \cdot \frac{1}{p!} H_1^p \left(\overline{H}_1^p F(x^{(1)}) \right)$$

$$(23') \quad a_p = \frac{1}{p!}$$

Bei dieser allmählichen Erniedrigung der Anzahl veränderlicher Reihen wird die weitere Relation zwischen $a_{\lambda'_m, \lambda'_{m-1}, \dots}$ gefordert

$$(23'') \quad a_{0, \lambda'_{m-1}, \lambda'_{m-2}, \dots, \lambda'_1} = a_{\lambda'_{m-1}, \lambda'_{m-2}, \dots, \lambda'_1}$$

Der Satz ist daher richtig für Formen vom totalen Grade p , wenn derselbe für Formen vom niedrigeren totalen Grade gilt, und wenn gleichzeitig den Bedingungen (23), (22') (23'') Genüge geleistet werden kann. Da aber diese Bedingungen $a_{\lambda'_m, \lambda'_{m-1}, \dots}$ vollständig bestimmen, indem sie einander nicht widersprechen und weil, wie ersichtlich, für $p=1$ und $p=0$ die Entwicklung $F(x)$ in der Gestalt (16) geschrieben werden kann (wobei $a_1=1, a_0=1$) so ist der Beweis vollständig durchgeführt. Für $a_{\lambda'_m, \dots}$ erhalten wir gleichzeitig dieses Resultat

$$(24) \quad \begin{aligned} & a_{\lambda'_m, \lambda'_{m-1}, \dots, \lambda'_1} = \\ & \frac{\prod_{k=1}^m (\lambda'_k!) \cdot \prod_{k=1}^{m-1} \prod_{r=1}^{m-k} (\lambda'_{m-k} + \lambda'_{m-k-1} + \dots + \lambda'_{m-k-r+1} + r)^2}{\left(\prod_{r=0}^{m-1} (\lambda'_m + \lambda'_{m-1} + \dots + \lambda'_{m-r} + r)! \right)^2}. \end{aligned}$$

Von den Formen $F_i(\xi)$, welche in der eben bewiesenen Entwicklung erscheinen, kann man zuerst behaupten, daß zwischen ihnen keine lineare Relation möglich ist, in der zugleich Formen von verschiedenen $\lambda'_i, \lambda'_{i-1}, \dots, \lambda'_1$ vorkämen. Dies kann man leicht auf verschiedene Arten beweisen. Zwischen den Formen $F_i(\xi)$ von denselben $\lambda'_i, \dots, \lambda'_1$ können lineare Relationen bestehen, und diese Relationen sind bei allgemeinen Formen $F(x)$ den Relationen zwischen den auf der Seite 23 definierten Determinanten $E(i_s^r)$ eindeutig zugeordnet. Schreiben wir in die Identität zwischen den Determinanten $E(i_s^r)$ anstatt des Gliedes

$$\prod_{r,s} E_{\lambda_{r,s}}^{(i)} (i_s^r)$$

die Form

$$F_i(\xi) = \prod_{r,s} H_{\lambda_{r,s}}^{(i)} F(x)$$

so bekommen wir eine Identität und umgekehrt [bei der allgemeinen Form $F(x)$].

Die Formen $F_t(\xi)$ hängen bloß von l -Reihen $(\xi^{(1)}), (\xi^{(2)}) \dots (\xi^{(l)})$ und zwar auf folgende einfache Weise ab: Bezeichnen wir die Determinanten des u -ten Grades aus den Elementen der Matrix

$$\begin{vmatrix} \xi_1^{(1)}, \dots, \xi_n^{(1)} \\ \xi_1^{(2)}, \dots, \xi_n^{(2)} \\ \dots \dots \dots \\ \xi_1^{(u)}, \dots, \xi_n^{(u)} \end{vmatrix}$$

$p_k^{(u)}$ ($k = 1, 2, \dots, \begin{bmatrix} n \\ u \end{bmatrix}$), so können wir nach dem Ausdrücke für $F_t(\xi)$ behaupten, daß $F_t(\xi)$ Formen der veränderlichen Reihen $(p^{(1)}), (p^{(2)}) \dots (p^{(l)})$ sind.*)

$F_t(\xi)$ sind Invariantengebilde der Form $F(x)$ und ein jedes Invariantengebilde eines Systemes der Formen $F_t(\xi)$ ist auch ein Invariantengebilde der Form $F(x)$ und umgekehrt, wie es aus der bewiesenen Entwicklung folgt. Damit ist zugleich ein Beweis des zuerst von Clebsch**) ausgesprochenen und bewiesenen Satzes geliefert, daß jede Form durch ein äquivalentes System von Formen ersetzt werden kann, von denen eine jede bloß von den Reihen $(p^{(u)}), u = 1, 2, \dots, (n-1)$ abhängt.

V.

Als Beispiel für die allgemeine Formel führe ich die Reihenentwicklung binärer Formen von einigen Reihen z. B. von drei veränderlichen Reihen $(x_1, x_2), (y_1, y_2), (z_1, z_2)$ an.

Da haben wir die Operationen

$$H_{1,2} = (x_1 y_2 - x_2 y_1) \left(\frac{\partial^2}{\partial \xi_1 \partial \eta_2} - \frac{\partial^2}{\partial \xi_2 \partial \eta_1} \right) = (x, y) \cdot [\xi, \eta],$$

$$H_{3,1} = (z, x) [\xi, \eta], \quad H_{2,3} = (y, z) \cdot [\xi, \eta]; \quad \overline{H}_{1,2} = (\xi, \eta) [x, y], \dots$$

Die Derivationsoperationen $[\xi, \eta]$ kann man nach dem (für den Fall $m > n$ erweiterten) Satze VII. an dem Ausdrücke $\overline{H}_{1,2}^{\lambda_1,2} \overline{H}_{3,1}^{\lambda_3,1} \dots H_3^{\lambda_3} f(x \dots)$ vornehmen und wir bekommen nach kurzer Rechnung folgende Reihen-

*) Wenn $\lambda = n$, besteht die Reihe $(p^{(n)})$ bloß aus einem Gliede, nämlich aus der Determinante $|\xi_k^{(i)}|$, $i, k = 1, 2, \dots, n$. In diesem Falle ist $F_t(\xi)$ das Produkt der Potenz dieser Determinante und einer Form, welche bloß von den Reihen $(p^{(1)}), (p^{(2)}) \dots (p^{(n-1)})$ abhängt.

**) A. Clebsch, Über eine Fundamentalaufgabe der Invariantentheorie; Abh. der math. Klasse d. k. Ges. d. Wiss. zu Göttingen. Bd XVII. Seite 37. (J. 1872.)

entwicklung (in welcher für die Exponenten eine einfachere Bezeichnung gewählt wird):

$$f(x, y, z) = \sum d_{\alpha, \alpha'} \frac{(x, y)^{\nu} (y, z)^{\lambda} (z, x)^{\mu}}{\lambda! \mu! \nu! \lambda'! \mu'! \nu'!} H_1^{\lambda'} H_2^{\mu'} H_3^{\nu'} \overline{H}_1^{\lambda'} \overline{H}_2^{\mu'} \overline{H}_3^{\nu'} f_{\lambda, \mu, \nu}(x, y, z),$$

wo

$$f_{\lambda, \mu, \nu}(x, y, z) = [x, y]^{\nu} [y, z]^{\lambda} [z, x]^{\mu} f(x, y, z),$$

$$\lambda + \mu + \nu = \alpha, \lambda' + \mu' + \nu' = \alpha'$$

und wo sich das Summenzeichen auf alle Werte $\lambda, \mu, \nu, \lambda', \mu', \nu'$, bezieht, welche den Gleichungen:

$$\mu + \nu + \lambda' = p, \lambda + \nu + \mu' = q, \lambda + \mu + \nu' = r$$

entsprechen (p, q, r sind Grade der Form $f(x, y, z)$ in x, y, z).

Für den numerischen Koeffizient $d_{\alpha, \alpha'}$ folgt aus (24') unmittelbar folgender Ausdruck:

$$d_{\alpha \alpha'} = \frac{\alpha! \alpha'! (\alpha' + 1)^2}{(\alpha!)^2 [(\alpha + \alpha' + 1)!]^2}$$

$H_1 \dots$ sind eigentlich Polaroperationen. Benützen wir die gewöhnliche Bezeichnung der Polaren und schreiben z. B.

$$D_{x\xi} f(x, y, z) = \frac{1}{p} \left(\frac{\partial f}{\partial x_1} \xi_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2} \xi_2 \right)$$

so erhalten wir folgende Reihenentwicklung

$$f(x, y, z) = \sum \frac{(\alpha' + 1)!}{(\alpha + \alpha' + 1)!} \cdot \frac{(x, y)^{\nu} (y, z)^{\lambda} (z, x)^{\mu}}{\lambda! \mu! \nu!} D_{\xi x}^{\lambda'} D_{\xi y}^{\mu'} D_{\xi z}^{\nu'} D_{x\xi}^{\lambda'} D_{y\xi}^{\mu'} D_{z\xi}^{\nu'} f_{\lambda, \mu, \nu}(x, y, z).$$

Diese Formel gilt fast ohne Veränderung für eine beliebige Anzahl veränderlicher Reihen. In dem Falle, wo $f(x, y, z)$ bloß von zwei Reihen abhängt, reduziert sich dieselbe auf die Reihenentwicklung von Clebsch-Gordan.

VI.

Es erübrigt nur noch einige Hilfssätze über die Derivation der Produkte aus Determinanten zu beweisen, welche wir im Vorangehenden benützt haben.

Bezeichnen wir zu diesem Zwecke

$$\Delta_0 = \begin{vmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \dots & a_{1,n} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \dots & a_{2,n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m_1,1} & a_{m_1,2} & \dots & a_{m_1,n} \\ x_1^{(1)} & x_2^{(1)} & \dots & x_n^{(1)} \\ x_1^{(2)} & x_2^{(2)} & \dots & x_n^{(2)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_1^{(m)} & x_2^{(m)} & \dots & x_n^{(m)} \end{vmatrix}, \quad m_1 + m = n;$$

$$\Delta_{k,i} = \begin{vmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \dots & a_{1,n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m_1,1} & a_{m_1,2} & \dots & a_{m_1,n} \\ b_{1,1}^{k,i} & b_{1,2}^{k,i} & \dots & b_{1,n}^{k,i} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{k,1}^{k,i} & b_{k,2}^{k,i} & \dots & b_{k,n}^{k,i} \\ x_1^{(k+1)} & x_2^{(k+1)} & \dots & x_n^{(k+1)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_1^{(m)} & x_2^{(m)} & \dots & x_n^{(m)} \end{vmatrix},$$

wo

$$a_{r,s} \quad (r = 1, 2, \dots, m_1, \quad s = 1, 2, \dots, n)$$

und

$$b_{r,s}^{i,k} \quad (r = 1, 2, \dots, k, \quad s = 1, 2, \dots, n)$$

von den Veränderlichen (x) unabhängige Parameter sind. Wir werden zuerst folgenden Satz beweisen:

Satz A. Wenn wir die Operation $\Omega_{(j)}$ (Gleichung (3)) an dem Ausdrücke

$$U = \Delta_0^\lambda \prod_{k,i} \Delta_{k,i} \quad \begin{matrix} k = 1, 2, \dots, m-1 \\ i = 1, 2, \dots, \lambda_k \end{matrix}$$

durchführen, so erhalten wir (für $\lambda > 0$)

$$c_{\lambda, \lambda_1, \dots, \lambda_{m-1}} \cdot A_{(j)} \cdot \Delta_0^{\lambda-1} \prod_{k,i} \Delta_{k,i} \quad \begin{matrix} k = 1, 2, \dots, m-1, \\ i = 1, 2, \dots, \lambda_k \end{matrix}$$

wo $c_{\lambda, \lambda_1, \dots, \lambda_{m-1}}$ ein bloß von $\lambda, \lambda_1, \dots, \lambda_{m-1}$ abhängiger Koeffizient und $A_{(j)}$ ein Minor ist, welcher in der Determinante Δ_0 zur Subdeterminante

$$\begin{vmatrix} x_{j_1}^{(1)}, x_{j_2}^{(1)}, \dots, x_{j_m}^{(1)} \\ \dots\dots\dots \\ x_{j_1}^{(m)}, x_{j_2}^{(m)}, \dots, x_{j_m}^{(m)} \end{vmatrix}$$

gehört.

Wenn nun $\lambda = 0$, so ist das Resultat der Operation Null, wie unmittelbar klar ist; denn die Determinanten $\Delta_{k,i}$ hängen überhaupt von $(x^{(1)})$ nicht ab.

Für $m = 1$ ist die Richtigkeit des Satzes evident; in diesem Falle reduziert sich der Ausdruck U auf Δ_0^λ und die Operation $\Omega_{(j)}$ auf die Derivation $\frac{\partial}{\partial x_j^{(1)}}$. Da ist $c_\lambda = \lambda$. Der Satz wird daher als bewiesen gelten, wenn wir beweisen, daß er für m veränderliche Reihen gilt, wenn er in dem Falle gilt, daß sowohl $\Omega_{(j)}$ als auch U bloß $(m - 1)$ veränderliche Reihen enthalten. Setzen wir daher die Richtigkeit des Satzes in dem Falle voraus, wo es sich um $(m - 1)$ veränderliche Reihen handelt und zerlegen wir die (zu m Reihen gehörige) Operation $\Omega_{(j)}$ nach einem dem Zerlegungssatze von Laplace analogen Satze. Wenn wir nämlich den in der Determinante $\Omega_{(j)}$ zu $\frac{\partial}{\partial x_{j_k}^{(m)}}$ gehörigen Minor kurz mit ω_{m,j_k} bezeichnen, d. h. wenn wir z. B.

$$\omega_{m,j_1} = (-1)^m \begin{vmatrix} \frac{\partial}{\partial x_{j_2}^{(1)}}, & \frac{\partial}{\partial x_{j_3}^{(1)}}, & \dots & \frac{\partial}{\partial x_{j_m}^{(1)}} \\ \dots\dots\dots \\ \frac{\partial}{\partial x_{j_2}^{(m-1)}}, & \frac{\partial}{\partial x_{j_3}^{(m-1)}}, & \dots & \frac{\partial}{\partial x_{j_m}^{(m-1)}} \end{vmatrix},$$

setzen, so können wir $\Omega_{(j)}$ in folgender Gestalt schreiben:

$$\Omega_{(j)} = \sum_k \frac{\partial}{\partial x_{j_k}^{(m)}} \cdot \omega_{m,j_k}, \quad k = 1, 2, \dots, m.$$

Zuerst nehmen wir mit U die Operation ω_{m,j_k} vor, was auf Grund des für $m - 1$ Reihe giltigen Satzes leicht ist. Wir bekommen:

$$(a) \quad \omega_{m,j_e} (U) = c_{\lambda, \lambda_1, \dots, \lambda_{m-2}} \cdot \alpha_{m,j_e} \Delta_0^{\lambda-1} \prod_{k,i} \Delta_{k,i}, \quad \begin{matrix} k = 1, 2, \dots, m-1, \\ i = 1, 2, \dots, \lambda_k, \end{matrix}$$

wobei α_{m,j_k} der in der Determinante Δ_0 zu derjenigen Unterdeterminante gehörige Minor ist, welche wir aus $\pm \omega_{m,j_k}$ erhalten, wenn wir darin $x_s^{(r)}$ statt $\frac{\partial}{\partial x_s^{(r)}}$ schreiben. An dem Ausdrucke (a) führen wir hernach die Operation $\frac{\partial}{\partial x_{j_e}^{(m)}}$ nach der bekannten Regel über die Derivation des Produktes durch.

Wenn wir z. B. den Faktor $\Delta_{r,s}$ derivieren, bekommen wir

$$c_{\lambda, \lambda_1, \dots, \lambda_{m-2}} \cdot \alpha_{m, i_e} \beta_{m, i_e}^{r, s} \Delta_0^{\lambda-1} \frac{1}{\Delta_{r, s}} \cdot \prod_{k, i} \Delta_{k, i} \quad \begin{matrix} k = 1, 2, \dots, m-1, \\ i = 1, 2, \dots, \lambda_k, \end{matrix}$$

wo $\beta_{m, i_e}^{r, s}$ der in $\Delta_{r, s}$ zu $x_{i_e}^{(m)}$ gehörige Minor ist. Allein*)

$$\sum_e \alpha_{m, i_e} \cdot \beta_{m, i_e}^{r, s} = A_{(j)} \cdot \Delta_{r, s}, \quad e = 1, 2, \dots, m;$$

und wir erhalten sogleich mit Rücksicht auf die Relation

$$\frac{\partial \alpha_{m, i_k}}{\partial x_{i_k}^{(m)}} = A_{(j)},$$

daß

$$\Omega_{(j)} U = (\lambda + \lambda_1 + \dots + \lambda_{m-1} + m - 1) c_{\lambda, \lambda_1, \dots, \lambda_{m-2}} A_{(j)} \Delta_0^{\lambda-1} \prod_{k, i} \Delta_{k, i},$$

$$\begin{matrix} k = 1, 2, \dots, m-1, \\ i = 1, 2, \dots, \lambda_k, \end{matrix}$$

also den durch den Satz angegebenen Ausdruck.

*) Es können nämlich α_{m, i_k} und $\beta_{m, i_k}^{r, s}$ als Minoren derselben Determinante $\Delta_{r, s}$ betrachtet werden; denn wenn wir in der Determinante Δ_0 die Zeilen $m_1 + 1, m_1 + 2, \dots, n - 1$ unterdrücken, so bleiben dort die Zeilen $1, 2, \dots, m_1$ und n , welche sämtlich mit den Zeilen $1, 2, \dots, m_1$ und n der Determinante $\Delta_{r, s}$ übereinstimmen. Infolgedessen ist der im Texte benützte Satz eine Folgerung der Sätze über Determinanten aus den Minoren einer Determinante. Es sei nach üblicher Bezeichnung $\begin{pmatrix} 1, 2, \dots, q \\ 1, 2, \dots, q \end{pmatrix}$ eine Subdeterminante der Determinante $|c_{i, k}|$; $i, k = 1, 2, \dots, n$. Zerlegen wir $\begin{pmatrix} 1, 2, \dots, q \\ 1, 2, \dots, q \end{pmatrix}$ nach dem Satze von Laplace, so erhalten wir, wenn die aus den ersten q_1 ($q_1 < q$) Zeilen der Subdeterminante $\begin{pmatrix} 1, 2, \dots, q \\ 1, 2, \dots, q \end{pmatrix}$ gebildeten Subdeterminanten mit δ_k bezeichnet werden und wenn ε_k die zu δ_k in $\begin{pmatrix} 1, 2, \dots, q \\ 1, 2, \dots, q \end{pmatrix}$ zugehörigen Minoren bedeuten, folgende Identität

$$\begin{pmatrix} 1, 2, \dots, q \\ 1, 2, \dots, q \end{pmatrix} = \sum_k \delta_k \varepsilon_k, \quad k = 1, 2, \dots, \begin{pmatrix} q \\ q_1 \end{pmatrix}.$$

Substituieren wir diese Identität $\gamma_{i, k}$ statt $c_{i, k}$, $k = 1, 2, \dots, q$, wo $\gamma_{i, k}$ der in $|c_{i, k}|$ zu $c_{i, k}$ zugehörige Minor ist, so erhalten wir sogleich

$$|c_{i, k}| \cdot \left[\text{Minor, welche zu } \begin{pmatrix} 1, 2, \dots, q \\ 1, 2, \dots, q \end{pmatrix} \text{ in } |c_{i, k}| \text{ zugehört} \right] =$$

$$\sum_k (\text{Minor von } \delta_k \text{ in } |c_{i, k}|) \cdot (\text{Minor von } \varepsilon_k \text{ in } |c_{i, k}|),$$

$$k = 1, 2, \dots, \begin{pmatrix} q_1 \\ q \end{pmatrix}$$

und dies ist der im besonderen Falle angewandte Satz des Textes.

Wir haben zugleich eine einfache rekurrente Formel für die Berechnung des numerischen Koeffizienten erhalten, nämlich:

$$c_{\lambda, \lambda_1, \dots, \lambda_{m-1}} = (\lambda + \lambda_1 + \dots + \lambda_{m-1} + m - 1) c_{\lambda, \lambda_1, \dots, \lambda_{m-2}},$$

Aus dieser Formel und der Relation $c_\lambda = \lambda$ folgt augenblicklich

$$c_{\lambda, \lambda_1, \dots, \lambda_{m-1}} = \lambda (\lambda + \lambda_1 + 1) (\lambda + \lambda_1 + \lambda_2 + 2) \dots (\lambda + \lambda_1 + \dots + \lambda_{m-1} + m - 1).$$

Satz B. Es sei gegeben das Produkt

$$(b) \quad V = \Delta_0^\lambda \prod_{r, k} E_{(i_k^r)}^{\lambda_{r, k}}, \quad \begin{array}{l} r = m - 1, m - 2, \dots, 1, \\ k = 1, 2, \dots, \dots, \binom{m}{r}, \end{array}$$

darin ist (i_k^r) eine Kombination der r -ten Klasse aus den m Zahlen $1, 2, \dots, m$ und, wo wenn z. B. (i^r) die Kombination (i_1, i_2, \dots, i_r) , (wir werden der Einfachheit wegen immer voraussetzen, daß $i_1 < i_2 < \dots < i_r \leq m$), bedeutet,

$$E_{(i^r)} = \begin{vmatrix} a_{1, 1} & a_{1, 2} & \dots & a_{1, n} \\ a_{2, 1} & a_{2, 2} & \dots & a_{2, n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n-r, 1} & a_{n-r, 2} & \dots & a_{n-r, n} \\ x_1^{(i_1)} & x_2^{(i_1)} & \dots & x_n^{(i_1)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_1^{(i_r)} & x_2^{(i_r)} & \dots & x_n^{(i_r)} \end{vmatrix}.$$

Wenn wir an V die Operation $\Omega_{(j)}$ durchführen, so bekommen wir

$$\Omega_{(j)} V = 0, \text{ für } \lambda = 0,$$

$$\Omega_{(j)} V = c_{\lambda, \lambda_1, \dots, \lambda_{m-1}} \cdot A_{(j)} \frac{V}{\Delta_0}, \text{ für } \lambda > 0$$

wobei

$$\lambda_{m-r} = \sum_k \lambda_{r, k}, \quad k = 1, 2, \dots, \binom{m}{r}.$$

Diesen Satz beweisen wir mit Hilfe vollständiger Induktion. Wir ordnen alle Ausdrücke des totalen Grades in den Veränderlichen nach der Höhe*) und beweisen, daß der Satz für den Ausdruck V von

*) Diese Induktion benützt eben Capelli, loco cit. pag. 24 zum Beweise des I. Satzes. Wenn wir einen Ausdruck haben, in dem die Grade in den ein-

gegebener Höhe gilt, wenn er für Ausdrücke von geringerer Höhe giltig ist.

Es sei p_k der Grad des Ausdruckes V in der Reihe $(x^{(k)})$; und setzen wir z. B. voraus, daß $p_1 \leq p_2 \leq \dots \leq p_m$.

Dann sind die Ausdrücke

$$D_{i,k} V, \quad i < k$$

niedriger als V und nach der Voraussetzung gilt für sie der Satz B .

Setzen wir

$$(c) \quad \begin{aligned} \Omega_{(j)} V &= V_1, \\ V' &= c_{\lambda, \lambda_1, \dots, \lambda_{m-1}} \cdot A_{(j)} \frac{V}{\Delta_0}, \quad \text{für } \lambda > 0, \\ V' &= 0, \quad \text{für } \lambda = 0. \end{aligned}$$

Wenn wir die Operation $D_{1,2}$ an (c) anwenden, so haben wir mit Rücksicht auf die Vertauschbarkeit dieser Operation mit Ω_i

$$\Omega_{(j)} (D_{12} V) = D_{12} V_1.$$

Allein auf Grund des Satzes B , welcher für niedrigere Formen als V vorausgesetzt wird, ist auch

$$\Omega_{(j)} \cdot (D_{12} V) = D_{12} V'.$$

Also ist

$$(d) \quad D_{1,k} (V_1 - V') = 0, \quad k = 2, 3, \dots, m.$$

Zugleich ist aber

$$(e) \quad D_{1,a_k} (V_1 - V') = 0, \quad k = 1, 2, \dots, n - m,$$

wobei

$$D_{1,a_k} F = \frac{\partial F}{\partial x_1^{(1)}} a_{k,1} + \frac{\partial F}{\partial x_2^{(1)}} a_{k,2} + \dots + \frac{\partial F}{\partial x_n^{(1)}} a_{k,n}$$

bedeutet; denn es ist sowohl $D_{1,a_k} V'$ und daher auch $D_{1,a_k} V_1$ (infolge der Vertauschbarkeit der zugehörigen Operationen) als auch $D_{1,a_k} V'$ ($k = 1, 2, \dots, n - m$) gleich Null.

zelen Reihen durch die nach Grösse geordneten Zahlen $u_1 \leq u_2 \leq \dots \leq u_m$ gegeben sind und einen anderen Ausdruck von demselben totalen Grade, jedoch in den einzelnen Reihen von Graden, welche durch die nach Grösse geordneten Zahlen $v_1 \leq v_2 \leq \dots \leq v_m$ gegeben sind, so halten wir den ersten Ausdruck für höher, wenn von den Differenzen $u_1 - v_1, u_2 - v_2, \dots, u_m - v_m$ die erste von Null verschiedene positiv ist; ist sie aber negativ, so ist der zweite Ausdruck höher. Diese Anordnung ist übrigens aus der Lehre von den symmetrischen Funktionen bekannt und wurde zuerst vom Waring angewendet.

Und es folgt nach dem Satze III' aus den Gleichungen (d), (e)

$$(f) \quad V_1 - V' = \Delta_0^{p_1-1} \varphi_1(x^{(2)}, x^{(3)}, \dots),$$

wo die Form $\varphi_1(x^{(2)}, \dots)$ von $x^{(1)}$ nicht mehr abhängt. Wenn aber $\lambda = 0$, so tritt, wie ersichtlich, zu den Gleichungen (d) und (e) noch die Gleichung

$$D_{1, a_n - m + 1}(V_1 - V') = 0$$

hinzu, und es ist daher für $\lambda = 0$ (nach dem Satze IV.)

$$V_1 - V' = 0,$$

womit derjenige Teil des Satzes B, der sich auf $\lambda = 0$ bezieht, bewiesen ist, denn durch allmähliche Erniedrigung der Höhe gelangen wir zu Ausdrücken, welche weniger als m veränderliche Reihen enthalten und für die der Satz B unmittelbar gilt. Wir werden daher im Folgenden voraussetzen, daß $\lambda > 0$.

Wenn wir aber die Operation $D_{1, a_n - m + 1}$ an der Gleichung (f) λ — mal nach einander durchführen, so erhalten wir linkerseits Null, denn sowohl $D_{1, a_n - m + 1}^\lambda V_1 = \Omega_{(f)} \cdot D_{1, a_n - m + 1}^\lambda V = 0$, als auch $D_{1, a_n - m + 1}^\lambda V' = 0$ und es ist also $D_{1, a_n - m + 1}^\lambda (\Delta_0^{p_1-1} \varphi_1(x^{(2)}, \dots)) = 0$.

Allein diese Gleichheit ist nur dann erfüllt, wenn entweder 1. $\varphi_1(x^{(2)}, \dots) = 0$ oder 2. $p_1 = \lambda$ (p_1 ist immer $\geq \lambda$). Im ersten Falle ist die Giltigkeit des Satzes bewiesen (denn aus (f) folgt da $V_1 = V$). Es erübrigt also den Fall zu untersuchen, wenn $p_1 = \lambda$. Dann sind im Ausdrucke (b) die Faktoren hinter dem Multiplikationszeichen überhaupt von $(x^{(1)})$ unabhängig und wir können diesen Ausdruck in der Form schreiben

$$V = \Delta_0^\lambda \Delta_1^{\lambda_1} \prod_{r, k} E_{(i_k^r)}^{\lambda_{r, k}}, \quad \begin{matrix} r = m - 2, m - 3, \dots, 1, \\ k = 1, 2, \dots, \dots, \binom{m}{r}, \end{matrix}$$

wobei

$$\Delta_s = \begin{vmatrix} a_{1, 1}, & \dots, & a_{1, n} \\ \dots, & \dots, & \dots \\ a_{n-m+s, 1}, & \dots, & a_{n-m+s, n} \\ x_1^{(s+1)}, & \dots, & x_n^{(s+1)} \\ x_1^{(s+2)}, & \dots, & x_n^{(s+2)} \\ \dots, & \dots, & \dots \\ x_1^{(m)}, & \dots, & x_n^{(m)} \end{vmatrix}.$$

Zwischen V_1 und V' besteht dann die Relation

$$(g) \quad V_1 - V' = \Delta_0^{\lambda-1} \varphi_1(x^{(2)}, \dots).$$

Ähnlich wie oben ist auch hier

$$(h) \quad \begin{aligned} D_{2,k}(V_1 - V') &= 0, & k &= 3, 4, \dots, m; \\ D_{2,a_k}(V_1 - V') &= 0, & k &= 1, 2, \dots, n-m, \end{aligned}$$

und wir haben also für $\varphi_1(x^{(2)}, \dots)$ folgende Gleichungen

$$\begin{aligned} D_{2,k} \varphi_1 &= 0, & k &= 3, \dots, m; \\ D_{2,a_k} \varphi_1 &= 0, & k &= 1, 2, \dots, n-m. \end{aligned}$$

Wenn wir die Operation $D_{2,a_{n-m+1}}$ an (g) λ mal nacheinander durchführen, so erhalten wir leicht

$$0 = \lambda! \left[\Delta_0^{\lambda-1} \right]_{x^{(2)}=a_{n-m+1}} \cdot D_{2,a_{n-m+1}} \varphi_1 + \Delta_0 \psi(x^{(1)}, \dots),$$

wobei rechterseits bloß das erste Glied ausgeschrieben und dabei angedeutet ist, daß aus den anderen Gliedern Δ_0 herausgenommen werden kann. Mit Rücksicht auf die Irreduzibilität von Δ_0 und darauf, daß kein Faktor des ersten Gliedes durch Δ_0 teilbar sein kann, ist notwendig:

$$(k) \quad D_{2,a_{n-m+1}} \varphi_1 = 0$$

Aus den Gleichungen (h) und (k) folgt aber

$$\varphi_1 = \Delta_1^{p_2-\lambda} \cdot \varphi_2(x^{(3)}, \dots)$$

wo $\varphi_2(x^{(3)}, \dots)$ von $x^{(2)}$ nicht mehr abhängt, und wir können also schreiben

$$V_1 - V' = \Delta_0^{\lambda-1} \Delta_1^{p_2-\lambda} \cdot \varphi_2(x^{(3)}, \dots)$$

Wenn wir aber an dieser Relation die Operation $D_{2,a_{n-m+2}} \lambda + \lambda_1$ -mal nacheinander durchführen, so erhalten wir linkerseits Null; allein rechterseits erhalten wir nur dann Null, wenn entweder 1. $\varphi_2(x^{(3)}, \dots) = 0$ oder wenn 2. $\lambda - 1 + p_2 - \lambda = \lambda + \lambda_1 - 1$ d. h., wenn $p_2 = \lambda + \lambda_1$ ist. Im ersten Falle ist unsere Behauptung für den Ausdruck V bewiesen, es erübrigt also dieselbe noch für den zweiten Fall zu beweisen, in welchem

$$V_1 - V' = \Delta_0^{\lambda-1} \Delta_1^{\lambda_1} \varphi_2(x^{(3)}, \dots)$$

und man für V

$$V = \Delta_0^\lambda \Delta_1^{\lambda_1} \Delta_2^{\lambda_2} \prod_{r,k} E_{(i_k^r)}^{\lambda_{r,k}}, \quad \begin{matrix} r = m-3, m-4, \dots, 1, \\ k = 1, 2, \dots, \binom{m}{r}; \end{matrix}$$

schreiben kann.

Die Faktoren E dieses Produktes hängen sodann weder von $(x^{(1)})$ noch von $(x^{(2)})$ ab.

Solche Schritte, deren wir eben zwei getan haben, können wir beliebig fortsetzen. Nehmen wir an, daß wir schon ϱ Schritte getan haben und daß man schreiben kann:

$$V \equiv \Delta_0^\lambda \Delta_1^{\lambda_1} \dots \Delta_\varrho^{\lambda_\varrho} \prod_{r,k} E_{(i_k^r)}^{\lambda_{r,k}}, \quad \begin{matrix} r = m - \varrho - 1, \quad m - \varrho - 2, \dots, 1, \\ k = 1, 2, \dots, \binom{m}{r}, \end{matrix}$$

wo die Faktoren E des Produktes von $(x^{(1)}, (x^{(2)}), \dots, (x^{(\varrho)}))$ nicht abhängen, und daß zugleich:

$$(l) \quad V_1 - V' = \Delta_0^{\lambda-1} \Delta_1^{\lambda_1} \dots \Delta_{\varrho-1}^{\lambda_{\varrho-1}} \varphi_\varrho(x^{(\varrho+1)}, \dots).$$

Machen wir sodann den $\varrho + 1$ -ten Schritt. Die Form $\varphi_\varrho(x^{(\varrho+1)}, \dots)$ genügt den Gleichungen

$$(m) \quad \begin{aligned} D_{\varrho+1,k} \varphi_\varrho &= 0 & k &= \varrho + 2, \varrho + 3, \dots, m \\ D_{\varrho+1,a_k} \varphi_\varrho &= 0 & k &= 1, 2, \dots, n - m. \end{aligned}$$

Es sei q eine ganze Zahl, für welche $n - m < q \leq n - m + \varrho$. Führen wir die Operation $D_{\varrho+1,a_q}$ an (l) $(\lambda + \lambda_1 + \dots + \lambda_{q-n+m-1})$ mal nach einander durch. Auf der linken Seite erhalten wir Null. Auf der rechten Seite setzen wir aber außerdem

$$x_k^{(1)} = a_{n-m+1,k}, \quad x_k^{(2)} = a_{n-m+2,k}, \quad \dots \quad x_k^{(q-n+m-1)} = a_{q-1,k} \\ k = 1, 2, \dots, n.$$

Wir bekommen so aus (l) folgende Relation:

$$c_1 \left[\Delta_{q-n+m-1}^{\lambda + \lambda_1 + \dots + \lambda_{q-n+m-1}} \right]_{x^{(\varrho+1)} = a_q} \cdot \Delta_{q-m+n}^{\lambda_q - m + n} \dots \Delta_{\varrho-1}^{\lambda_{\varrho-1}} \cdot \\ \cdot D_{\varrho+1,a_q} \varphi_\varrho(x^{(\varrho+1)}, \dots) + c_2 \Delta_{q-n+m-1} \cdot \Psi_\varrho(x^{(1)}, \dots) = 0,$$

wo c_1 ein positiver numerischer Faktor ist. Aus dieser Relation folgt ähnlich wie oben:

$$D_{\varrho+1,a_q} \varphi_\varrho(x^{(\varrho+1)}, \dots) = 0, \quad q = n - m + 1, n - m + 2, \dots, n - m + \varrho.$$

Aus diesen Gleichungen und aus (m) folgt (nach dem Satze III') sogleich:

$$\varphi_{\varrho}(x^{(\varrho+1)}, \dots) = \Delta_{\varrho}^{p_{\varrho}-\lambda-\lambda_1-\dots-\lambda_{\varrho-1}} \varphi_{\varrho+1}(x^{(\varrho+2)}, \dots),$$

und daher

$$V_1 - V' = \Delta_0^{\lambda-1} \Delta_1^{\lambda_1} \dots \Delta_{\varrho-1}^{\lambda_{\varrho-1}} \Delta_{\varrho}^{p_{\varrho}-\lambda-\lambda_1-\dots-\lambda_{\varrho-1}} \cdot \varphi_{\varrho+1}(x^{(\varrho+2)}, \dots),$$

wo $\varphi_{\varrho+1}(x^{(\varrho+2)}, \dots)$ von $x^{(\varrho+1)}$ nicht mehr abhängt.

Wenn wir die Operation $D_{\varrho+1}, a_{n-m+\varrho+1}$ an dieser Gleichung im Ganzen $(\lambda + \lambda_1 + \dots + \lambda_{\varrho-1} + \lambda_{\varrho})$ mal ausführen, so erhalten wir linkerseits Null. Rechterseits erhalten wir aber nur dann Null, wenn entweder 1. $\varphi_{\varrho+1}(x^{(\varrho+2)}, \dots) = 0$ oder wenn 2. $p_{\varrho} = \lambda + \lambda_1 + \dots + \lambda_{\varrho}$.

Im ersten Falle ist der Satz bewiesen, im zweiten Falle kann man dem Ausdrucke V die Gestalt geben:

$$V = \Delta_0^{\lambda} \Delta_1^{\lambda_1} \dots \Delta_{\varrho+1}^{\lambda_{\varrho+1}} \prod_{r,k} E^{\lambda_{r,k}}_{(i_k^r)}, \quad k = 1, 2, \dots, \binom{m}{r},$$

wo die Faktoren E von $(x^{(1)}), (x^{(2)}) \dots (x^{(\varrho+1)})$ nicht mehr abhängen. Daraus ist ersichtlich, daß unser Satz für alle Ausdrücke von gegebenem totalen Grade gilt, wenn er für Ausdrücke von kleinerer Höhe als V und für Ausdrücke von der Form

$$(n) \quad V = \Delta_0^{\lambda} \Delta_1^{\lambda_1} \dots \Delta_{m-1}^{\lambda_{m-1}}$$

Geltung hat. Da aber der Satz B. für diesen Ausdruck infolge des Satzes A richtig ist (denn der Ausdruck (n) ist ein spezieller Fall des Ausdruckes U im Satze A) und da dieser Ausdruck unter allen Ausdrücken von gegebenem totalen Grade und von gegebenen $\lambda, \lambda_1, \dots, \lambda_{m-1}$ zugleich der niedrigste ist, so ist der Satz B. allgemein gültig.

Den Sätzen A. und B. können wir leicht eine andere für unsere Anwendung vorteilhaftere Gestalt geben. Anstatt der Determinante

$$\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 \\ x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_5 \end{vmatrix}$$

kann man z. B. in diesen Sätzen schreiben

$$(p) \quad \begin{vmatrix} x_1 & x_2 \\ y_1 & y_2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \delta_1 & \delta_2 \\ \varepsilon_1 & \varepsilon_2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x_1 & x_3 \\ y_1 & y_3 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \delta_1 & \delta_3 \\ \varepsilon_1 & \varepsilon_3 \end{vmatrix} + \dots + \begin{vmatrix} x_4 & x_5 \\ y_4 & y_5 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \delta_4 & \delta_5 \\ \varepsilon_4 & \varepsilon_5 \end{vmatrix}$$

Über einen metamorphen Granitporphyr und andere Eruptivgesteine aus dem Böhmerwalde.

Von

Dr. Josef Woldřich.

(Mit 2 Lichtdrucktafeln.)

Vorgelegt am 31. Mai 1907.

EINLEITUNG.

Die Gesteine, über welche ich in dieser Abhandlung Bericht erstatte, entstammen dem Böhmerwalde, und zwar dem Gebiete, welches sich von Stachau in s. s. östl. Richtung gegen Wallern hinzieht. Bei dessen Durchforschung wurde ich von der löblichen II. Klasse der böhm. Akademie der Wissenschaften unterstützt, wofür ich an dieser Stelle meinen höflichsten Dank ausspreche.

Die ältesten unser Gebiet betreffenden Arbeiten stammen von F. Hochstetter¹⁾. Den Forschungen Hochstetters schliessen sich jene V. v. Zepharovichs²⁾ und in späterer Zeit J. N. Woldřichs³⁾ an. Das bayrische Nachbargebiet beschrieb ausführlich G ü m b e l.⁴⁾ Ich würde meinerseits unser zu besprechendes Gebiet in zwei Partien trennen; die eine möchte dann von Stachau bis nach Winterberg, die andere von Winterberg nach Wallern reichen. Die erste führt reichlich Einlagerungen von Kalkstein, während die zweite ihrer fast vollständig entbehrt; auf der geolog. Karte der k. k. geolog. Reichsanstalt sind in

¹⁾ F. H o c h s t e t t e r : Geognost. Studien aus dem Böhmerwalde. Jahrb. d. k. k. geol. Reichsanst. Wien. 1854, H. 3, 1855, H. 1.

²⁾ V. Ritter v. Z e p h a r o v i c h : Beiträge zur Geologie des Pilsner Kreises n Böhmen. Jahrb. d. k. k. geol. R. Wien 1854, H. 2.

³⁾ J. N. W o l d ř i c h : Geognost. Studien aus dem Böhmerwalde. Jahrb. d. k. k. geol. R. Wien 1875, H. 3.

⁴⁾ C. W. G ü m b e l : Geogn. Beschreibung des ostbayer. Grenzgebirges. Gotha 1868.

jener Gneis, Granit, die von J. N. Woldřich (l. c. 3.) beschriebenen Eruptivgesteine und die bezeichneten Einlagerungen, in dieser nur Gneis verzeichnet, obwohl ich auch da viele Granitmassen vorfand.

J. N. Woldřich bespricht aus ersterem Gebiete von Massengesteinen Granit und „Porphyre“; er unterscheidet zwei Varietäten dieser Porphyre: „Granitporphyr“ und „Quarzporphyr“. Die Porphyre gehen in äußerst feinkörnige Gesteine über, welche der genannte Autor unter dem Namen „Aphanit“ zusammenfaßt; diese sind häufig diabasartig. Ähnliche Porphyre und Aphanite führen auch Z e p h a r o v i c h (l. c. 2) und H o c h s t e t t e r (l. c. 1) aus verschiedenen Lokalitäten des Böhmerwaldes an. Das Gebiet, welches von unserem sich in nord-östl. Richtung hinzieht und in letzteres unbedeutendmaßen hineinreicht, wurde von J. N. und Jos. Woldřich⁵⁾ beschrieben; A u t o r⁶⁾ führt hier unter den Massengesteinen außer Granit noch Aplite, Syenitporphyre und Minetten an.

Der südliche, archaische Teil des böhmischen Massivs gehört E. Suess' variscischem Bogen an; seine Hauptfaltung geschah diesem Autor nach im späteren Karbon. Unser Gebiet gehört insgesamt F. E. Suess'⁷⁾ Donau-Moldauzone an, in welcher Gesteine von katogenem Typus im Sinne B e c k e s⁸⁾ vorherrschen.

Jetzt finden wir meist in Form von lose umher liegenden Blöcken die der Denudation und Verwitterung am meisten trotzen Gesteine. In einigen Fällen wurde jedoch an Ort und Stelle die ursprüngliche geologische Gangform solcher Gesteine festgestellt; es dürften hienach wohl auch die übrigen, hier beschriebenen massiven Gesteine ursprünglich diese Form gehabt haben.

Der unserem Gebiete angehörige Gneis ist nach F. E. Suess (l. c. 7) größtenteils ein katogenmetamorphes Sediment — also ein Paragneis — mit vorherrschendem dunklen Glimmer. In der von Stachau gegen Winterberg sich hinziehenden Zone kommen bei weitem häufiger basische Eruptivgesteine vor als in der Winterberg-Wallernschen Zone, woselbst ich längs der ganzen 51 km langen Strecke in den so zahlreichen Profilen nur *einen* einzigen basischen Gang vorfand; dafür sind hier Aplit-, Pegmatit- und Granitgänge zahlreich vorhanden, welchen ich auch stellenweise die Schichtungsstörung und Strukturänderung des oft fast körnigen Gneises zuschreiben möchte.

⁵⁾ J. N. u. Jos. Woldřich: Geolog. Studien aus Südböhmen. II. Das Wolynkatal im Böhmerwalde. Arch. der naturw. Landesdurchf. Böhmens. Bd. XII., Nro. 4.

⁶⁾ Jos. Woldřich: Über Ganggesteine u. Zuzlawitzer Kalk etc. Jahrb. der k. k. geol. Reichsanst. 1901, Bd. 51, H. 2.

⁷⁾ F. E. Suess: Bau und Bild der böhm. Masse. Wien-Leipzig 1903.

⁸⁾ F. B e c k e: Vorl. Bericht über den geol. Bau und die krist. Schiefer des Hohen Gesenkes. Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wiss., math.-naturw. Kl. Wien, Bd. CL., 1892, Abth. I.

Ich unterscheide in dem von mir durchforschten Gebiete außer Granit folgende Eruptivgesteine: *Granitporphyre*, *Syenitporphyre*, *Kersantite*, *Kersantite mit porphyrischer Struktur*, *Augitporphyrite* und *Glimmerdiabase*.

Es sei mir gestattet, an dieser Stelle Herrn Professor Dr. J. L. Barvř für vielfachen Rat sowie Herrn Präparator des anatom. Institutes der böhm. Univ. F. Rejsek für die gefällige Herstellung der Mikrophographien meinen aufrichtigen Dank auszusprechen.

I. Granitporphyre.

1. Metamorpher Granitporphyr.

Am südlichen Abhange der länglichen Anhöhe „Hřebený“ zur linken Seite der von Groß-Zdikau nach Winterberg führenden Straße fand ich Blöcke, die mich beim ersten Anblicke an einen kristallinen Schiefer, am eheseten an Augengneis erinnerten.

Die Feldspatäugen erreichen eine Größe von 3 bis mehr Centimetern und sind größtenteils nach einer Richtung hin orientiert, obwohl hie und da mancher Feldspateinsprengling sich auch der Schieferstrukturrichtung des Gesteines nicht anpaßte. Schon das bloße Auge erkennt in diesen Feldspäten Karlsbader Zwillinge, deren Umrisse öfters ziemlich erhalten sind.

Im Dünnschliffe, welcher auch bereits makroskopisch die parallele Anordnung der Gesteingemengteile erkennen läßt, ersehen wir, dass die Grundmasse aus einem allotriomorphen Gemenge von Feldspat- und Quarzkörnern besteht, zu welchen sich etwas Biotit gesellt. Als Einsprenglinge treten in diesem Gemenge Orthoklas, Quarz, Biotit und Amphibol hervor. Akzessorische Bestandteile sind Apatit, reichlicher Titanit und spärlicher *manganhaltiger Epidot*.

Die *Feldspateinsprenglinge*, welche fast ausschließlich dem Orthoklas angehören, bieten uns unter dem Mikroskope ein interessantes Bild; sie in erster Reihe zeugen uns über die ungeheuren Kräfte, welchen sie mit dem ganzen Gesteine unterworfen waren: Manche Individuen sind von Sprüngen durchsetzt, die entweder nach den Spaltungsrichtungen oder ganz unregelmäßig orientiert sind; andere sind wieder in einige von einander stark verschobene Stücke zerbrochen, so daß erst bei näherer Betrachtung und geringer Vergrößerung im polaris. Lichte ihr Zusammenhang erhellt. Manche Feldspateinsprenglinge sind auch verbogen. Die Sprünge in den Feldspäten sind hauptsächlich wieder mit Feldspat- und Quarzkörnern ausgefüllt (Fig. I.), während Biotit daselbst fehlt; ich betrachte deshalb diese Ausfüllungsmasse der Sprünge keineswegs als eingepreßte Grundmasse, als vielmehr in den meisten Fällen als ein eher sekundäres Produkt, das bei der Metamorphose des Gesteines entstand. Interessant pflegt auch der Rand der Feldspateinsprenglinge zu sein,

indem er manchmal, wie wir zwischen gekreuzten Nicols erkennen, von einem feinen Feldspatkörneraggregat, zu dem sich etwas Quarz gesellt, umgeben wird (Fig. I.).

Der ganze eben erwähnte Rahmen, welcher öfters an seinen Enden in die Länge gezogen erscheint, stellt uns den zerquetschten Rand eines solchen Feldspatindividuums vor; gewöhnlich kann man auch die Umrisse und Dimensionen des ursprünglichen Feldspateinsprenglinges den Biotitstreifen nach, welche ihn umschließen und hinter ihm sich gewöhnlich wieder zu einem einheitlichen Bande vereinigen, erkennen.

Diesem Kennzeichen nach erkennen wir auch, daß manches Aggregat von Feldspatkörnern, die nunmehr scheinbar von einander unabhängig sind, ursprünglich ein einheitliches Kristallindividuum vorstellte.

Manches infolge von Verwitterung trübe Feldspatindividuum pflegt von einem Rahmen frischen Orthoklases umgrenzt zu sein, der uns offenbar eine Neubildung vorstellt (Fig. IV.); ein ganz analoges Beispiel führt Milch⁹⁾ aus einem Granitgneise an.

Anderswo wiederum entstand sekundär aus dem Orthoklas etwas grünlichen Muskovits, der aus strahlenförmig aneinandergereihten Individuen besteht.

Eine Folge der Metamorphose ist ohne Zweifel auch das undulöse Auslöschen und die mikrokline Gitterung mancher Feldspateinsprenglinge (Fig. II.), die hisher noch nicht der gänzlichen Zersetzung in eine kaolinische Masse unterlagen. Diese Gitterstruktur entstand also sekundär in den ursprünglichen einigermaßen bereits trüben Orthoklaseinsprenglingen; da ich jedoch auch kleinere, völlig frische Mikrokline vorfand, sehe ich diese als vollständige Neubildungen an; ähnlich Milch (l. c. 9).

Ich habe bereits erwähnt, daß ich in unserem Gesteine keine makroskopisch deutlichen *Quarzeinsprenglinge* vorfand. Im Dünnschliffe erkennen wir dafür unter dem Mikroskope leicht, daß manche aus Quarzkörnchen zusammengesetzte Partien ursprüngliche Quarzeinsprenglinge vorstellen (Fig. V.). Sie pflegen gewöhnlich, wie es bereits ähnlich bei den Feldspateinsprenglingen beschrieben wurde, von Biotit umschlossen zu sein (Fig. V.), so daß ihre ursprüngliche Zusammengehörigkeit hinreichend angedeutet ist. Es wurden also auch die Quarzeinsprenglinge durch die Regionalmetamorphose umgeändert, und zwar in ein Aggregat von Quarzkörnern, die keineswegs zu gleicher Zeit, sondern jedes für sich auslöschen (Fig. V.). Die Körner haben scharfe Umrisse und sind selten einer Richtung nach in die Länge gezogen. Auch Milch¹⁰⁾ führt an, daß der Quarz

⁹⁾ L. Milch: Über dynamometamorphe Erscheinungen an einem nordischen Granitgneiss. Neues Jahrb. für Min., Geol. und Pal. 1900, II., p. 39.

¹⁰⁾ L. Milch: Homogene Deformation von Quarz. Centralbl. f. Min., Geol. und Pal. 1904, p. 183.

durch Gebirgsdruck nicht zerquetscht werden muß, sondern auch in die Länge gezogen werden kann.

Gut läßt sich der Einfluß der Metamorphose auch an den Biotiteinsprenglingen verfolgen. Dort, wo sie die Feldspat- oder Quarzeinsprenglinge umrahmen, pflegen ihre Lamellen stark verzerrt zu sein (Fig. III.); nur selten finden wir Spuren der ursprünglich idiomorphen Begrenzung. Größere Biotitindividuen sind oft in lange, gerade verlaufende oder wellenförmige Streifen gedehnt (Fig. VI.). In der Nähe des Biotits findet man reichlichen *Titanit*; ein Teil des Biotits verwandelt sich in *Chlorit*. Stellenweise beobachtet man auch eine *gesetzmässige Verwachsung von Biotit und Amphibol*. Häufig sind auch die von den Biotiteinsprenglingen eingeschlossenen Apatitsäulchen zerbrochen (Fig. III.). Manchmal verliert der Biotit fast vollständig seinen Pleochroismus. Als sekundäres, bei der Umwandlung des Biotits entstandenes Produkt wurde an einer Stelle Epidot beobachtet, den ich infolge seines äußerst starken Pleochroismus, wie man ihn etwa beim Piemontit vorfindet, einem demnach manganhaltigen Epidot zuschreibe.

Die *Amphiboleinsprenglinge* sind, wie man unter dem Mikroskope erkennt, aus nadel- und halmförmigen Individuen zusammengesetzt. Manchmal ist zwischen letzteren ein klarer Kern von starker Doppelbrechung erhalten, den man leicht als Augit bestimmt. Es gehören demnach diese Amphiboleinsprenglinge dem Uralitamphibol an; auch diese Umwandlung rechnen wir der Regionalmetamorphose zu.

Die genannten nadel- und halmförmigen Individuen haben mit dem ursprünglichen Augit die Vertical- und Symmetrieachse gemeinsam. Bei dieser Umwandlung wurde reichlich rosaroter Titanit ausgeschieden, bisweilen in ziemlich großen Körnern; wahrscheinlich hängt auch die schwach rosarote bis bräunliche Farbe des Augites mit seinem Titangehalt zusammen. Manche Amphibolindividuen sind zerbrochen oder verbogen, obwohl dies bei weitem seltener vorkommt als beim Quarz und Feldspat.

Die Grundmasse besteht aus *Orthoklas*, *Quarz* und *Biotit*. Durch die Zertrümmerung der Feldspat- und Quarzeinsprenglinge sowie durch Vermischung der so entstandenen Körner entstanden in unserem Gesteine oft Partien, die im Dünnschliffe stark der Grundmasse ähnlich sind; wir unterscheiden sie von ihr jedoch dadurch, daß sie des Biotits entbehren und doch nur bei genauer Betrachtung ihr ursprünglicher Zusammenhang ins Auge fällt. Man muß also Produkte der Kataklyse hier von den Gemengteilen der Grundmasse unterscheiden. Betrachten wir nun zwischen gekreuzten Nicols feinkörnigere Partien des Gesteines, erinnern wir uns gleich an das bekannte Strukturbild der Gneise. Hohlräume, welche sekundär bei der Zerquetschung der einzelnen Gemengteile entstehen mußten, wurden dann mit Quarz ausgefüllt.

Wenn wir nunmehr die Ergebnisse der mikroskopischen und makroskopischen Durchforschung dieses Gesteines zusammenfassen, können wir

es als ein heute ganz anders als ursprünglich gestaltetes Gestein bezeichnen. Am ehesten könnte man es makroskopisch mit einem Augengneise vergleichen. Mikroskopisch wurde jedoch festgestellt, dass es ein *Granitporphyr* ist, welcher einer Regionalmetamorphose seine heutige Ausgestaltung verdankt. Der Einfluß dieser Metamorphose kennzeichnet sich einerseits in *dynamischen*, andererseits in *chemischen* Phänomenen; sie ist zugleich die hauptsächliche Ursache der jetzigen Struktur unseres Gesteines. Zu den *dynamischen* Erscheinungen zählen wir die *Zerquetschung* und *Zerbrechung*, *Dehnung* und *Verbiegung* der Feldspat-, Quarz- und Amphiboleinsprenglinge, sowie des in grösseren Biotiten eingeschlossenen Apatits; weiterhin die starke *Verbiegung* der Biotitlamellen, ihre *Dehnung* in lange Streifen und den Verlust ihrer idiomorphen Umgrenzung; das *undulose Auslöschen* der Feldspate und Quarze, die Entstehung der *mikroklinischen Gitterstruktur* in manchen Orthoklasen; schließlich die stellenweise *Durchmischung* der Grundmassegemengteile und der Kataklasprodukte.

Den chemischen Umwandlungen zähle ich die Entstehung von *Muscovit* aus Orthoklas, den *sekundär entstandenen Orthoklas*, der als Mantel um ältere Orthoklaseinsprenglinge hervortritt, zu; weiter auch den *sekundär* aus Feldspat hervorgegangenen *Quarz*, das Entstehen von *frischem Mikroklin*, manganhaltigen *Epidot*, die *Uralitisierung* des Augits und die Ausscheidung von Titanit.

Zu allererst, sobald seine Elastizitätsgrenze überschritten wurde, gab dem Drucke der Quarz nach, hierauf kam der weniger spröde Feldspat an die Reihe; die zwischen seinen Splintern entstandenen Risse wurden von sekundärer Masse ausgefüllt; hernach wandelte sich der Augit in Uralit um, indess er stellenweise zerbrach. Diese ganze Zeit hindurch trachteten die Biotitblättchen, dem Drucke, soweit es ihnen möglich war, nachgebend, sich senkrecht zu diesem zu orientieren; soweit sie daran von anderen, festeren Gemengteilen gehindert wurden, entstand ihre Verbiegung. Wie entstand also die jetzige Struktur unseres Gesteins?

Ich nehme nicht an, daß die Schieferstruktur unseres Gesteines durch Anordnung schon gewissermaßen fertiger Gemengteile, also ausschließlich durch Druck entstand; ein wichtiger Faktor war vielmehr, abgesehen von dem Drucke, wahrscheinlich das im Gebirgsinneren zirkulierende Wasser, welchem Becke¹¹⁾ mit Recht eine so große Bedeutung zuschreibt, indem es als Säure fungierend und eine gesättigte Lösung aller Gesteinsgemengteile vorstellend genannten Autors „Krystallisationsschieferung“ hervorruft. Es verkleinert die einzelnen Gesteinsgemengteile in der Richtung des größten Druckes, verlängert sie in der zu letzterem senkrechten Richtung und erzeugt so ihr Wachstum nach

¹¹⁾ F. Becke: Über Mineralbestand und Struktur der krystall. Schiefer. Compt. rend. IX congrès géol. intern. de Vienne 1903, pag. 553.

einer gewissen Richtung. Der Druck bereitet dann durch Zertrümmung der einzelnen Gemengteile und Lockerung der Kohäsion des Gesteines dem Wasser überall in dasselbe freien Zutritt. Dabei lagert sich der Biotit um größere Quarz- und Feldspatindividuen; indem er so die häufige Abwechslung von Schichten, die aus Feldspat und Quarz und von solchen, die aus Biotit bestehen, hervorruft, unterstützt er in bedeutender Weise die Tendenz, ein Gestein mit Schieferstruktur, zum Beispiel einen Augengneis, entstehen zu lassen.

Es entstand demnach die Struktur unseres Gesteines nach seiner Verfestigung nicht ausschließlich durch Gebirgsdruck, sondern durch dessen Zusammenwirken mit dem im Gebirgsinneren stets cirkulierenden Wasser und man könnte sie im Sinne B e c k e s (l. c. 11.) als *blastophyrisch* bezeichnen.

An ähnlichen Gesteinen führen wir F. E. S u e s s' ¹²⁾ *Bittescher Gneis* aus Mähren an. Weiter gedenke ich R o s i w a l s ¹³⁾ mährischen Augengneises, B e c k e s ¹⁴⁾ Augengneises aus dem niederöstr. Waldviertel. Metamorphe Gesteine aus der nächsten Umgebung Prags beschrieben J. F i š e r ¹⁵⁾ und J. K r a t o c h v í l ¹⁶⁾

Aus der Umgebung von Bergreichenstein beschreibt L e h m a n n ¹⁷⁾ einen Gang metamorphen Granitporphyrs, der einerseits an den Salbändern, andererseits auch an anderen verschiedenen Stellen in der Mitte des Ganges Schieferstruktur besitzt; mit diesem Vorkommen identisch dürfte der Gang sein, welchen F. H o c h s t e t t e r (l. c. 1, 1853, H. 3, pag. 13) erwähnt. Überaus ähnlich ist unserem Gesteine, was die Metamorphose anbelangt, ein Granitporphyr aus den Alpen, den F u t t e r e r ¹⁸⁾ beschrieb. Zwei Reihen regional metamorpher Quarzporphyre beschreibt M i l c h ¹⁹⁾

In dem von uns beschriebenen Falle traten so durchgreifende wie mechanische so chemische Umänderungen ein, daß ich die Metamorphose nicht als eine Kontakte ansehen kann, obwohl — wie öfters nachgewiesen

¹²⁾ F. E. S u e s s : Der Bau des Gneisgebietes von Namiest u. Gross-Bittesch in Mähren. Jahrb. d. k. k. geol. Reichsanst. Wien 1897, p. 505.

¹³⁾ A. R o s i w a l : Schlussergebnisse der Aufnahme des kristall. Gebietes im Kartenbl. Brüsa u. Gewitsch. Verhandl. d. k. k. geol. R. Wien 1896, p. 176.

¹⁴⁾ F. B e c k e : Die Gneissformation des niederöstr. Waldviertels. Tscherm. Min. und petrogr. Mitth. Bd. IV., p. 406.

¹⁵⁾ J. F i š e r : Kraj žuly a povaha sousedních hornin etc. Věstn. král. č. spol. nauk v Praze 1902.

¹⁶⁾ J. K r a t o c h v í l : O některých massivních horninách z okolí Knína. Věstn. král. spol. nauk v Praze 1900.

¹⁷⁾ L e h m a n n : Über einen Granitgang an der Wotawa bei Bergreichenstein in Böhmen. Corresp.-Bl. d. naturf. Ver. f. Rheinl. und Westf. 1883, p. 139.

¹⁸⁾ K. F u t t e r e r : Über Granitporphyr von der Gneisscharte in den Zillertaler Alpen. N. Jahrb. für Min., Geol. u. Min. Beil. Bd. IX., p. 509.

¹⁹⁾ L. M i l c h : Beiträge zur Kenntnis des Verrucano. I. Th. Leipzig 1892.

wurde — die Produkte der Kontaktmetamorphose mit denen der Dynamometamorphose ähnlich zu sein pflegen. Von einer Kontaktmetamorphose unseres Granitporphyrs infolge der Eruption des nahen Granitmagmas läßt sich nicht reden, da der hiesige Granit älter ist; von einer beim Empordringen des Granitporphyrmagmas stattfindenden endogenen Kontaktmetamorphose desselben wird man infolge der weitgehenden Umwandlung kaum reden können.

2. Normaler Granitporphyr.

Handstücke dieses Gesteines stammen aus Blöcken, die ich in Gesellschaft mit dem später beschriebenen Kersantit zur rechten Seite des von Groß-Zdikau zum Liz führenden Wege vor dem Jägerhause vorfand. Der Ausbreitung der Blöcke und ihrer beiderseitigen Lagerung nach kann man mit Recht schließen, daß hier wahrscheinlich ein gemischter Gang vorliegt, dessen Mitte der Quarzporphyr einnimmt, während der Kersantit seine Salbänder bildet. Makroskopisch treten bereits aus der grauen Grundmasse des Granitporphyrs grosse Feldspat- und Quarzindividuen hervor. Die Struktur des Gesteines ist deutlich porphyrisch.

Die *Grundmasse* unseres Gesteines ist teils hypidiomorph körniger, teils granophyrischer Struktur und setzt sich hauptsächlich aus Orthoklas, etwas Oligoklas, Quarz und Biotit zusammen, während Oligoklas, seltener Orthoklas, Quarz und Biotit Einsprenglinge bilden. Akcessorisch sind Apatit, Cirkon, Eisenerze und Muscovit vorhanden. Der Biotit pflegt sich in Chlorit umzuwandeln, die Feldspateinsprenglinge sind häufig völlig in Muscovit und Kaolin verwandelt.

Auffallend ist bei diesem Gesteine die starke Korrosion aller Einsprenglinge und das Vorkommen in Gesellschaft mit Kersantit.

Wenn wir nun die Entstehung dieses Granitporphyrs aus dem Magma beachten, können wir wohl schwerlich voraussetzen, das Muttermagma, aus welchem sich bei sinkender Temperatur und konstantem Druck der Quarz und Feldspat ausschieden, habe Quarz und Feldspat korrodiert und resorbiert, also Gemengteile, die früher unter gleichem Drucke und höherer Temperatur aus ihm ausgeschieden wurden. Weder eine Druck- noch eine Temperaturänderung liefert uns hier die entsprechende Aufklärung. Von diesem Standpunkte ausgehend gelangte Milch²⁰⁾ zu einer Hypothese, welche nicht nur diese Korrosion, sondern auch zahlreiche andere, insbesondere strukturelle Eigenheiten der porphyrischen Gesteine aufklärt.

²⁰⁾ L. Milch: Über magmat. Resorption und porf. Struktur. N. Jahrb. f. Min., Geol. und Pal. 1905, II., pag. 1.

Unter dem bereits erstarrten Granitmassiv befand sich noch ein Magmarest, welchem die einzelnen Ganggesteine entstammen. Seine höher gelegenen Schichten befanden sich infolge der schnelleren Abkühlung gewiß bereits im Stadium der Kristallisation zur Zeit, als noch die tiefer gelegenen Schichten völlig flüssig, also auch in chemischer Hinsicht von anderer Art waren. Sobald nun irgendwo in der Nähe im Gebirge ein Sprung entsand, wurde ein Teil des Magmarestes in diesen hineingepreßt; natürlicher Weise vermischten sich hierbei die wärmeren, tiefer gelegenen Magmaschichten mit den kühleren, höher gelegenen. Durch den Einfluß der tieferen, weniger erstarrten Schichten auf die bereits ausgeschiedenen Kristalle der kühleren, höheren Schichten läßt sich leicht die Resorption selbst beim Granitporphyr erklären. Die Resorption der Einsprenglinge entstand also *zur Zeit, als das Granitporphyrmagma empor- drang*. Jetzt erhellt es auch, warum die Quarzeinsprenglinge unseres Gesteines so häufig Sprünge aufweisen; die Ursache dieser Erscheinung müssen wir offenbar in der raschen Erwärmung der Quarze, die bei der Mischung der Magmaschichten stattfand, und einer verhältnismäßig raschen Abkühlung im Gange selbst suchen.

Das gemeinsame Vorkommen eines sauren und basischen Eruptivgesteines in einem Gange, in unserem Falle des Granitporphyrs und Kersantits, könnte man auf verschiedene Weise so z. B., durch eine bereits in der Tiefe stattgefundene magmatische Differentiation, durch zunächst an den Salbändern stattfindende Abkühlung des emporgepreßten Magmas und Ausscheidung saurerer Gemengteile daselbst u. s. w. erklären.

Benützen wir jedoch abermals die *Milch'sche* Theorie, so erklären wir die Entstehung des vielleicht gemischten Ganges folgendermaßen: Die bei weitem kühleren, höher gelegenen Magmaschichten waren gewiß zähflüssiger als die tiefer gelegenen und enthielten auch schon ausgeschiedene Gemengteile. Falls nun in der Nähe irgendwo ein Sprung entstand, durchbrachen infolge der eingetretenen Druckabnahme die tieferen, dünnflüssigeren Magmaschichten die höher gelegenen und drangen so *vor* den letzteren in den Sprung ein; dann erst wurden in denselben allmählich auch die ursprünglich am höchsten gelegenen Schichten mit den in ihnen bereits zahlreich ausgeschiedenen Kristallen eingepreßt und nahmen so die Mitte des Ganges ein. Ebendeshalb ist auch letztere reich an Einsprenglingen, während der aus den unteren, dünnflüssigeren Magmaschichten entstandene Rand an Einsprenglingen arm ist.

3. Augitführender Granitporphyr.

Einen ziemlich grobkörnigen Granitporphyr fand ich in Blöcken oberhalb von Račov. Makroskopisch treten als Einsprenglinge bis 3 cm lange Feldspate, Biotit und Amphibol hervor.

In die teilweise granophyrische, hypidiomorph körnige *Grundmasse*, welche aus Orthoklas, sauerem Oligoklas, etwas Mikroklin, Quarz und spärlichem Biotit zusammengesetzt ist, sind zahlreiche, teilweise idiomorph begrenzte Biotite, Augitkristalle, etwas blaßgrüner Amphibol, Orthoklas und Quarz eingesprengt. Der Amphibol ist teilweise kompakt und scheint dann primär zu sein, größtenteils jedoch bildet er Aggregate, denen auch spärliche Biotitschüppchen beigemennt zu sein pflegen und die man der Begrenzung nach als umgewandelten Augit ansehen kann. In der Tat fand ich auch im Dünnschliffe Augitkörner, welche am Rande in ähnlichen, blaßgrünen Amphibol sich umbildeten. Im Biotit ist zahlreicher Cirkon eingeschlossen.

Dadurch, daß die Quarzeinsprenglinge in diesem Gesteine geringere Dimensionen annehmen, entsteht ein Übergang zu den Syenitporphyren, obwohl in der Grundmasse noch reichlich Quarz vorhanden ist.

Zu den Granitporphyren gehören wahrscheinlich auch einige Gesteine, welche H o c h s t e t t e r (l. c. 1. Jahrg. 1855 I., p. 12) bei Buchwald, Kuschwarda, Außergefeld, nord-westl. von Wallern, bei Schattawa und Eleonorenhain dort, wo sich die von Wallern führende Straße teilt, und weiter westlich hievon anführt. Hieher gehören weiter die von J. N. W o l d ř i c h als Quarzporphyre bezeichneten Gesteine bei Žírec und nord-östl. von Brančau.

II. Syenitporphyre.

Ein *Augitsyenitporphyr* tritt südwestlich von Stachau an der zur Strobelmühle führenden Straße zu Tage; er ist mittelkörnig, jedoch entschieden grobkörniger als die vorher beschriebenen Gesteine. Als makroskopische Einsprenglinge treten Feldspate, Glimmer und Amphibol hervor.

Die *Grundmasse* von hypidiomorph körniger Struktur besteht hauptsächlich aus Orthoklas, etwas Oligoklas, Quarz und Biotit. Einsprenglinge bilden Orthoklas, Biotit und Amphibol. Häufig findet man in der Grundmasse eine schöne granophyrische Verwachsung von Feldspat und Quarz; Biotit ist in ihr verhältnismäßig spärlich vertreten.

Die Feldspateinsprenglinge weisen deutlich die Flächen $M (\infty P \infty)$, $T, l (\infty P)$, $P (oP)$, $x (\frac{P}{T} \infty)$ auf; Karlsbader Zwillinge findet man häufig. In den Biotiteinsprenglingen pflegt Rutil in Form der in bekannter Weise zu einander geneigten Nadeln, sowie Apatit eingewachsen zu sein; manchmal sind die Biotitlamellen verbogen. Die Amphiboleinsprenglinge sind uralitisch und entstanden, wie sich aus einigen achtseitigen Durchschnitten zuverlässig schließen läßt, aus Augit; bei dieser Umwandlung entstand in geringer Menge Biotit. Im ganzen Gesteine tritt der Quarz in den Hintergrund. Hieher zähle ich Zepharovichs (l. c. 2.) „*porphyrartigen Amphibolgranit*“, Gümbels (l. c. 4.) „*porphyrartigen Syenitgranit*“, Hoch-

stetters (l. c. 1.) „*Amphibolgranit*“, J. N. Woldrichs (l. c. 3.) „*Granitporphyr*“.

In dem Syenitporphyr vor Neuhoof fand ich primären *braunen* Amphibol, während der grüne Amphibol desselben Gesteines aus Augit entstand; dabei wurde etwas Biotit und Titanit ausgeschieden.

III. Kersantite.

1. Kersantit, Milch's²¹⁾ malchit.

Einen äußerst quarzreichen Gneis, welcher von NNO gegen SSW streicht, durchbricht zwischen den Haltestellen Winterberg und Bärenloch ein gangförmiges, etwa 2 m mächtiges, graues Gestein in der Richtung von NNW—SSO; es ist in einem Profile der Bahnstrecke beim km 36.7 aufgeschlossen. Dieser Gang durchbricht außer den Gneiss noch einen feinkörnigen Ganggranit, woraus man offenbar auf sein jüngeres Alter als des unserem Gebiete angehörigen Granites schließen kann.

Der Kersantit selbst ist von grauer Farbe, fast aphanitisch oder wenigstens überaus feinkörnig und entbehrt vollständig makroskopischer Einsprenglinge.

Wie man aus Dünnschliffen ersieht, besteht unser Gestein aus einem Gemenge von idiomorph begrenzten, leistenförmigen Plagioklasen — hauptsächlich Labradorit und teilweise Oligoklas —, zu dem in geringer Menge kleine Biotitschüppchen beitreten. Die Armut an Biotit ist auffallend. Einen eigenartigen Charakter geben dem mikroskopischen Bilde des Gesteines die ziemlich reichlichen Ilmenit-leisten und -Körner, sowie Quarzkörner. Hie und da treten auch größere, aus Calcit bestehende Aggregatpartien auf, in welchen stellenweise sekundärer Quarz ausgeschieden ist. Akcessorisch treten noch Apatit und Quarz auf.

Die Auslöschungsschiefe, welche auf Labradorit hinweist, erreicht in manchen, senkrecht zur Zwillingssebene orientierten Feldspatschnitten bis 25°, ja noch mehr. Öfters entbehren einzelne Feldspatleisten, obwohl sie den Plagioklasen angehören, der Zwillingslamellierung. Der Biotit ist teilweise in Chlorit umgewandelt. Die Calcitpartien sind allem Anscheine nach Pseudomorphosen nach Augiteinsprenglingen, welche in gewöhnlicher Weise in Chlorit und Calcit umgesetzt wurden, zu welchen infolge der teilweisen Zersetzung des Chlorits noch Quarz hinzutrat. An die Stelle der ehemaligen Augiteinsprenglinge tritt also heute in unserem Gesteine entweder ein einheitlicher, an den Rändern von Quarzkörnern umgebener Calcitkristall oder ein Gemenge von kleineren Calcitkri-

²¹⁾ L. Milch: Über Malchit und Durbachit etc. Centralbl. f. Min., Geol. und Pal. 1902.

stälchen und -Körnern, zwischen welchen man abermals Quarzkörner antrifft; in beiden Fällen pflegt in geringerer Menge auch Chlorit anwesend zu sein. Aus einem hauptsächlich aus Plagioklasen zusammengesetzten Gesteine beschreibt eine ähnliche Umwandlung *Milch*²²⁾; der Augit setzt sich nach ihm gleich in klares Calciumkarbonat und ein lichtgraues dolomitisches Mineral um, wozu vielleicht auch etwas Magnesit hinzutritt.

Unser Kersantit durchbricht an Ort und Stelle einen Granitgang und ist demnach jünger als der hiesige Granit.

Die Hauptfaltung des Böhmerwaldes geschah nach E. S u e s s in der späten Carbonzeit; sollte man nicht auch hier einen Zusammenhang zwischen ihr und der Entstehung von Spalten und der gleichzeitigen Eruption der Kersantite, Granitporphyre, Diabase und Augitporphyrite suchen?

In unserem Kersantite tritt der Biotit in den Hintergrund, dafür wiegt der Plagioklas beiweitem vor. Es gehört also das Gestein, da es beiweitem weniger melanokrat als dies bei Lamprophyren gewöhnlich und zugleich auch reicher an Al_2O_3 ist, nach der *Milch'schen* (l. c. 21.) Terminologie zum *Malchit*. Gesteine von malchitischem Typus und Kersantite aus der Umgebung von Eule beschrieb J. L. B a r v í ř.²³⁾

2. Kersantit (Milch's malchitischer Lamprophyr).

Dieses Gestein fand ich in Blöcken zerstreut hinter Žírec. Stellenweise sind in ihm größere Feldspateinsprenglinge ausgeschieden.

Die *Grundmasse* besteht hauptsächlich aus Oligoklas und Biotit, zu welchen, ähnlich wie in dem vorher beschriebenen Gesteine, reichlicher Ilmenit hinzutritt, außerdem ist auch etwas Orthoklas und Quarz vorhanden. Einsprenglinge bilden Oligoklas und Chlorit.

Nach den teilweisen Umrissen der größeren Chloritindividuen, welche bisweilen von Quarz begleitet werden, kann man schließen, daß sie abermals Pseudomorphosen nach Augit sind, wobei Leukoxen ausgeschieden wurde, der diese Einsprenglinge rahmenartig umgibt und aus einzelnen Körnern zusammengesetzt ist.

Bei manchen Feldspateinsprenglingen beobachten wir, daß ihr Kern ringsum von einer dünnen, trüben Schichte umgeben ist, welche den Kristallumrissen des Kernes folgt. Dieser Schichte fügt sich abermals eine hellere Feldspatzzone an; die Auslöschungsschiefe ist im ganzen Feldspatindividuum die gleiche. Die trübe Schichte besteht hauptsächlich aus

²²⁾ L. M i l c h : Aus einem Augite hervorgegangene Carbonate. Centralbl. f. Min., Geol. und Pal. 1903, p. 505.

²³⁾ J. L. B a r v í ř : Úvahy o původu zlata u Jílového. Arch. pro př. výzk. Čech, 1901, p. 17—18, 34—38, 45.

Biotit und Chlorit; die äußere, helle Zone geht allmählich in die Grundmasse über, ohne von ihr scharf abgegrenzt zu sein. Es waren demnach diese Feldspateinsprenglinge vielleicht im Magma bereits vor der Ausscheidung der größeren, basischen Gemengteile zugegen und wurden später an ihrem Rande resorbiert; als der Biotit der Grundmasse ausgeschieden wurde, umgab er die Feldspateinsprenglinge an ihren Rändern mit jener trüben Zone; nach völliger Ausscheidung der basischen Gemengteile kam dann eine der Fortwachsung der Feldspate abermals günstige Periode und es entstand so die äußere, frischere Zone, welche ohne scharfe Konturen allmählich in die Grundmasse übergeht.

Wie in diesem, so wurden auch in dem vorher beschriebenen Gesteine größere Quarzkörner vorgefunden, welchen der für fremden Quarz typische Augitkranz fehlt. Die meisten Autoren sehen den Quarz in solchen basischen Gesteinen als sekundären oder fremden Bestandteil an; nach der Milch'schen Theorie möchte ein solcher Quarz den höheren Magmaschichten entstammen. Allem Anscheine nach ist der Quarz in basischen Gesteinen nicht immer ein fremder Gemengteil oder sekundär, sondern man kann ihn vielmehr in vielen Fällen zum Beisp. auch bei uns als einen ursprünglichen, im Magma selbst entstandenen Gemengteil ansehen.

* * *

Seiner mikroskopischen Zusammensetzung nach gleicht dem eben beschriebenen Kersantite vollständig ein Gestein, welches in Gesellschaft von Granitporphyr (siehe S. 199.) in einem gemischten Gange vorgefunden wurde. Makroskopisch unterscheidet es sich nur durch den Mangel an Feldspateinsprenglingen. Es wurde von J. N. Woldřich als Aphanit beschrieben (l. c. 3, pag. 280). Auch hier entbehren die größeren Quarze des Augitkranzes; in der Grundmasse ist in geringer Menge Quarz vorhanden. Hieher gehört auch der „Aphanit“ von Groß-Zdikau hinter Novotnýs Gebäude.

Wie bei dem vorhergehenden so ist auch bei den zuletztgenannten Kersantiten Biotit im ganzen in etwas größerer Menge vorhanden als bei dem zu allererst beschriebenen Kersantite; es sind doch noch nicht typische Lamprophyre, sondern sie gehören eher Milch's *malchitischen Lamprophyren* an.

3. Augit-Kersantit mit porphyrischer Struktur.

Das Gestein ist feinkörnig, einigermaßen grünlich gefärbt; als makroskopisch auffallende Einsprenglinge treten bis 5 cm lange Feldspatindividuen und kleinere Amphibole auf. Dieser Kersantit tritt in Form eines Ganges in der Richtung von ONO gegen WSW bei Račau auf.

Die holokrystallinisch struierte Grundmasse besteht aus basischem und saurem Oligoklas, Orthoklas, Biotit und spärlichem Quarz. Einsprenglinge bilden Oligoklas, Biotit, Augit und Amphibol; seltener findet man auch größere Quarze. Akzessorisch sind zahlreicher Magnetit und etwas Apatit anwesend.

Über manche Feldspateinsprenglinge läßt sich dasselbe sagen wie über die Feldspate des vorhergehenden Gesteines (S. 204). Manches Feldspatindividuum ist bereits vollständig in ein aus Muscovit und Kaolin bestehendes Gemenge zersetzt.

Hie und da sind die schwach rosarot gefärbten Augiteinsprenglinge mit einem grünen Amphibolmantel umgeben. Wahrscheinlich entstanden die Amphiboleinsprenglinge größtenteils aus Augit, obwohl sie teilweise auch primären Ursprungs zu sein scheinen. Im Amphibol pflegt Apatit, Titanit und zwar Leukoxen eingewachsen zu sein.

An einem Quarzeinsprenglinge beobachtete ich Sprünge, welche ich ähnlich deuten möchte wie auf S. 200.

Ein ähnliches Gestein fand ich in zahlreichen Blöcken am süd-westl. Abhange des Račauerberges; es ist feinkörnig, grau gefärbt und besitzt größere Feldspat- und kleinere Augiteinsprenglinge. Wahrscheinlich gehört es dem eben vorher beschriebenen Gange an, von welchem es sich nur durch das etwas feinere Korn unterscheidet.

In der hypidiomorph körnigen *Grundmasse*, die aus Oligoklas, Orthoklas, Biotit und ziemlich reichlichem Augit zusammengesetzt ist, treten Oligoklas- und Augiteinsprenglinge hervor. Es gehört also in diesem Gesteine der Augit zwei Generationen an, während er in dem vorher beschriebenen Gesteine nur als Einsprengling auftrat.

Biotit ist verhältnismäßig spärlich vorhanden, bei weitem weniger als Augit. Dem Augite schließt sich der Biotit als jüngerer Gemengteil an zumal er Augit einschließt. Der Augit ging teils in Chlorit, teils in Serpentin über, wobei Titanitkörner ausgeschieden wurden; auch Magnetit und etwas Apatit ist anwesend.

Hieher möchte ich auch J. N. Woldřichs Aphanite zwischen Mehlhüttel und Klein-Zdikau, am Churanov, bei Putkau und Žírec einreihen. Ich benannte diese Gesteine Augitkersantite mit porphyrischer Struktur, wobei ersteres, falls wirklich ein Teil des Amphibols primär ist, mit den Dioritporphyriten oder Löwinson-Lessings Quarzporphyren des Monzonits verwandt wäre; das zweite möchte, da es Augit auch in der Grundmasse enthält, einen Übergang zu den Augitporphyriten bilden. Am ehesten könnte man diese Gesteine mit Barrois' „porphyrites micacées“ vergleichen.

IV. Augitporphyrit.

Augitporphyrit fand ich in Blöcken hinter Blahov süd-westl. von Stachau; er ist grünlich grau gefärbt, hart und äußerst feinkörnig.

Unter dem Mikroskope tritt jedoch der porphyrische Charakter des Gesteines deutlich hervor. In der panidiomorph körnigen Grundmasse treten idiomorph umgrenzte Plagioklas- und Augit-*Einsprenglinge* deutlich hervor. Die *Grundmasse* ist aus denselben Mineralien zusammengesetzt. Akzessorisch erscheinen Orthoklas, Quarz, Apatit und ziemlich zahlreicher Ilmenit.

Die *Feldspate* der Grundmasse sind hauptsächlich Labradorite und verwittern zuerst in ihrem Kerne, während die Feldspateinsprenglinge größtenteils dem basischen Oligoklas angehören und ihren frischen Kern ein trüber Mantel umgibt. Als Produkt der Plagioklasverwitterung fand ich an *einer* Stelle Calcit und Quarz. Die Feldspateinsprenglinge entwickelten sich später als die Augiteinsprenglinge.

Der Augit pflegt rosarot gefärbt zu sein; oft ist sein frischer Kern von halmförmigem Uralit umgeben, oder die Umwandlung ist bereits so weit vorgeschritten, daß nur noch unbedeutende Augitreste, die durch ihre hohe Doppelbrechung zwischen gekreuzten Nicols hervorragen, von dem Ursprung des Uralits Zeugnis geben. Der Uralit ist dann bisweilen in Chlorit umgewandelt; öfters geht aber auch Augit gleich in Chlorit über. Als Nebenprodukte der Pseudomorphosen nach Augit konnte ich etwas Titanit feststellen.

Unser Gestein ist also dadurch charakteristisch, daß es ausschließlich aus Augit und Plagioklas zusammengesetzt ist und porphyrische Struktur besitzt. Beide Hauptgemengteile treten in zwei Generationen auf, wobei die jüngere Feldspatgeneration sauerer ist als die ältere. Es gehört demnach dieses Gestein *Rosenbusch*²⁴⁾ „Augitporphyrit“ und zwar dem Cuselittypus an.

Außer der Uralitisierung des Augits, also einer chemischen Umwandlung, fand ich in dem beschriebenen Gesteine auch zahlreiche mechanische Deformationen. So z. B. sind die Plagioklaseinsprenglinge manchmal zerbrochen und ihre einzelnen Splitter sind von ihrer ursprünglichen Stelle verschoben; in den zwischen letzteren sich vorfindenden Zwischenräumen findet man häufig kleine Augite. Es geschah also diese Deformation entweder während der Auskristallisierung der Grundmasse, als die kleineren Augite ausgeschieden wurden, oder nach der Gesteinserstarrung.

V. Glimmerdiabas.

Kurz will ich noch über Gesteine berichten, welche J. N. Woldrich den Aphaniten zuteilte und deren Verwandtschaft mit Diabasen er auch aussprach (l. c. 3, pag. 281). Es sind dies körnige, grünlich gefärbte Ge-

²⁴⁾ H. Rosenbusch: Mikrosk. Physiographie der massigen Gesteine. Stuttgart 1896, p. 958.

steine, welche hauptsächlich aus Feldspaten, Augit und Biotit zusammengesetzt sind. Ein solches typisches Gestein trifft man unterhalb Jirkalov an.

Die leistenförmigen *Feldspate*, welche bereits stark verwittert und in ihrem Innern getrübt sind, gehören größtenteils den basischen Plagioklasen und zwar der Labradoritreihe an; wahrscheinlich ist auch etwas Andesin anwesend. Auch Orthoklas ist in verhältnismäßig starker Menge vertreten.

Der *Biotit* ist teilweise primär, teilweise entstand er jedoch sicherlich sekundär bei der Umwandlung des Augits.

Der lichtbraune, rötliche bis farblose *Augit* pflegt sich in Chlorit umzusetzen, wobei Titanit ausgeschieden wird. Akcessorisch treten Quarz, Ilmenit und Pyrit hinzu.

Soweit ich die Kristallisationsfolge der Gemengteile verfolgte, sah ich, daß die Struktur des Gesteines nicht eine typisch ophitische ist, wie wir sie gewöhnlich bei Diabasen antreffen, wo die Feldspate in der Regel vor den Augiten ausgeschieden wurden. Nach manchen Autoren, insbesondere z. Beisp. Löwinson-Lessing²⁵⁾ wird die Reihenfolge der Ausscheidung der Gemengteile aus dem Magma durch ihre relative Menge bedingt. Auf solche Weise ließe sich auch die ophitische Struktur der Diabase erklären, welche der Theorie über die nach sinkender Basicität stattfindenden Ausscheidung der Gemengteile widerspricht. In unserem Falle, wie gesagt, ist die Struktur des Gesteines nicht ausgelegen ophitisch. Es wurden nämlich aus dem Magma zuerst die Erze, dann Augite und Biotit ausgeschieden; bevor jedoch die Ausscheidung des Augits ihr Ende nahm, begann bereits die Kristallisation der Plagioklase, so daß beide Gemengteile in ihrer Entwicklung vielfach einander hinderten,

So entstand eine teilweise hypidiomorph körnige, teilweise ophitische Struktur. Näher beschrieb eine ähnliche Struktur an einem Glimmerdiabas von Přisednice F. Slavík.²⁶⁾

Wenn wir nun die Mineralzusammensetzung, insbesondere auch das besondere Auftreten des Biotits und die Struktur des beschriebenen Gesteines berücksichtigen, können wir es am besten als Glimmerdiabas benennen.

Hieher gehören auch Gesteine, welche man in Blöcken am östlichen Abhange des Stachauer-Berges und auf den Wiesen zwischen Klein-Zdikau und Mehlhüttel vorfindet.

Eine Sonderheit des aus der zuletztgenannten Localität stammenden Glimmerdiabases ist es, dass der Kern der Augiteinsprenglinge oft aus

²⁵⁾ Löwinson-Lessing: Zur Frage über die Krystallisationsfolge im Magma. Centralbl. f. Min., Geol. und Pal. 1900, pag. 288.

²⁶⁾ F. Slavík: Slídnatý diabas z Přisednice a Drahoňova Újezda u Zbiroha. Rozpr. Č. Akad. cis. Fr. Jos. R. IX., tř. II., č. 30.

Chlorit besteht, während in der Regel in anderen Gesteinen der Rand des Augits gegen das Innere zu in Chlorit sich umwandelt.

* * *

1. Der von uns beschriebene augengneisähnliche metamorphe Granitporphyr, dessen Umwandlung ich einer Regionalmetamorphose zurechne, nähert sich den Gesteinen von anogenem Typus im Sinne Beckes. Seine Metamorphose äußert sich einerseits in mechanischen Deformationen seiner Gemengteile, deren Zerbrechung, Verbiegung, Dehnung u. s. w., andererseits in chemischen Umänderungen; als Beispiele führe ich an die Uralitisierung des Augits, die Neubildung von Orthoklas, Quarz und manganhaltigem Epidot. Einige Beispiele der Wirkung der Metamorphose kann man an den beigefügten Tabellen beobachten.

2. J. N. Woldrichs aus diesem Gebiete beschriebenen „Quarzporphyre“ sind *Granitporphyre*, seine „Granitporphyre“ sind *Syenitporphyre* und seine „Aphanite“ entsprechen den beschriebenen *Kersantiten*, *Augitporphyriten* und *Glimmerdiabasen*.

3. Die *Kersantite* entsprechen teils *Milchs Malchiten* und *malchitischen Lamprophyren* infolge des Vorwiegens der Plagioklase vor den farbigen Gemengteilen; teils sind sie durch ihre porphyrische Struktur charakteristisch. Durch Abnahme des Biotits und Zunahme des Augits gehen diese Kersantite in Plagioklas-Augitgesteine über, welche *Rosenbuschs Augitporphyriten*, und zwar dem Cuselittypus angehören.

4. Auffallend ist die sonderbare, teils hypidiomorph körnige, teils ophitische Struktur, sowie der Biotitgehalt der *Glimmerdiabase*.

5. Sämtliche beschriebene Gesteine gehören offenbar ursprünglichen Gängen an.

6. Sonderbarer Weise ist in den von mir aus dem benachbarten Wolynkatale beschriebenen Syenitporphyren Pyroxen als grünlicher Diopsid vertreten, während in den hier beschriebenen Gesteinen Pyroxen — soweit er überhaupt vorhanden ist — als bräunlicher bis rosaroter titanreicher Augit auftritt.

7. Der Kersantit ist jünger als der hiesige Granit, den er an einer Stelle durchbricht. Nachdem ich ferner den Kersantit gemeinsam mit dem Granitporphyr in einem gemischten Gange vorfand, betrachte ich infolge der Erörterung über dessen Ursprung beide Gesteine als gleichaltrig. Es sind demnach der hiesige Kersantit und Granitporphyr (wahrscheinlich auch die übrigen beschriebenen Gesteine) gleichen Alters; insgesamt sind sie jedoch jünger als der hiesige Granit.

8. Die Eruption des Magmarestes, welchem unsere Gesteine ihren Ursprung verdanken, fand offenbar unter geringem Drucke statt, da aus ihren Gängen nirgends Apophysen in die Nachbargesteine eindrangen; auch wurden keine, aus den durchbrochenen Schichten stammenden Gesteinsbruchstücke vorgefunden.

Dr. JOS. WOLDŘICH: Über einen metamorphen Granitporphyr und andere Eruptivgesteine aus dem Böhmerwalde.



Fig. I.



Fig. II.

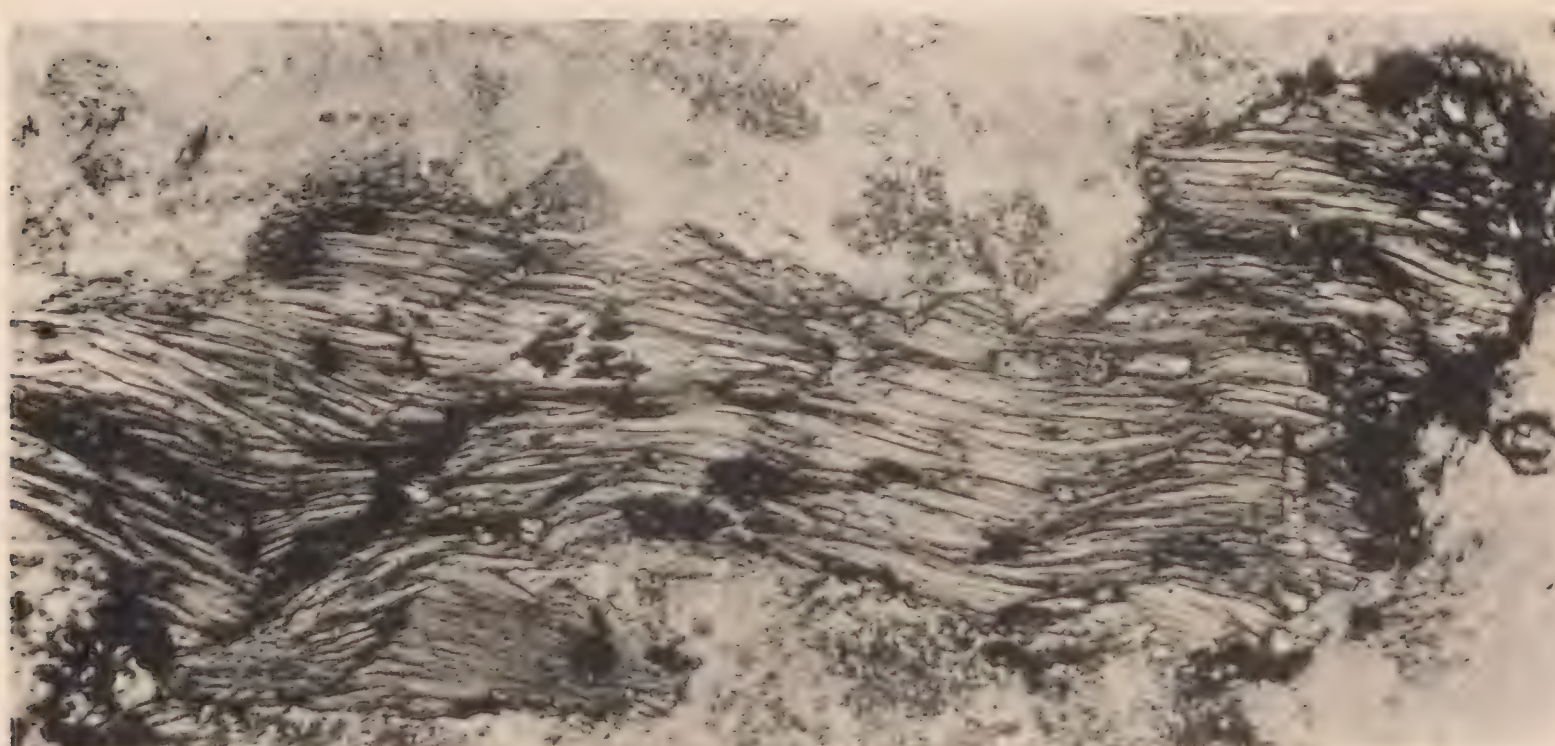


Fig. III.

Dr. JOS. WOLDŘICH: Über einen metamorphen Granitporphyr und andere Eruptivgesteine aus dem Böhmerwalde.



Fig. IV.



Fig. V.



Fig. VI.



ERKLÄRUNG DER TAFELN.

TAB. I.

Fig. I. Der Spalt, welcher zwischen den Trümmern eines zerbrochenen Orthoklases entstand, ist von sekundärem Quarz und Orthoklas ausgefüllt; die Ränder des ursprünglichen Feldspatindividuums sind zermalmt.

Fig. II. Ein aus Orthoklas sekundär entstandener Mikroklin ist mit einem Biotitrahmen umgeben und von einem Sprunge durchsetzt.

Fig. III. Ein Biotiteinsprengling ist infolge der Druckwirkung mannigfaltig verbogen, in ihm eingeschlossene Apatitsäulchen (rechts unten) sind zerbrochen.

TAB. II.

Fig. IV. Teilweise zersetzter Orthoklas ist von einem frischen, sekundären Orthoklasmantel umhüllt.

Fig. V. Ein ursprünglicher Quarzeinsprengling ist in eine Reihe von ungleichzeitig auslöschenden Quarzkörnern zermalmt, welche von einem Biotitmantel umschlossen werden.

Fig. VI. Ein Biotiteinsprengling ist infolge des Druckes in einen dünnen, langen Streifen verdehnt.

Weitere Untersuchungen über die Regeneration.

I.

Arbeit aus dem pflanzenphysiologischen Institut der k. k. böhm. Universität.

Von

Dr. B. Němec.

(Mit 14 Textfiguren.)

Vorgelegt am 1. März 1907.

Seit dem Erscheinen meiner „Studien über die Regeneration“ habe ich mich unaufhörlich mit verschiedenen Regenerationsproblemen beschäftigt und will in einer Reihe von kleineren Abhandlungen über einige Resultate meiner neuen Untersuchungen berichten. Ich beginne mit der Schilderung einiger Versuche, welche die Gattung *Streptocarpus* betreffen. Zur selben Zeit, wo das Manuskript meiner Abhandlung dem Druck übergeben wurde, erschien die schöne Arbeit von F i g d o r (1907) über echte Regeneration an den Blättern von *Streptocarpus* und *Monophyllaea*, auf die ich in dieser Mitteilung nicht mehr eingehen konnte. Es wird dies in der zweiten Abhandlung geschehen, hier will ich nur hervorheben, daß ich F i g d o r s Resultate bestätigen konnte und daß sie mir Anlaß gegeben haben zur weiteren Verfolgung der echten Spreitenregeneration bei *Streptocarpus*.

I.

F r i t s c h (1904) teilt die Arten der Gattung *Streptocarpus* in drei Gruppen. In die erste (*Caulescentes*) gehören Arten mit gestreckten Internodien und mit zahlreichen, dekussiert gestellten Laubblättern. Die zweite Gruppe (*Rosulatae*) umfaßt Arten mit verkürzten Internodien, die Laubblätter sind zu einer dem Boden anliegenden Rosette zusammengezogen. Schließlich haben wir eine Gruppe, deren Arten während ihres ganzen Lebens unter normalen Bedingungen bloß ein assimilirendes Laubblatt bilden, welches ein Kotyledo ist (*Unifoliatae*). Diese Arten bieten

ein wichtiges Regenerationsmaterial dar und es wurden dieselben auch schon zu verschiedenen Versuchen benützt (Pischinger 1902, Goebel 1902). Diese Arten sind auch vom Standpunkte der vergleichenden Morphologie interessant, denn die Deutung einzelner Teile ihres Körpers ist nicht ohne weiteres unzweideutig auszuführen. Diesen morphologischen Verhältnissen widmeten ihre Aufmerksamkeit Hielscher (1879), Fritsch (1904), Goebel (1900), Schumann, Pischinger und andere Forscher.

Das Embryo der einblättrigen Arten besitzt zwei Kotyledonen, die am Anfang der Keimung fast gleich groß erscheinen. Dann beginnt aber ein Kotyledo stärker zu wachsen, sein Wachstum geschieht mit Hilfe eines an der Basis seiner Spreite befindlichen Meristems und so erreicht die Spreite eine bedeutende Größe, wogegen der andere Kotyledo ganz unscheinbar bleibt und sein Wachstum bald einstellt. Seine Spreite erreicht die Länge von 1—2 mm, der Stiel erscheint je nach den Beleuchtungsverhältnissen kürzer (im starken Licht) oder länger. An der Basis der ausgewachsenen Spreite des größeren Kotyledons entstehen die Infloreszenzachsen, gewöhnlich in einer größeren Anzahl und zwar entstehen dieselben in basifugaler Reihenfolge. Zwischen der Insertion der beiden Kotyledonen ist keine Endknospe entwickelt. Pischinger hat jedoch dicht oberhalb der Insertion des größeren Kotyledons eine kleine Gruppe von meristematischen Zellen gefunden, die das Basalmeristem vorstellen, welches später den Sekundärzuwachs des größeren Kotyledo und des Mesokotyls besorgt. Das Hypokotyl endigt nicht in eine Hauptwurzel, es ist selbst kurzlebig und wird durch das sog. Mesokotyl ersetzt. So bezeichnen wir jenen Teil der unifoliaten Pflanzen, welcher auf den ersten Blick den Stiel der Spreite des großen Kotyledo vorstellt.

Die morphologische Bedeutung einzelner Teile der unifoliaten Pflanzen suchten Hielscher (1879), Goebel (1900), Fritsch (1904) und andere Autoren klarzulegen. Es handelt sich hauptsächlich um das sog. Mesokotyl, den stielartigen Teil, welcher das große Keimblatt trägt. Fritsch hält dasselbe für ein Internodium der Hauptachse, welches zwischen das Hypo- und Epikotyl eingeschoben wurde. Die erste Infloreszenz soll eine in der Achsel des großen Keimblattes entstehende Achselknospe sein. Ihr folgen dann weitere Serialknospen.

Bei einzelnen unifoliaten *Streptocarpus*-Arten kommen nicht selten an Keimpflanzen Abnormitäten vor. Pischinger hat deren mehrere beschrieben, z. B. tut er solcher Erwähnung, wo beide Kotyledonen gleich groß waren, oder wenigstens wo beide einen sekundären Zuwachs erleiden und große assimilierende Flächen entwickeln. Auch trikotyle Pflanzen hat er gesehen, sowie junge Pflanzen, wo am oberen Teile des Mesokotyls mehrere kleine Blattspreiten entstanden. Er glaubt, es handle sich hier um atavistische Anklänge an den ehemaligen mehr-

blättrigen Zustand der unifoliaten Arten. Auch ich habe unter den zahlreichen Keimpflanzen¹⁾, die mir zu Gebote standen, verschiedene Abnormitäten beobachtet, unter anderem zahlreiche trikotyle Individuen, bei welchen jedoch immer nur ein Keimblatt den sekundären Zuwachs



Fig. 1. Zwei abnorme Pflanzen von *Streptocarpus Wendlandii* mit zwei ungefähr gleich großen und an der Basis verwachsenen Keimblättern.

zeigte. Ich fand auch zwei Individuen, welche gleich entwickelte beide Kotyledonen besaßen. (Fig. 1.) Dieselben waren mit ihrer Basis zu einer langen Röhre verwachsen, oben erweiterte sich dieselbe tutenförmig. Die Grenze zwischen dem röhrenförmigen Teil der verwachsenen Keim-

¹⁾ Ich habe meine Versuche mit der stattlichen Art *Str. Wendlandii* angestellt. Vergleichende Untersuchungen wurden an der kauleszenten Art *Str. caulescens* unternommen.

blätter und dem Mesokotyl war schon äußerlich gut zu erkennen. Am Mesokotyl stehen die Trichome schräg nach oben, von dem röhrenförmigen Teil der Keimblattbasis stehen dieselben wagerecht ab, was auch für das Mesokotyl und die Keimblattbasis der normalen Pflanzen gilt. Der röhrenförmige Teil war bei einem Individuum 8 cm, beim anderen 7.5 cm lang. Eine von diesen beiden Pflanzen wurde anatomisch untersucht.

F r i t s c h sagt (1904, p. 40), daß das Hypokotyl ein zentrales Gefäßbündel enthält, ähnlich wie der untere Teil des Mesokotyls. Aber höher treten die Gefäßbündel auseinander und bilden schließlich einen Kreis mit deutlichem Mark. Am Übergang in die Spreite stellen sich die Bündel halbkreisförmig, die konkave Seite des Kreises ist der morphologisch oberen Seite des Blattes zugekehrt.

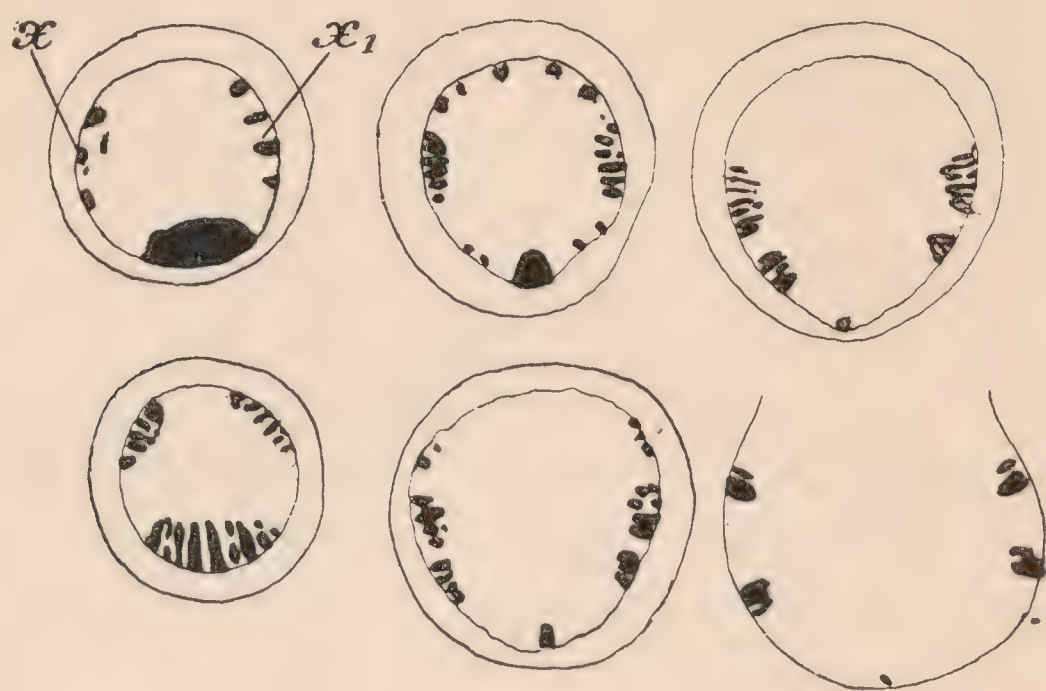


Fig. 2. Sukzessive Querschnitte durch das Hypo- und Mesokotyl einer Keimpflanze von *Str. Wendlandii*. Die erste Figur aus dem Hypokotyl, die weiteren aus dem Mesokotyl, die letzte aus der Basis der Spreite.

An Individuen, die etwa 5 Monate alt waren, konnte ich feststellen, daß die Gefäßbündel unterhalb und auch dicht oberhalb der Insertion des kleineren Keimblattes einen geschlossenen Ring bilden, der von einer Scheide sowie von einem Perizykel umgeben wird, so daß hier eine typische Stele vorliegt. Im Zentrum befindet sich das Mark, das im Hypokotyl nur schwach entwickelt ist. Die einzelnen Gefäßbündel sind jedoch nach den Holzpartien zu urteilen, regelmäßig am Querschnitte verteilt. Es gibt zwei transversal gelegene Gefäßpartien (Fig. 2, x , x_1), gegenüber der Insertion des kleineren Keimblattes liegt noch eine dritte Gefäßgruppe. Höher im Mesokotyl teilt sich jede von den zwei transversalen Gruppen in zwei Partien, sie entfernen sich allmählich von einander. Die mediane Gruppe wird immer schwächer. Gleichzeitig erscheinen neue vereinzelte Gefäße in der Stele. Aus Fig. 2 erhellt, daß die Transversalebene die Stele nicht in zwei gleiche Hälften teilt.

Anders bei der Pflanze mit gleich entwickelten Keimblättern. Die Stele ist am Querschnitt elliptisch, die längere Achse verläuft median zu den beiden Keimblättern. Im Hypokotyl sind die Gefäßelemente in zwei Partien geteilt, deren jede zu einem Keimblatte gehört (Fig. 3*a*). Dicht unter der Grenze zwischen dem Mesokotyl und den verwachsenen Keimblattstielen verteilen sich die Gefäßelemente gleichmäßig in der

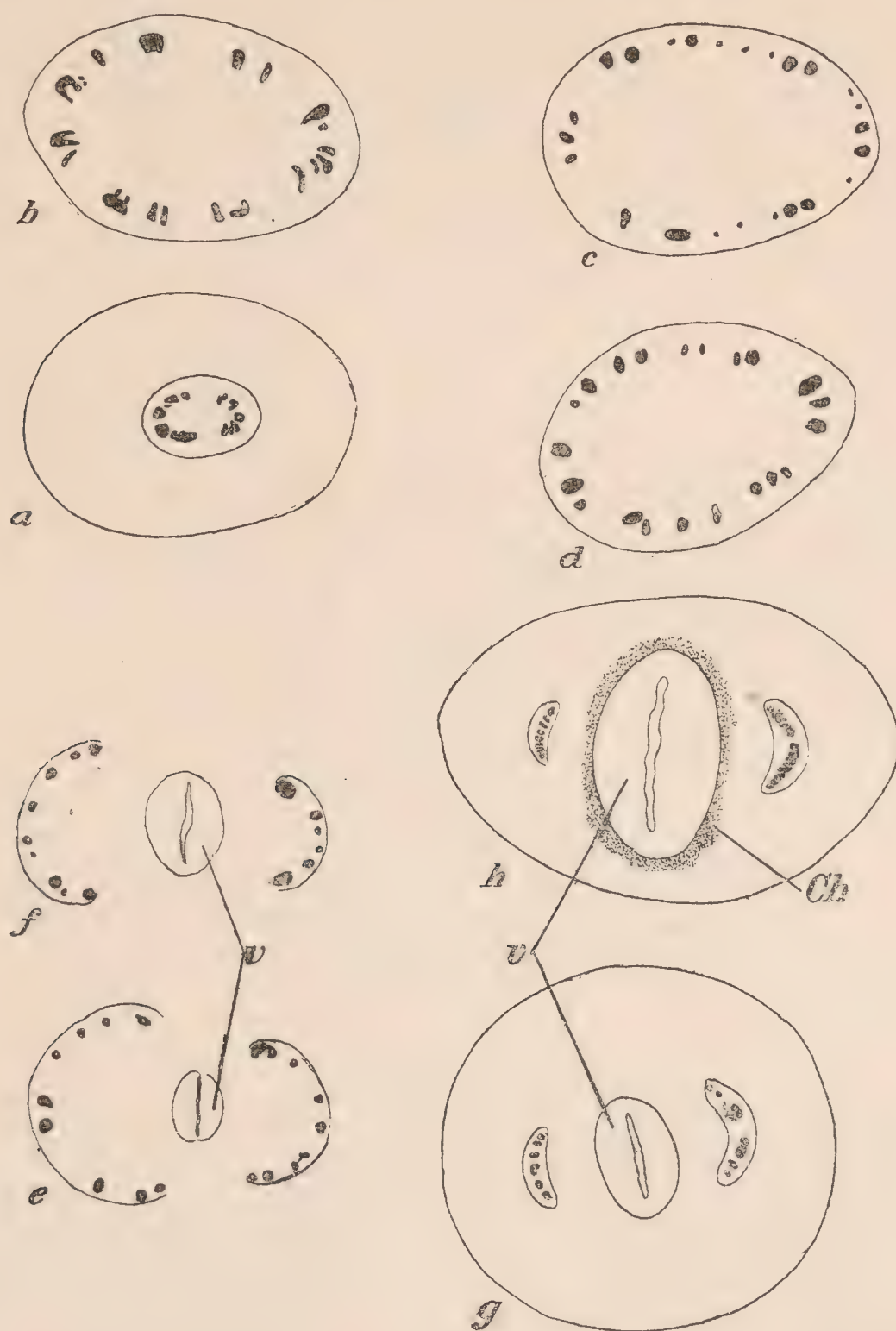


Fig. 3. Eine Reihe von Querschnitten durch die Stele einer Pflanze mit gleich großen Keimblättern. *a*) im Hypokotyl (auch der äußere Umriß des Hypokotyls gezeichnet), *b*) Stele dicht unter der Grenze zwischen dem Hypokotyl und der Kotyledonenbasis, *c*) in der Grenze selbst, *d*) 0.5 cm, *e*) 1 cm, *f*) 3 cm höher (*V* = Wassergewebe rings um die innere Höhlung), *g*) 2.2 cm, *h*) 0.6 cm unter der Spreitenbasis (in den Fig. *h* und *g* wurde auch der äußere Umriß gerechnet. *Ch* = Assimilationsgewebe).

Stele zu einem Ring (Fig. 3*b*), dasselbe sieht man eben an der Grenze selbst und einige *mm* oberhalb derselben. (Fig. 3*c*, *d*.) Hierauf teilt sich die Stele in zwei halbkreisförmige Partien (Fig. 3*c*), von welchen eine kleiner ist. Jedes von diesen halbkreisförmigen Gefäßbündelsystemen entspricht jenem System, das bei normalen Individuen am Übergang zwischen dem Mesokotyl und der Basis der Blattspreite vorhanden ist.

Sobald sich die Stele in zwei Partien geteilt hatte, erscheint zwischen ihnen eine spaltförmige Höhlung (Fig. *e*, *f*), die sich allmählich trichterförmig verbreitet. Das stielartige Gebilde, das oben in die beiden Keimblätter übergeht, ist demnach nicht solid, sondern hohl, die Höhlung beginnt etwa 7 *mm* oberhalb der Grenze zwischen dem Mesokotyl und der verwachsenen Basis der beiden Keimblätter. In die Höhlung ragen zahlreiche Trichome hinein, die Epidermis besitzt keine Spaltöffnungen, unter derselben liegt ein ein- bis zweischichtiges Wassergewebe. Erst hierauf folgt ein grünes Assimilationsgewebe (Fig. 3 *g*, *h*). Ein Wassergewebe kommt nach Fritsch auch bei anderen *Streptocarpus*-Arten vor, Pischinger fand es bei *Str. Wendlandii* bloß über den Hauptnerven entwickelt.

Es ist nicht daran zu zweifeln, daß der unterste Teil unserer beiden Pflanzen mit gleich großen verwachsenen Keimblättern bis zu jener Höhe, wo die Trichome plötzlich ihre Orientierung verändern, dem Mesokotyl der normalen Pflanzen entspricht, der hierauf folgende stielartige Teil entspricht den verwachsenen Basalteilen der Keimblätter; das halbkreisförmige Gefäßbündel vor der trichterförmigen Erweiterung der Höhlung entspricht dem Gefäßbündel des Hauptnerven einer normalen Pflanze, was auch aus dem Vorhandensein des Wassergewebes unter der Epidermis der Höhlung hervorgeht. Offenbar entstand dieser stielartige Teil ebenso wie der größte Teil der beiden Spreiten als sekundärer Zuwachs durch die Tätigkeit eines Basalmeristems. Das erhellt auch aus dem Umstande, daß die ganze Höhe der beiden Pflanzen vom Mesokotyl hinauf gemessen (15 *cm* und 17·5 *cm*) ungefähr der Länge des sekundär zugewachsenen Spreite des großen Keimblattes normaler Pflanzen gleichkommt.

Bei einem anderen Individuum war der Stiel des kleineren Keimblattes stark verlängert und teilweise mit dem Mesokotyl und Hauptnerv des größeren Keimblattes verwachsen. Die Pflanze wurde im Mai 1906 ausgesät, am 15.-I. 1907 besaß sie eine 24 *cm* lange und 12 *cm* breite Spreite. Der Stiel des kleineren Keimblattes war 9 *cm* lang, nur seine oberen 4 *cm* waren frei. Er trug eine 3 *mm* lange Spreite. Überhaupt muß bemerkt werden, daß *Str. Wendlandii* häufig verschiedene Abnormitäten aufweist und es wäre interessant näher zu untersuchen, um was für Variationen resp. Modifikationen es sich in denselben handelt.

Zu Regenerationsversuchen dienten unifoliate *Streptocarpus*-Arten, wie schon betont wurde, mehreren Forschern. So Goebel (1902, 1903), Pischinger (1902), Figdor (1907). Ich werde hier nur die wichtigsten Resultate der genannten Autoren anführen. Goebels (1902) Versuche ergaben, daß das Mesokotyl, wenn das große Keimblatt samt dem Basalmeristem abgeschnitten wurde, keine Regeneration zeigt. Wurde der Schnitt in der Höhe der Insertion der beiden Spreitenflügel am Mesokotyl geführt, so arbeitete das Basalmeristem weiter und

bildete neue kräftige Flügel. Daneben entstanden neue Blätter und zwar an verschiedenen Stellen, oder es entwickelte sich auch die Achselknospe des zweiten, kleineren Keimblattes. An blühenden Pflanzen, denen die Infloreszenz abgeschnitten, die assimilierende Spreite jedoch belassen wurde, wurden ebenfalls Adventivsprosse gebildet, die zu neuen Infloreszenzen erwachsen. P i s c h i n g e r (1902) hat zahlreiche Versuche angestellt, aus denen zunächst hervorgeht, daß durch die Tätigkeit des Basalmeristems immer eine neue assimilierende Spreite hergestellt wird, wenn die Spreite des großen Keimblattes oberhalb des Basalmeristems abgeschnitten wird. Wird das größere Keimblatt samt dem Basalmeristem entfernt, so entsteht häufig an der Schnittfläche ein neues Blatt. Daneben entstehen neue Blätter am Mesokotyl. Wenn in solchen Fällen das Individuum mehrere adventive „Blätter“ bildet, so soll da eine atavistische Erscheinung vorliegen. Häufig wurde durch die Entfernung des größeren Keimblattes das kleinere zu erneutem Wachstum angeregt. Auch mit einer *Streptocarpus*-Art, die mehrere Laubblätter entwickelt, hat P i s c h i n g e r Versuche angestellt, und zwar mit *Str. Gardenii*. Das größere Keimblatt wird hier für gewöhnlich nicht regeneriert, hingegen wird häufig das kleinere Keimblatt zu einem kräftigen Wachstum angeregt. Wenn dies nicht geschieht, so werden Adventivblätter gebildet.

Neue Regenerationsversuche hat G o e b e l (1903) mit Pflanzen angestellt, die schon Infloreszenzanlagen besaßen. Wurde die Infloreszenz abgetrennt und daneben auch die Spreite, ihren Basalrand ausgenommen, so haben sich in einem Fall drei Adventivsprosse gebildet, die in ihrer Form und im Wachstum der Keimpflanze glichen, doch ließ sich der kleinere Kotyledo nicht mit Sicherheit feststellen. Diese Adventivsprosse bildeten keine Blätter mehr, sie besaßen ein Mesokotyl, an dessen Basis Adventivwurzeln zum Vorschein kamen. Anderen Pflanzen wurden junge Infloreszenzen abgeschnitten und es entstanden an der Basis der ursprünglichen Infloreszenzen zahlreiche Adventivsprosse. Sie kommen bald zur Blüte. Auch an isolierten Blattspreiten kam es zur Anlage von Adventivsprossen, allerdings erst nach längerer Zeit. Wurde aus der Basis der Blattspreite ein größeres Stück ausgeschnitten, so entstanden Adventivsprosse an den unteren Enden der durchschnittenen dickeren Blattnerven. G o e b e l hebt hervor, daß die Adventivsprosse weder direkt an der Wundfläche noch an irgend einem Kallus entstehen.

Analog wie eine unifoliolate *Streptocarpus*-Pflanze verhält sich auch die einblättrige Gesneriacee *Monophyllaea Horsfieldii*. Schon P i s c h i n g e r hat mit derselben einige Versuche angestellt. Wird die Spreite des größeren Kotyledons ohne Verletzung des Basalmeristems entfernt, so wächst eine neue Spreitenfläche heran, wie bei unifoliaten *Str.*-Arten. Weitere Angaben verdanken wir F i g d o r (1903). Wurde den Keimpflanzen das größere Keimblatt samt dem Basalmeristem abgeschnitten, so erschien an der Schnittfläche ein Kallus, aus dem Adventivsprosse

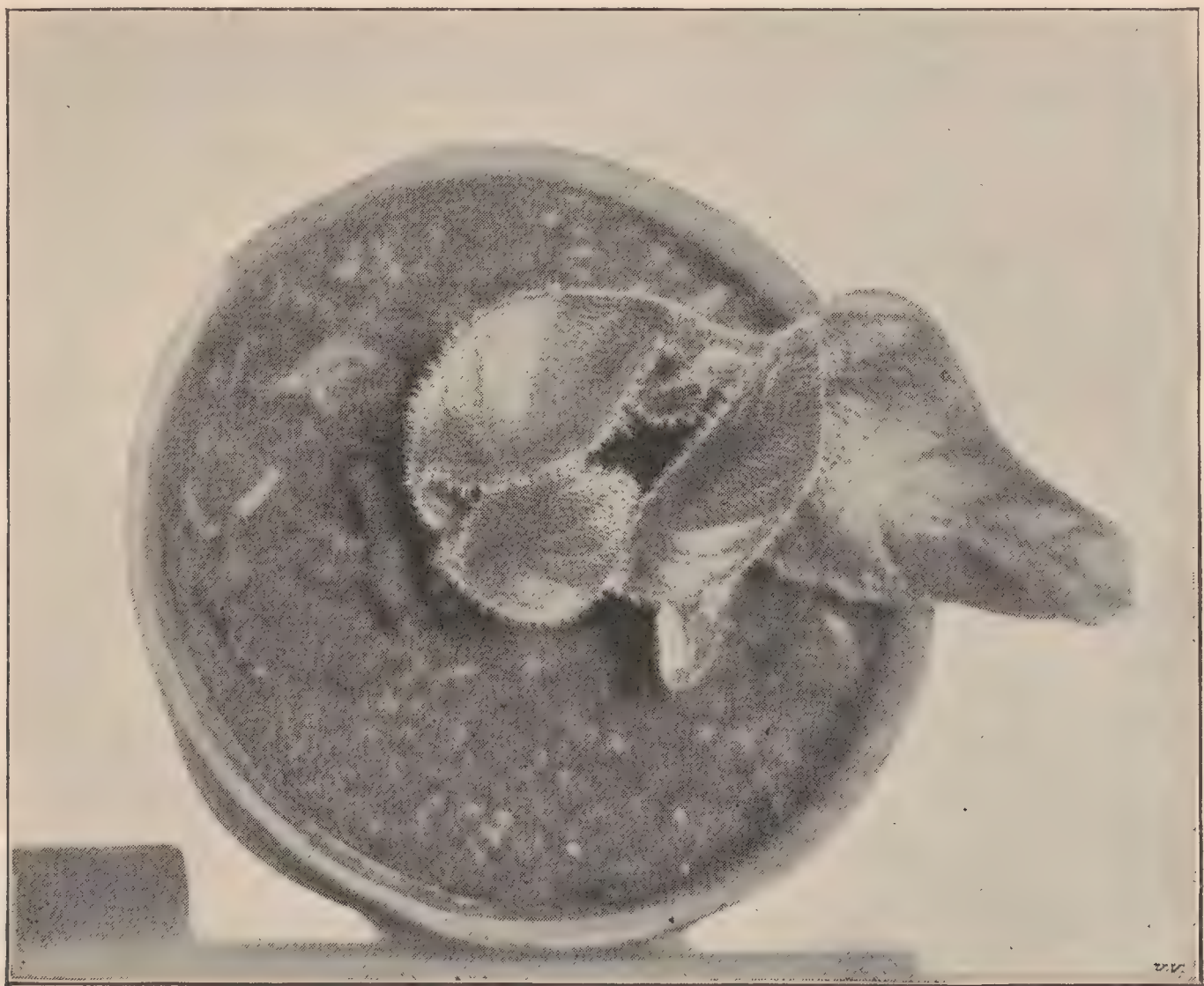
heranwuchsen, die meistens zweiblättrig waren, wobei ein Blatt immer größer war als das zweite opponierte. Es wiederholte sich hier also die Form der Keimpflanzen. Daneben erschienen auch einblättrige Adventivsprosse. Nach Przi b r a m (1906) beobachtete Figdor auch an isolierten Blättern von *Monophyllaea* das Erscheinen von Adventivsprossen und was besonders merkwürdig ist, an Blättern, die im jugendlichen Zustande median gespalten wurden, ließ sich eine wahre Seitenregeneration (Restitution) beobachten.

Von unifoliaten Arten habe ich *Str. Wendlandii* zur Disposition gehabt. Zu den ersten Versuchen dienten Pflanzen, die im Mai 1906 ausgesät wurden. Die meisten wurden früh in einzelne Blumentöpfe verpflanzt, andere wurden gemeinsam in einer größeren Tonschale wachsen gelassen. Diese Pflanzen waren kleiner als die isoliert kultivierten, aber sonst waren sie ganz gesund.

Am 11.-IX. 1906 besaßen die letzteren Pflanzen eine 3—4 cm lange Spreite. Dieselbe wurde nun in verschiedener Entfernung von der Basis der Blattspreite abgeschnitten, die isolierten Spreiten in Sand eingepflanzt und im Warmhaus weiter kultiviert. Nach 14 Tagen waren alle Spreiten (einige besaßen allerdings einen 0.2—1.2 cm langen Mesokotylstumpf) bewurzelt, sie wurden teils einzeln in Töpfe, teils gemeinsam in eine größere Tonschale in gute Gartenerde eingepflanzt. Im Vergleiche mit intakten Individuen wuchsen diese isolierten Spreiten anfangs langsamer. Sie haben sich reichlich bewurzelt, die Wurzeln entstanden entweder direkt an der Wundfläche oder in ihrer nächsten Nähe, ein größerer hyperplastischer Kallus wurde nicht gebildet. Anfangs Oktober wurden die ersten Adventivpflanzen beobachtet. Sie waren sämtlich einblättrig, sitzend, d. h. das Mesokotyl war noch nicht deutlich zu unterscheiden, die beiden Spreitenhälften waren zusammengefaltet, so daß ihr Querschnitt U-förmig war. Diese Adventivsprosse wuchsen dann intensiv weiter, so daß sie im November und Dezember das Aussehen von normalen, 3—4 Monate alten Keimpflanzen hatten. Ende Oktober wurden einige Pflanzen mit Adventivsprossen fixiert.

Sowohl die meisten ursprünglichen Spreiten als auch die Adventivsprosse zeigten auch weitere Zuwächse, die jedoch recht verschieden groß waren. Alle Adventivsprosse wuchsen anfangs annähernd gleich schnell, aber meist blieben dann einige im Wachstum zurück, so daß eine Mutterspreite verschieden große Sprosse trug. Die ursprüngliche Spreite wuchs verschieden stark je nach dem Orte, wo der Schnitt geführt wurde. Je länger der ihnen belassene Mesokotylteil war, also je tiefer unter der Insertion der Spreitenbasis der Schnitt geführt wurde, desto stärker wuchs das Blatt. Wurde der Schnitt in der Höhe der Spreiteninsertion oder in der Spreite selbst geführt, so wuchs das Blatt schwächer oder gar nicht. Das

ist gut begreiflich, denn an der Basis der Spreite befindet sich ein Meristem, durch dessen Tätigkeit das sekundäre Wachstum des Blattes ermöglicht wird. Wird der Spreite das Basalmeristem genommen, so kann das Wachstum ganz eingestellt werden (außer wenn sich ein neues Basalmeristem sekundär differenziert); das Wachstum wird aber auch dann vorübergehend (auf zehn und mehr Tage) eingestellt oder sistiert, wenn der Schnitt im Mesokotyl in der Nähe des Basalmeristems geführt wird. Ähnliches hat schon Pischinger beobachtet und es handelt sich hier äußerlich um einen Wundshock. Dann wächst die Spreite an ihrer Basis weiter, aber häufig ist der erste nach der Verwundung erscheinende



[Fig. 4. Isolierte Spreite von *Str. Wendlandii* mit vier ungleich großen Adventivsproßen. Die urspr. Spreite ragt über den Topfrand.

Zuwachs schmaler, d. h. die Spreitenflügel sind schwächer entwickelt, als sie ursprünglich waren, sie sind auch verschieden tief und unregelmäßig gekerbt oder gezähnt, häufig sind sie auf eine schmale Leiste reduziert. (Fig. 6.) Später verbreiten sich die Flügel wieder, so daß dann die Spreite durch zwei gegenseitige symmetrische Einschnitte in eine vor und nach der Verwundung entstandene Partie geteilt erscheint. (Fig. 6.)

Es steht also sicher, daß durch die Verwundung, auch wenn sie das Basalmeristem nicht direkt betrifft, das Spreitenwachstum vorübergehend sistiert oder herabgesetzt wird. Zweitens, daß die Tätigkeit des Basalmeristems derart verändert wird, daß der direkt nach der Verwundung entstehende Zuwachs schmaler ist als die ursprüngliche Spreite. Womit hängt diese Wachstumsänderung zusammen? Durch die Isolation des

Blattes wurde der Transpirationsstrom bedeutend herabgesetzt, anfangs vielleicht ganz eingestellt. Weiter könnte ja das Wachstum der Spreite in Korrelation mit dem Wachstum der Wurzeln stehen (H e r i n g 1896, K n y 1901). Tatsächlich stellt sich das Wachstum ungefähr wieder ein, oder steigt bedeutend etwa zur Zeit, wo Adventivwurzeln erscheinen. Aber da die Herabsetzung des Wachstums mit der Entfernung des Schnittes vom Basalmeristem sinkt, obzwar doch immer die Korrelation zwischen der Blattspreite und dem Wurzelsystem in gleicher Weise unterbrochen wurde, so wird dieser Korrelation kaum eine entscheidende Bedeutung



Fig. 5. Zwei isolierte Spreiten mit Adventivsprossen; die erste besitzt drei gleich entwickelte Sprosse.

zukommen. Das ist noch einleuchtender für die Verschmälerung der Spreite, denn diese erscheint eben erst während und nach der Restitution der Wachstumsintensität; wenn der Schnitt direkt das Basalmeristem getroffen hat, so kann die Verschmälerung der Spreite dauernd sein. Es scheint daher, daß die Herabsetzung des Wachstums sowie die Verschmälerung der Spreite Folge einer traumatischen Reizung ist. Es ließe sich dann nach Analogie mit anderweitigen Erfahrungen leicht begreifen, warum die Größe der Wachstumsstörung von der Entfernung der Verwundung vom Basalmeristem abhängig ist.

Wenn ein Blatt mehrere Adventivsprosse produzierte, so entstanden dieselben ungefähr zu gleicher Zeit. Sie werden etwa 4—5 Wochen nach der Isolierung der Spreite gebildet. In einem einzigen Falle trug eine

Spreite vier Adventivsproße. (Fig. 4.) Sonst besaßen die Pflanzen 1—3 Adventivsproße. Einige bildeten jedoch gar keine Adventivsproße und es waren dies Spreiten, denen etwa 5 mm vom Mesokotyl belassen wurde. In der nachfolgenden Tabelle führe ich die Dimensionen einiger gemessener Exemplare (in cm) an, wie ich dieselben am 1. Februar 1907 gefunden habe; und zwar wird die Länge des Mesokotylstumpfes, dann die Länge und Breite der Mutterspreite, weiter die Dimensionen der Adventivsproße angegeben.

Nr.	Ursprüngliches Blatt		Die zugehörigen Adventivsprosse	
	Das Mesokotyl	Die Spreite (Länge und Breite)	Das Mesokotyl	Die Spreite
I.	5	19 × 6.5	} keine Adventivsprosse	
II.	4	18 × 6.3		
III.	2	12 × 4.5	2	11 × 6
IV.	2.5	14 × 4.5	1.2	9 × 5
V.	0	6 × 4	}	11 × 6
				5.5 × 3.2
VI.	2	11 × 4.5	}	6 × 3
				7 × 4
VII.	1	6 × 2.5	}	7.5 × 4
				1.5 × 1
VIII.	0	3.5 × 3	}	4.4 × 2.8
				4 × 2.3
				2 × 1.5
IX.	2	7.5 × 3	}	2 × 1.4
				2.8 × 1.8
				1.9 × 0.8
X.	1.6	10 × 3.5	}	7.5 × 2.5
				8 × 3
				7 × 2.6
XI.	0	6.5 × 3.2	}	8 × 3.5
				3 × 1.5
				1 × 1.5
XII.	0	5.5 × 3	}	3 × 1.5
				3.5 × 2
				3.5 × 1.2

Es ist aus der Tabelle zu ersehen, daß die Zahl der Adventivsproße mit der Länge des mit der Spreite in Verbindung gebliebenen Mesokotylstumpfes nicht zusammenhängt. Übrigens läßt sich an den operierten

Pflanzen die Länge des mesokotylen Stumpfes nicht genau feststellen, da die Grenze zwischen ihm und der Spreite nicht immer deutlich ausgeprägt ist, denn häufig läuft die Spreite an einem stielartigen Gebilde herab, das offenbar den durch den traumatischen Reiz modifizierten sekundären Flächenzuwachs der ursprünglichen Spreite vorstellt.

Hingegen hängt sicher die Länge des Mesokotyls mit der Auslösung des Wundreizes zusammen. Die Pflanzen Nr. I, und II, die das längste Mesokotyl besaßen, haben auch keine Adventivsproße gebildet. Sie besitzen aber die längsten Spreiten. Die kürzeste Spreite besitzen Pflanzen, welche an der Basis der Spreite abgeschnitten wurden (Nr. V. VIII,

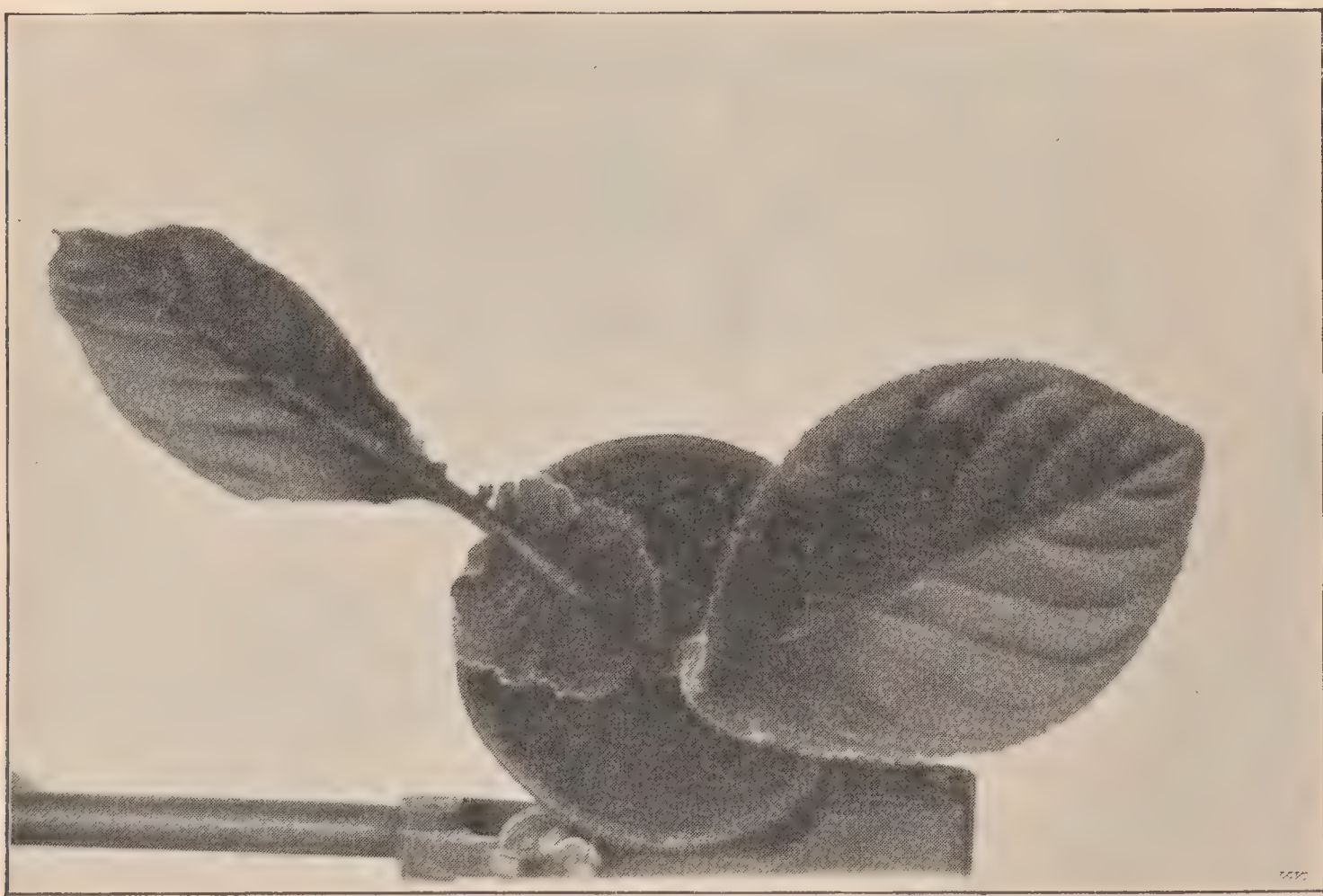


Fig. 6. Isolierte Spreite, die einen Adventivproß gebildet hatte und eine symmetrische Verschmälerung aufweist.

XI, XII). Von den Adventivsproßen besitzen die längste Spreite Sproße, die in der Einzahl am Mutterblatt entstanden sind. Dieses ist ebenfalls recht groß (Nr. III, IV). Die beiden gemessenen Individuen zeigten an der ursprünglichen Spreite die schon besprochene symmetrische Verschmälerung (Fig. 6) der beiden Flügel.

Wurden die isolierten Spreiten noch durch einen mit dem Hauptnerv parallelen, etwa 0·7 cm langen Einschnitt verwundet, so bewurzelte sich der so hergestellte Spreitenlappen an seiner Basis selbständig und bildete hier auch Adventivsproße (Fig. 7), die allerdings kleiner blieben als jene, welche am Hauptnerv entstanden sind.

An der Wundfläche entstand nie ein größerer Kallus. Die Adventivsproße entstanden immer an der Basis der isolierten Spreite, resp. an dem Mesokotylstumpfe, der mit derselben in Zusammenhang blieb. Sie saßen nie an der Wundfläche selbst. Ihre Entfernung von der Wund-



Fig. 7. Isol. Spreite von der durch einen Längseinschnitt ein kleiner Lappen abgetrennt wurde, der einen kleinen Adventivsproß trägt.

fläche war verschieden. Bei Pflanzen, die einen längeren Mesokotylstumpf besaßen, betrug sie bis 9 *mm*. Überhaupt entstanden die Sproße immer am Mesokotylstumpfe, wenn ein solcher vorhanden war, an der Spreite nur dann, wenn der Schnitt das ganze Mesokotyl

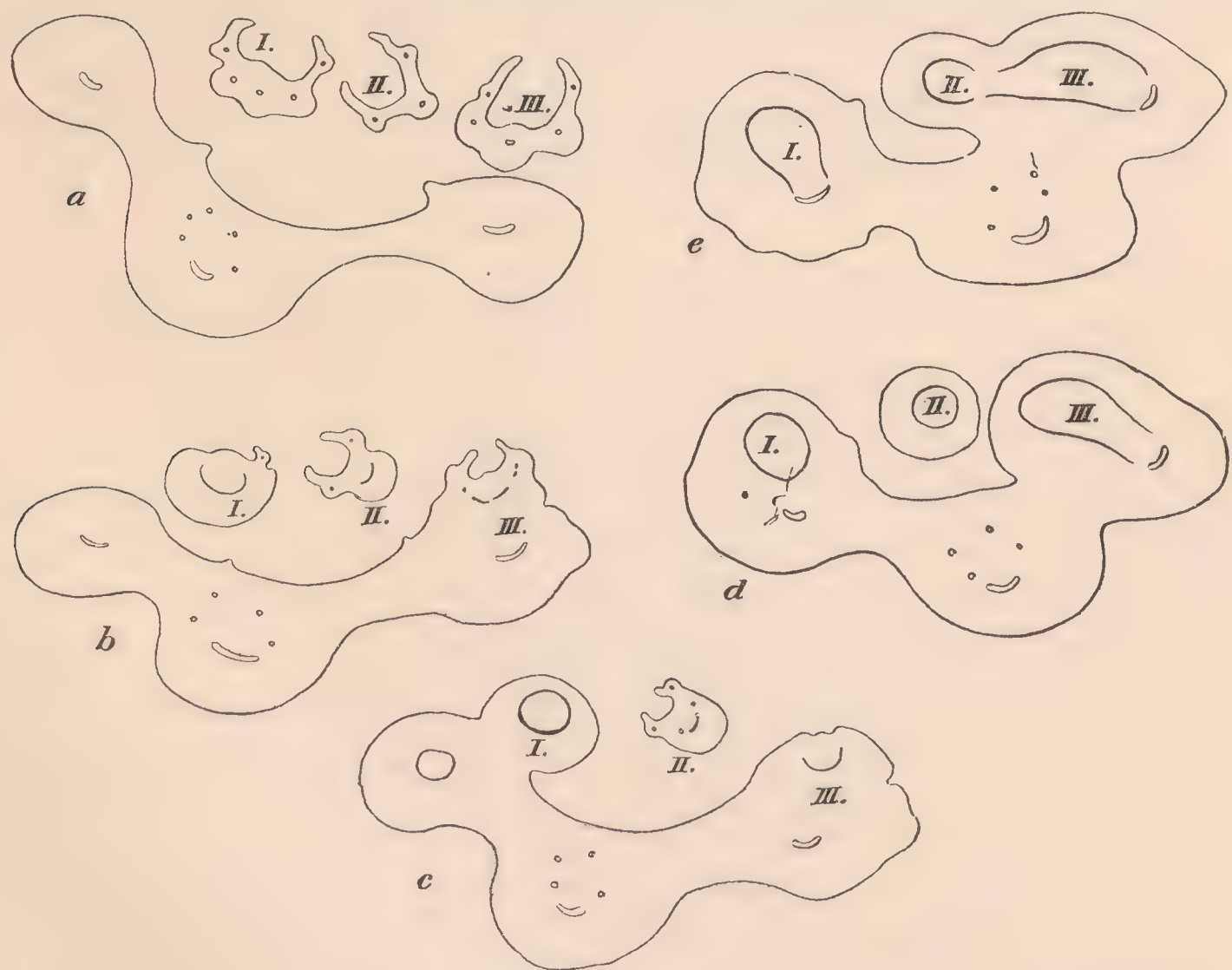


Fig. 8. *a—e*. Sukzessive Schnitte durch die Basis einer isolierten Spreite, die drei Sproßanlagen besitzt. Die Trichome wurden nicht gezeichnet.

entfernt hatte. Zuweilen verlängerte sich das Mesokotyl des Adventivsproßes in Verbindung mit dem Mittelnerv des Mutterblattes, auch konnte hier und da die Spreite des Adventivsproßes mit jener an ihrer Basis verwachsen erscheinen. Immer saßen die Adventivsproße an der morphologisch oberen Seite der ursprünglichen Pflanze.

Fig. 8 *a—e* stellt fünf Querschnitte (die Trichome wurden nicht eingezeichnet) aus einer Serie durch den basalen Teil eines isolierten Blattes vor, das durch einen dicht unter dem Basalmeristem geführten Schnitt isoliert wurde und (vom 11. IX.—29. X.) drei Adventivsproße angelegt hatte. Die Spreiten der Adventivpflanzen sind ebenso orientiert wie die Mutterspreite, sie kehren also ihre Unterseite der Oberseite der letzteren zu. Die jungen Spreiten sind noch U-förmig zusammengelegt. Ein Adventivsproß (I) ist über dem durchschnittenen linken Seitennerven gelegen, am rechten Seitennerv sind zwei übereinander entstanden (II, III). Bei den Sproßen I und II ist das Mesokotyl deutlich differenziert (Fig. 8 *d*, II), bei dem dritten ist es noch mit der Mutterspreite verwachsen, so daß seine Spreite bis auf das Mutterblatt herabläuft (Fig. 8 *b*, III). Bei keinem Adventivsproß läßt sich an der Grenze zwischen dem Mesokotyl und der Spreite ein Vegetationskegel in der Form eines deutlichen Höckerchens feststellen. Im Mesokotyl bilden die Gefäßbündel eine am Querschnitt kreisförmige Stele, dies ich am Übergang zur Spreite U-förmig öffnet und zwar dadurch, daß die medianen Gefäßbündel der oberen Seite im Basalmeristem endigen. Offenbar stellen uns die übrigen Gefäßbündel die innere Blattspur der Spreite vor.

Die *Streptocarpus*-Spreiten können mehrmals hintereinander regenerieren. Es wurden z. B. den Spreiten, die anfangs September isoliert wurden und Adventivsproße gebildet hatten, die Adventivsproße anfangs November abgeschnitten und die alten Spreiten in Sand wiederum eingepflanzt. Es erschienen an demselben wiederum Adventivsproße und dies geschah auch bei Sprossen, welche unter einer Glasglocke im Institute an einem nach Westen gekehrten Fenster kultiviert wurden. Sie waren da offenbar schwach beleuchtet, die Adventivsproße erschienen an ihnen etwa um zwei Wochen später (anfangs Jänner) als dies bei Pflanzen, die im Gewächshaus kultiviert wurden, geschah. Fig. 9. stellt ein solches zum zweitenmal regenerierendes Blatt vor.

Andere Versuche wurden mit einigen etwas älteren Pflanzen angestellt. Sie erwuchsen aus am 22. Mai 1906 ausgesäeten Samen, der Versuch wurde am 26. November 1906 begonnen. Die Spreiten dieser Pflanzen waren im Durch-



Fig. 9. Isoliertes Keimblatt von *Str. Wendlandii*, das zum zweitenmale zwei Adventivsprosse gebildet hatte.

schnitt 17 *cm* lang, 8 *cm* breit. Am 25. und 26. Februar 1907 weisen operierte Pflanzen nachfolgende Verhältnisse auf:

I. Der Schnitt wurde 0.5 *cm* unter der Spreitenbasis geführt. Die Spreite ist 23 *cm* lang, 8 *cm* breit, der Mesokotylstumpf mißt 2 *cm*. An der Wundfläche sowie am Mesokotyl selbst sind zahlreiche Adventivwurzeln vorhanden, Adventivsprosse wurden nicht gebildet.

II. Der Schnitt wurde direkt unter der Spreitenbasis geführt. Die Spreite mißt 21×10.5 *cm*, die vordere Hälfte des Hauptnerven hat sich nach unten in einen etwa 1 *cm* langen Stumpf verlängert, der zahlreiche Wurzeln trug. (Fig. 10 B.) Adventivsprosse gab es nicht.

III. Der Schnitt wurde 0.5 *cm* oberhalb der Spreitenbasis geführt. Die Spreite mißt 18×8 *cm*. Die untere Partie der Spreite ist stark verschmälert und zwar an der Basis bis zum Hauptnerven, zwei starke durchschnittene Seitennerven sind ebenfalls nach unten verlängert. Die Schnittfläche trägt am Hauptnerven zahlreiche Wurzeln. An demselben sitzen auch zwei Adventivsprosse, der erste ist 13 *mm*, der andere 0.8 *mm* lang.

Bei den folgenden Pflanzen wurde der Querschnitt mit einem oder zwei Längseinschnitten kombiniert.

V. Der Querschnitt, durch welchen die Spreite vom Mesokotyl abgetrennt wurde, wurde 0.5 *cm* unter der Spreitenbasis geführt, außerdem wurde durch einen medianen, 1 *cm* langen Längseinschnitt der Hauptnerv gespalten. Das Mesokotyl mißt 1.4 *cm*, die Spreite 20×9 *cm*. Der Schnitt wurde streng median geführt, es trat an den beiden Hälften bisher keine Restitution der Spreite auf. Adventivpflanzen gibt es nicht.

VI. Der Querschnitt wurde 1 *cm* oberhalb des Basalmeristems geführt; außerdem wurde im Hauptnerv 2 *cm* tief ein medianer Längseinschnitt geführt. Die Spreite mißt 11.7 *cm*, an den Stellen, wo die Nerven durchgeschnitten wurden, gibt es zahlreiche Wurzeln. An der Basis des Hauptnerven (jedoch nie an der Wundfläche selbst) gibt es verschieden große Adventivsprosse (der größte besitzt ein 0.9 *cm* langes Mesokotyl, seine Spreite mißt 3.5×2.3 *cm*, zwei Sprossen sind ein wenig kleiner. Der kleinste ist nur 1.5 *cm* lang. Eine Spreitenhälfte trägt 5, die andere 5 Adventivsprosse).

VII. Der Querschnitt wurde 0.5 *mm* unter dem Basalmeristem geführt, der Hauptnerv wurde dann durch zwei 1 *cm* lange Längseinschnitte verwundet, die symmetrisch geführt und \wedge -förmig an der oberen Fläche des Hauptnerven zusammentrafen. Der Hauptnerv wurde dadurch an seiner Basis in drei Partien geteilt, eine mittlere, keilförmige und zwei seitliche, die Spreitenflügel tragende. Diese letzteren erscheinen am 26. Februar nicht gleich groß. Eine besaß einen 2 *cm* langen Mesokotylstumpf, sie trug an ihrer Basis einen restituirten zweiten Spreitenflügel. Die zweite äußere Partie trug einen 1 *cm* langen Mesokotylstumpf, sie restituierte nicht den zweiten Spreitenflügel, am Mesokotyl trug sie jedoch einen 0.9 *mm* langen Adventivproß. Der mittlere keilförmige Teil des Mittel-

nerven wies keinen Zuwachs auf, aber an seiner Bauchseite trug er einen 0.7 mm langen, ganz normalen Adventivsproß. Die ganze Mutterspreite maß 23×7 cm.

VIII. Der Querschnitt wurde dicht unter dem Basalmeristem angebracht, in den Hauptnerv wurden noch zwei nach oben konvergierende Längseinschnitte geführt, die jedoch an der oberen Fläche der Blattes nicht zusammentrafen. Die Spreite maß 23×7.2 cm, die Mesokotyle der zwei äußeren, die Spreitenflügel tragenden Teile waren gleich dick und etwa 0.5 cm lang, die Spreitenhälften wurden nicht restituiert. Der mittlere Teil zeigte keinen Zuwachs, er trug jedoch nahe bei seiner Basis 3 kleine Adventivsprosse.

Von den ursprünglichen Mesokotylen, die der Spreite beraubt wurden, starben die meisten ab, ohne einen Anlauf zur Regenerationstätigkeit aufzuweisen. Es erhielten sich nur Mesokotyle, denen das Basalmeristem belassen wurde, und zwar jene, welche zu den Spreiten Nr. III, IV und VI angehörten. Beim Mesokotyl Nr. III ist die Spreite bedeutend zugewachsen, sie maß 3.5×3.5 cm. Der Mittelnerv war bedeutend kürzer als die Spreitenflügel, ähnlich wie das für andere Blätter bekannt ist. (L o p r i o r e 1906, F i g d o r 1905.) Die Spreite war gegen die Basis zu bedeutend verschmälert. Diese Verschmälerung fehlte bei der Spreite der Pflanze Nr. IV, sie war hier 6.3 cm lang, 6.5 cm breit.

Der Rest der Spreite, welche dem Mesokotyl Nr. VI gelassen wurde, wurde durch einen medianen Längseinschnitt 0.5 cm tief unter die Spreitenbasis gespalten. Doch wurde der Schnitt nicht genau median geführt, daher die beiden Hälften nicht gleich stark wuchsen. Am 1. Feber 1907 maß die stärkere Hälfte 5×2.8 cm, die schwächere 4×3 cm. Die schwächere Hälfte trug am Mesokotyl unter der Spreitenbasis einen Adventivsproß, die stärkere zeigte an ihrer Basis den Anfang einer restituierten zweiten Spreitenhälfte. Am 26./2. 1907 maß die stärkere Hälfte 8×3 cm, die schwächere 5×3 cm. Bei der stärkeren Hälfte war der zweite Spreitenflügel in der Länge von etwa 1.5 cm restituiert, wogegen die schwächere Hälfte einen Adventivsproß mit 2.8 cm langer Spreite trug.

Am 28. Oktober 1906 wurde ein anderer Versuch mit Pflanzen ausgeführt, die im März 1906 ausgesät wurden. Die Pflanzen wurden früh isoliert und besaßen stattliche, 25—28 cm lange Spreiten. Die Spreiten, welche 0.8 cm unter dem Basalmeristem abgeschnitten wurden, bewurzelten sich leicht, Ende Februar wiesen sie keine Adventivsprosse auf. Ihre Spreiten waren am 23./2. 1907 29—30 cm lang, 13.5—16 cm breit. Die Wundfläche trug zahlreiche Adventivwurzeln. Bei Spreiten, welche dicht unter dem Basalmeristem oder auch dicht oberhalb desselben abgeschnitten und dann eingepflanzt wurden, war die Basis verschmälert, aber es gab keine Adventivsprosse.

In allen bisherigen Versuchen bildeten nur jene Spreiten Adventivsprosse, bei welchen der Schnitt dicht unter dem Basalmeristem oder in

der Spreite selbst geführt wurde, in letzterem Falle regenerierten die Spreiten bei jüngeren Pflanzen immer. Bei Pflanzen, deren isolierte Spreite noch durch Längseinschnitte verwundet wurde, erschienen Adventivsprosse: 1. überall da, wo schon der Querschnitt selbst Anlaß zur Regeneration gegeben hätte, 2. wenn dies der Fall nicht gewesen wäre, erschienen Adventivsprosse nur dann, wenn der Längseinschnitt nicht median geführt wurde, so daß eine Hälfte viel schwächer wuchs. Sie allein produzierte Adventivsprosse. Wird der Hauptnerv durch zwei Längsschnitte verwundet, so bilden sich Adventivsprosse an dem mittleren Streifen, und zwar wie überall an der oberen Seite, fehlt hier die Epidermis, an seiner unteren Fläche. Wurde dem Mesokotyl das Basalmeristem samt dem basalen Spreitenteile gelassen und diese dann median gespalten, so wurden keine Adventivsprosse gebildet. Wurde jedoch der Längseinschnitt nicht genau median geführt, so wuchs dann eine Spreiten-

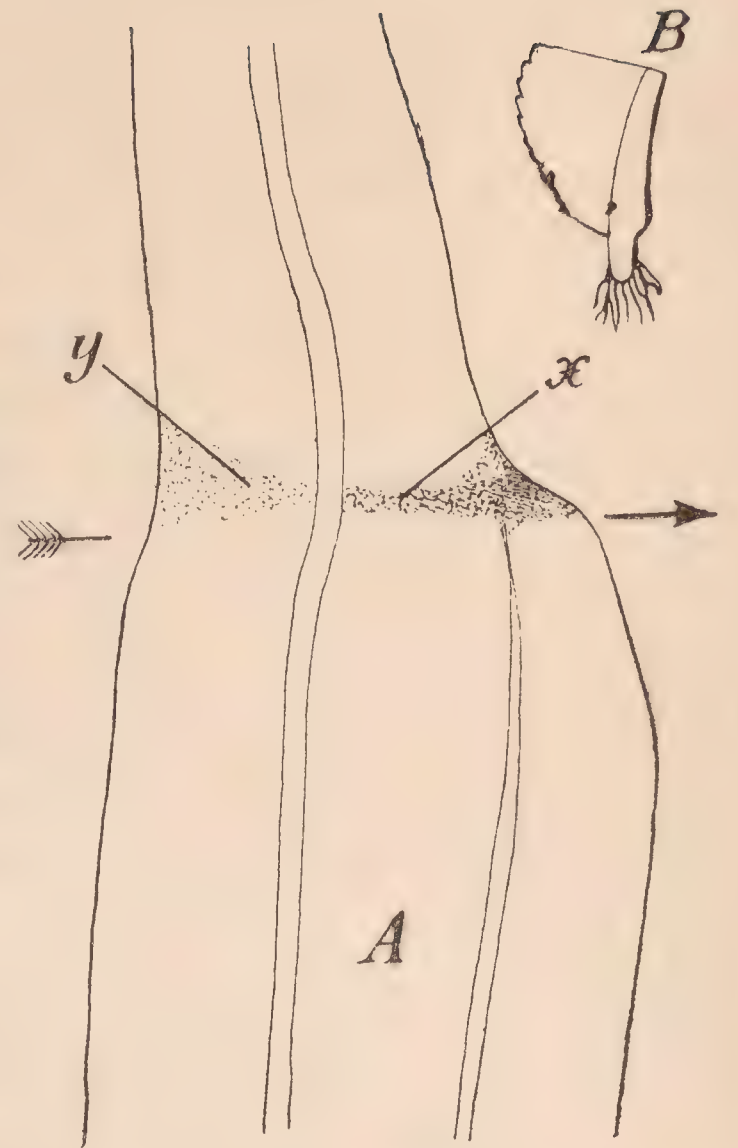


Fig. 10. A. Längsschnitt durch das Mesokotyl einer älteren Keimpflanze von *Str. Wendlandii*; an der Grenze zwischen dem Mesokotyl und der Spreite x, x y = Basalmeristem. B. die Basis einer durch einen in der Höhe des Pfeiles geführten Schnitt isolierten Spreite, mit einem vorne herangewachsenen Stumpf.

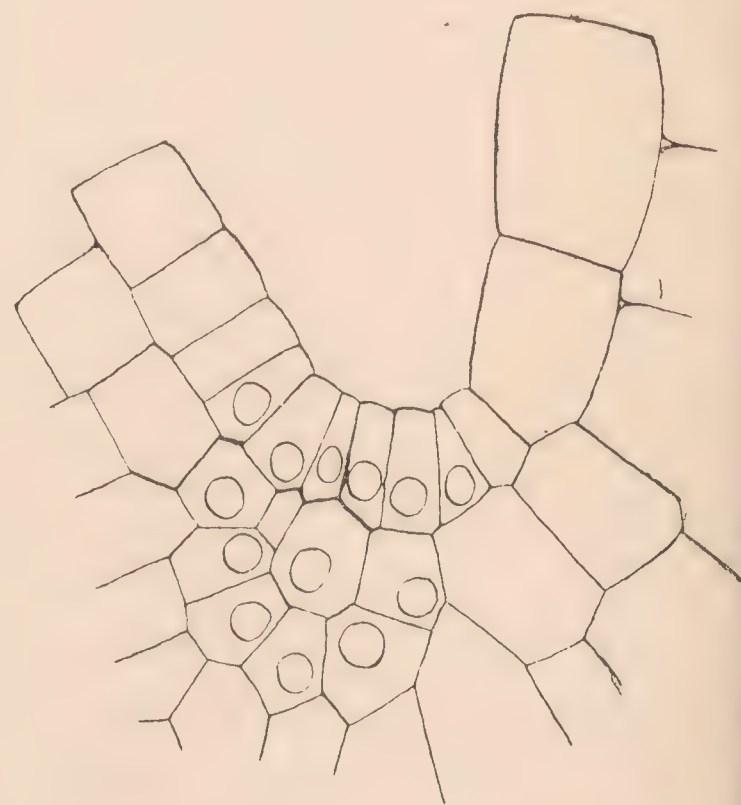


Fig. 11. und 12. Basalmeristem in der Achsel zwischen den Keimblättern einer jungen Keimpflanze von *Str. Wendlandii*, deren Kotyledonen noch gleich groß waren.

hälfte langsamer, nur an dieser konnten dann auch Adventivsprosse gebildet werden.

P i s c h i n g e r (1902) fand zwischen den beiden Kotyledonen keinen deutlichen höckerförmigen Vegetationspunkt, hingegen wurde an der Basis des größeren Keimblattes eine meristematische Zellgruppe gefunden. Das ist wohl das Basalmeristem, das den sekundären Zuwachs der Spreite und des Mesokotyls vermittelt und später auch den Infloreszenzen Ursprung gibt. Ich habe auch Keimpflanzen gefunden, wo dieses Meristem fast in dem Winkel zwischen beiden Keimblättern liegt (Fig. 12), an der Stelle, wo man sonst den Stammvegetationspunkt findet. Bei anderen, gleich alten Individuen war das Basalmeristem auf der Basis des größeren Keimblattes situiert (Fig. 11), d. h. es nimmt eben seine Basis ein. Während des postembryonalen Wachstums der größeren Spreite zeigen nicht nur die Spreitenflügel samt dem Mittelnerv einen Zuwachs, sondern auch das Mesokotyl. Und dies wird durch die Tätigkeit des Basalmeristems vermittelt. Man kann dasselbe an medianen Längsschnitten durch die Pflanze sehr gut feststellen, es tritt besonders an der oberen Seite deutlich hervor (Fig. 10 A, x), in der hinteren Hälfte der Pflanze ist es nicht so scharf differenziert (Fig. 10 A, y). Die Zellen teilen sich hier in einer langen Zone, die sich nach oben in den Hauptnerv, nach unten in das Mesokotyl erstreckt. Im Mesokotyl fungiert also eine interkalare meristematische Zone. Man könnte ihre vordere mediane Partie, besonders wenn man das Bild ins Auge faßt, welches mediane Längsschnitte darbieten (Fig. 10, 13), als einem wirklichen Stammvegetationspunkt auffassen.

Der Stammvegetationspunkt der kauleszenten *Streptocarpus*-Arten ist sehr flach (Fig. 14), es würde also keine Schwierigkeiten bereiten, wollte man annehmen, daß ein Teil des Basal-

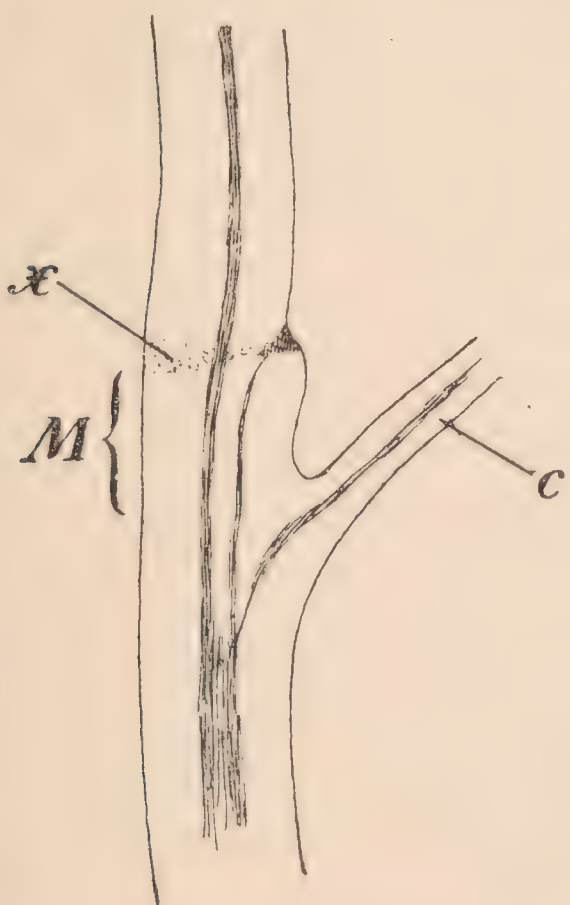


Fig. 13. Längsschnitt durch eine Keimpflanze von *Str. Wendlandii*, bei welcher das Mesokotyl (M) schon deutlich entwickelt ist. x = Basalmeristem, C = kleiner Kotyledo.

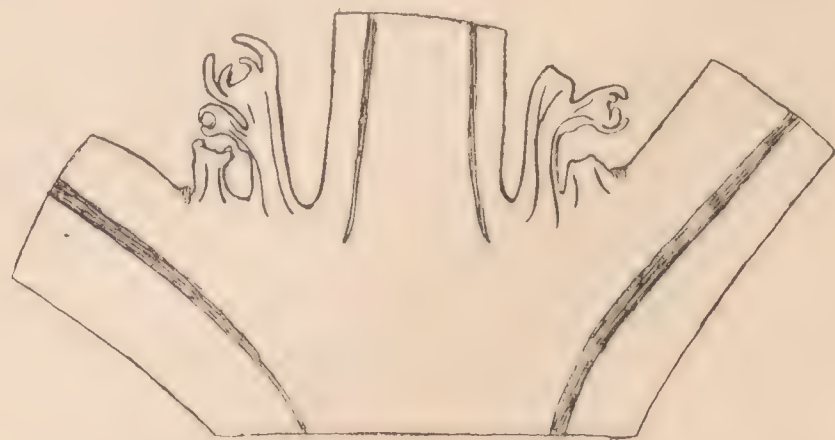


Fig. 14. Längsschnitt durch ein Blattpaar von *Str. caulescens* mit Achselknospen, die basifugal angelegt werden. Oberhalb der zweiten Knospe eine ganz junge, flache Knospenanlage.

meristems und zwar jener, durch dessen Tätigkeit die vordere Hälfte des Mesokotyls sich verlängert, ei em wirklichen Stammvegetationspunkt entspricht. Stellt man sich nun vor, daß die beiden sitzenden Kotyledonen nicht gleich hoch am Hypokotyl inseriert sind, was bei den dikotylen Pflanzen nicht selten vorkommt, so muß ein solcher flacher Vegetationspunkt scheinbar an der Basis des höher inserierten Keimblattes, eigentlich am Ende des Mesokotyls lokalisiert sein. So ist es bei *Str. Wendlandii*. Wenn sich nun die meristematische Tätigkeit dieses Vegetationspunktes auf den ganzen Querschnitt des Mesokotyls erstreckt, so wird sich durch seine Tätigkeit das Mesokotyl allmählich verlängern, die Basis des größeren Keimblattes wird sich allmählich von der Insertion des kleineren entfernen. (Fig. 13.)

P i s c h i n g e r hat gefunden, daß man durch rechtzeitiges Entfernen des größeren Kotyledons den kleineren zum intensiven Wachsen zwingen kann, das sich dann ganz so verhält wie sonst das größere. In diesem Falle hat sich an seiner Basis eine meristematische Zone entwickelt, ähnlich dem oben beschriebenen Basalmeristem. Dasselbe entsteht tatsächlich an der Basis des kleineren Keimblattes ganz ähnlich, wie an der Basis der Blattstiele bei den kauleszenten Arten Achselknospen angelegt werden (vgl. Fig. 14).

Bei *Str. caulescens* läßt sich die erste Spur der Achselknospen an der Basis von etwa 1 mm langen Blättern feststellen. Sie erscheint hier als eine plasmareiche, ganz flache Zellgruppe an der Basis des Blattstieles, weitere seriale Knospen entstehen basifugal am Blattstiel (Fig. 14), analog wie die Infloreszenzen bei *Str. Wendlandii* angelegt werden. Die tatsächlichen entwicklungsgeschichtlichen und anatomischen Befunde sprechen für eine Deutung der morphologischen Verhältnisse bei *Str. Wendlandii*, die fast identisch ist mit der Ansicht von S c h u m a n n und P i s c h i n g e r. Darnach wäre zwischen die beiden sitzenden Kotyledonen ein Mesokotyl eingeschoben (so kann zu Recht der zwischen den beiden ungleich hoch inserierten Kotyledonen befindliche Achsenteil genannt werden), dessen Ende einerseits von dem flachen Stammvegetationspunkt, andererseits von dem größeren Keimblatt eingenommen wird. Daß dieses Keimblatt terminal steht, darf uns nicht wundern, es stellt sich in die Richtung der Hauptachse als ein kräftig wachsendes Organ, ähnlich wie sich z. B. bei zahlreichen plagiotropen Zweigen (z. B. bei *Tilia*) besonders bei solchen mit begrenztem Wachstum das letzte heranwachsende Blatt in die Richtung des Zweiges stellt und die Knospe zur Seite drängt.¹⁾ Es äußert sich hierin das sog. phytosta-

¹⁾ Eine einfache Überlegung lehrt, daß die meristematische Querzone (Basalmeristem) tatsächlich eine solche Lage und eine Verschmelzung mit dem Vegetationspunkt aufweisen muß, wenn es sich um eine Achse mit sehr flachem Vegetationspunkt und einem einzigen an seiner Basis stark wachsenden Blatt handelt. Diese

tische Gesetz (Čelakovský 1898). Diese Auffassung wird noch ansprechender, wenn man die Verhältnisse der Adventivsprosse berücksichtigt. Dieselben entstehen als eine meristematische höckerförmige Zellgruppe, aus der sich zuerst die Spreite differenziert, sie sitzt an einer basalen meristematischen Zone, durch deren Tätigkeit später das Mesokotyl entsteht. Die Adventivsprosse erschienen immer einblättrig, von einer zweiten Blattanlage am Mesokotyl oder an seiner Basis war nichts zu sehen. An medianen Längsschnitten bieten die Adventivsprosse immer das Bild des oberhalb des kleinen Keimblattes befindlichen Teiles der normalen, aus Samen erwachsenen Individuen. Die Adventivsprosse haben also ein Mesokotyl, das mit dem Mesokotyl der normalen Pflanzen sicher gleichwertig ist und sicher keinen typischen Blattstiel vorstellt. Ich wüßte nicht, was man gegen die Ansicht anführen könnte, daß das Mesokotyl die Achse vorstellt, welche ein kräftiges, assimilierendes Blatt trägt, neben dessen Basis sich der flache Vegetationspunkt befindet. Dieser wächst bei der blühreifen Pflanze in eine Infloreszenz aus, weitere Infloreszenzen entstehen als Achselknospen in der Achsel des größeren Keimblattes und der ersten Infloreszenz.

Bemerkenswert ist der Umstand, daß die Blattspreiten der Adventivsprosse immer schon von Anfang an den Charakter des sekundär zuwachsenden Teiles des größeren Keimblattes tragen. Sie sind sowohl an ihrem Rande als auch an ihrer Oberfläche mit zahlreichen Trichomen versehen, wogegen (Pischinger 1902, Fritsch 1904) die primäre Spreite der Keimblätter an ihrer Oberfläche fast ganz unbehaart ist und nur am Rande drüsige Trichome trägt. Es unterscheidet sich also die Spreite der Adventivsprosse anfangs bedeutend von den Spreiten der Keimblätter. Abnormitäten kommen an diesen Adventivsprossen von *Str. Wendlandii* selten vor. Das Mesokotyl erscheint zuweilen mit der Spreite des Mutterblattes verwachsen, seltener verwächst mit dieser auch an ihrer Basis die Spreite der Adventivsprosse. Sehr selten kommen Adventivsprosse mit dichotomisch mehr oder weniger tief gespaltener Spreite (sog. Doppelblätter) vor. Ich glaube, die Seltenheit der Abnormitäten hängt hier mit dem äußerst einfachen Bau der Adventivsprosse zusammen. Sonst kommen ja bei vielblättrigen Pflanzen an Adventivsprossen zahlreiche Abnormitäten vor, z. B. Fasziationen, Anisophyllie, unregelmäßige Blattstellung usw., was sich z. B. bei *Torenia asiatica*, in geringerem Grade bei *Str. caulescens* an blattbürtigen Adventivsprossen beobachten läßt.

Es sollen jetzt einige Worte der Frage gewidmet werden, durch welche Faktoren die Regenerationsvorgänge bei *Str. Wendlandii* ausgelöst

besitzt zunächst an seiner Basis eine meristematische Querzone, was ja im bestimmten Entwicklungsstadium bei manchen Blättern der vielblättrigen Pflanzen vorkommt, zu ihrer Seite liegt der Vegetationspunkt. Stellt sich nun das Blatt in die Richtung der Achse, so bekommt man dieselben Verhältnisse wie bei *Str. Wendlandii*.

werden. Dieselben dürfen nicht in der Entfernung des Wurzelsystems und einer hierauf folgenden Veränderung der Wasserversorgung der Pflanze gesucht werden. Denn es regenerieren nicht Spreiten, denen ein größerer Teil des Mesokotyls belassen wurde, obzwar doch auch diese Pflanzen des ganzen Wurzelsystems beraubt wurden. Es könnte aber scheinen, daß der entscheidende Faktor in der Unterbrechung der korrelativen Beziehungen zwischen dem Mesokotyl und der Blattspreite liegt. Denn daß es auf das Vorhandensein des Basalmeristems nicht ankommt, ist aus Versuchen ersichtlich, wo die Spreite trotz dem Vorhandensein desselben Adventivsprosse gebildet hatte.

Aber die Versuche, wo die Pflanzen außer dem Querschnitt noch durch einen Längsschnitt verwundet wurden, haben mich belehrt, daß es doch nicht auf eine Korrelation zwischen der Spreite und dem Mesokotyl ankommt. Wurde die Spreite durch einen oberhalb des Basalmeristems geführten Schnitt isoliert und dieses samt dem oberen Teile des Mesokotyls durch einen ungefähr medianen Längsschnitt gespalten, so bildete eine Hälfte der Spreite häufig Adventivsprosse (pag. 224), und zwar dann, wenn die beiden Hälften nicht gleich schnell wuchsen. Es regenerierte immer die schwächer wachsende Hälfte und dies geschah, trotzdem sie mit dem Mesokotyl in Verbindung war. Hier scheint es, daß die Regeneration mit einer Herabsetzung der Tätigkeit des Basalmeristems zusammenhängt. Ich glaube, daß tatsächlich die Regenerationstätigkeit, soweit sie sich in der Ausbildung von Adventivsprossen äußert, bei *Str. Wendlandii* mit der Entfernung oder mit einer Beschädigung des Basalmeristems zusammenhängt, eventuell mit der Einstellung oder Herabsetzung seiner Tätigkeit. Man kann feststellen, daß das Durchschneiden des Mesokotyls die Tätigkeit des Basalmeristems herabsetzt und zwar desto mehr, je näher bei demselben der Schnitt geführt wurde. Der traumatische Reiz wirkt offenbar desto intensiver, je näher die Wunde bei der Basis der Spreite angebracht wurde. Immer, wo die isolierten Spreiten einen sehr schwachen oder keinen Zuwachs aufwiesen, wurden Adventivsprosse gebildet, am sichersten natürlich dann, wenn das Basalmeristem ganz entfernt wurde. Wenn der Schnitt dicht unter dem Basalmeristem geführt wird, so kann der traumatische Shock eine so bedeutende Herabsetzung seiner Tätigkeit bewirken, daß die Regenerationstätigkeit ausgelöst wird. Wird er in einer größeren Entfernung geführt, so erreicht der Wundshock nicht die nötige Reizschwelle, die Pflanze regeneriert nicht. Daß die Verwundung tatsächlich die Tätigkeit des Basalmeristems affiziert, erhellt schon einfach aus der Erscheinung der vorübergehenden Verschmälnerung der Spreite nach der Verwundung. Dieselbe tritt desto auffallender auf, je näher am Basalmeristem der Schnitt geführt wurde. Wird der Schnitt in einer weniger großen Entfernung vom Basalmeristem geführt, so erscheint die Verschmälnerung gar nicht; dies beweist auch, daß sie nicht durch Störungen der

Wasserdurchströmung und der mineralischen Ernährung herbeigeführt wird, denn in allen Fällen wird doch die Pflanze in gleicher Weise des ganzen Wurzelsystems beraubt.

Wenn schon eine genügend starke Hemmung der Funktion des Basalmeristems die Regeneration auslösen kann, so wird das natürlich ebenfalls der Fall sein, wenn dasselbe ganz entfernt wird. Auch ist jetzt leicht einzusehen, warum eine Verwundung, die sonst eine Regeneration auslöst, dies bei alten, fast ausgewachsenen Pflanzen nicht tut. Das Wachstum ihrer Spreite geht schon langsam vor sich, seine Hemmung oder Einstellung bewirkt in der Pflanze keinen so starken Reiz mehr, wie bei jüngeren Pflanzen. Es ist also für die Regenerationstätigkeit auch das Entwicklungsstadium der Pflanzen entscheidend. Weitere Diskussion über die Faktoren, durch welche die Regeneration bei *Str. Wendlandii* ausgelöst und bestimmt wird, belasse ich mir auf den zweiten Teil dieser Untersuchungen, wo auch Resultate von Versuchen mit in verschieden variierter Weise und in verschiedenem Alter verwundeten Pflanzen usw. mitgeteilt werden sollen.

Die einblättrigen *Str.*-Arten sind wohl im Vergleiche mit den vielblättrigen Arten phylogenetisch abgeleitete Formen und es ist wohl wahrscheinlich, daß ihre Vorfahren ebenfalls vielblättrig waren. Pischinger bringt ihre Fähigkeit unter abnormen Verhältnissen mehrere Blätter zu produzieren mit dem Atavismus zusammen. Wir haben jedoch gezeigt, daß die adventiven „Blätter“ eigentlich ganze Sprosse vorstellen, daher man hier auch nicht vom Atavismus sprechen kann, welcher Meinung auch Fritsch und Figdor sind. Auch der Umstand, daß mehrere Adventivsprosse an einer Spreite angelegt werden, kann nicht als atavistisch erklärt werden, denn es handelt sich da um die auch bei vielblättrigen Pflanzen sehr verbreitete Hyperregeneration.

Litteraturverzeichnis.

- Benecke W., 1903, Einige Bemerkungen über die Bedingungen des Blühens und Fruchtens der Gewächse. Bot. Ztg. 2. Abt. 1906.
- Figdor, W., 1903, Ueber Regeneration bei *Monophyllaea Horsfieldii*. R. Br. Oesterr. botan. Zeitschr. 1903, p. 393.
- 1906, Ueber Regeneration der Blattspreite bei *Scolopendrium scolopendrium*. Ber. d. deutsch. bot. Ges. Bd. 24, 1906.
- Goebel, K., 1908, Rücksschlagsbildungen und Sprossung bei *Metzgeria*. Flora, Bd. 85, 1898.
- 1902, Ueber Regeneration im Pflanzenreich. Biolog. Centralblatt, Bd. 22, 1902, p. 385.
- 1903, Morphologische und biologische Bemerkungen. 14. Weitere Studien über Regeneration. Flora, Bd. 92, 1903, p. 138.

- Goebel, K., 1906, Allgemeine Regenerationsprobleme. Wiss. Erg. des intern. botan. Kongr. Wien, 1905. Jena 1906.
- Hering, 1896, Ueber Wachstumskorrelationen infolge mechanischer Hemmung. Jahrb. f. wiss. Bot. Bd. 29, 1906.
- Hielscher, F., 1879, Anatomie und Biologie der Gattung *Streptocarpus*. Cohns Beitr. z. Biol. d. Pfl. Bd. III. 1879, p. 1—25.
- Klebs, G., 1904, Probleme der Entwicklung, I.—III., Biol. Ctbl. 1904.
— 1906, Über künstliche Metamorphosen. Abhandl. d. naturf. Ges. zu Halle, Bd. XXV., 1906.
- Kny, L., 1901, On correlation in the growth of roots and shoots (second paper). Ann. of. Botany, V. XV., 1901.
- Küster, E., 1903, Beobachtungen über Regenerationserscheinungen an Pflanzen. Beih. z. Bot. Ctbl. Bd. 14, 1903.
- Lopriore, G., Regeneration von Wurzeln und Stämmen infolge traumatischer Eingriffe. Wiss. Erg. d. intern. botan. Kongr. Wien, 1905 Jena 1906.
- Pischinger, F., 1902, Ueber Bau und Regeneration des Assimilationsapparates von *Streptocarpus* und *Monophyllaea*. Sitz. d. kais. Akad. d. Wiss. Wien, mat. nat. Cl., Bd. CXI., Abt. I., 1902.
- Przibram, H., 1906., Die Regeneration als allgemeine Erscheinung in den drei Reichen. Naturw. Rundschau, 1906, p. 619.
- De Vries, H., 1906, Arten und Varietäten und ihre Entstehung durch Mutation. Berlin, 1906.
- Wakker, 1885, Onderzoekingen over adventieve Knoppen. Akad. Proefschrift, Amsterdam, 1885.
- Winkler, H., 1902, Ueber die Regeneration von Blattspreiten bei einigen *Cyclamen*-Arten, Ber. d. d. botan. Ges. Bd. 20, 1902.
— 1905, Ueber regenerative Sprossbildung an den Ranken, Blättern und Internodien von *Passiflora coerulea* L., Ber. d. d. bot. Ges. Bd. XXIII., 1905.
- Vöchting, H., 1904, Über die Regeneration bei *Araucaria excelsa*. Jahrb. f. wiss. Bot. Bd. 40. 1904, p. 144—155.

Über akzessorische distale Epiphysen der Phalangen bei Ectrodaktylie des Menschen.

Aus der böhmischen chirurgischen Klinik
des Prof. Dr. O. Kukula und dem Institute für normale Anatomie des Prof. Dr. J. Janošík.

Von

Dr. St. Tobiášek,

I. Sekundärarzt der böhm. chirurg. Abteilung des Prof. Kukula.

(Eine Tafel mit 3 Abbild.)

Vorgelegt am 21. Juni 1907.

Schon seit uralten Zeiten wurde der Form der menschlichen Hand große Aufmerksamkeit geschenkt und zwar aus dem Grunde, weil die Hand seit jeher das Symbol „*possessionis, potestatis, juris, voluntatis, fidei, promissi, violentiae, artis et dexteritatis*“ war.

Aus diesem Grunde haben viele Autoren dem Detailbau der Hand viel Zeit und Fleiß geopfert; sämtliche Fälle von Mißbildungen, Defekten u. dgl. werden fleißig studiert und mit Recht publiziert, denn nur wenn alle Varietäten und Grade derselben gesammelt und mit einander verglichen werden, wird man einen objektiven Schluß auf diesem Gebiete der Teratologie ziehen können.

Es handelt sich um den 13jährigen Knaben J. S. aus Pola. Die Eltern und drei Geschwister sind gesund; nach Aussage des Vaters ist eine analoge Mißbildung selbst in der entfernten Verwandtschaft nicht vorgekommen. Der Knabe wurde gleich nach seiner Geburt einer Operation unterzogen, die von dem Stabsarzte Dr. X. in Pola vorgenommen wurde und in einer partiellen Lockerung der einzelnen Finger bestand, da dieselben durch feste Membranen mit einander verbunden waren. Durch diese Operation wurde die hufförmige Gestalt der Hand in jene Form verwandelt, die der Träger der Anomalie gegenwärtig bietet.

Im vierten Lebensjahre machte der Knabe eine fieberhafte Affektion durch und sodann eine Phlyktäne des linken Auges. Sonst war er gesund. Die Mißbildung selbst bereitet ihm ziemlich große Beschwerden. Indem ich die genauere Krankheitsgeschichte und andere bedeutungslose Daten aus der Anamnese beiseite lasse, führe ich nur folgenden Status praesens an.

Der Knabe ist mit Rücksicht auf sein Alter gut entwickelt, von kräftigem Knochenbau, gut genährt. Die rechte Hand ist auffallend difformiert, speziell ist sie im Bereiche der Metakarpalknochen verkürzt. (Tafel I., Figur 1.) Post partum bot sich die Difformität in der Weise dar, daß das Endglied des Daumens und das Endglied des 5. Fingers sich mit ihren Spitzen berührten, während der 2., 3. und 4. Finger den zwischen den beiden ersteren Fingern in der Palmar- resp. Frontalebene entstandenen Raum ausfüllten.

Es ist sicher, daß durch diese Formation die letzteren Finger in der Entwicklung gehemmt wurden, am meisten der dritte, weniger der zweite und vierte Finger.

Der längste Finger ist der Daumen, er mißt 8 cm; derselbe ist im Interphalangealgelenk flektiert und bietet im Metakarpophalangealgelenk eine mäßige Ankylose.

Da das Interphalangealgelenk vollkommen ankylotisch ist, resultieren daraus folgende aktive Bewegungen: Adduktion bis zur Ebene des verlängerten Radius, Opposition etwa bis zu dem Grade, daß der Patient in der Frontalebene einen etwa $1\frac{1}{2}$ cm dicken Gegenstand erfassen kann. Die Flexion des Daumens ist unmöglich.

Der Kleinfinger ähnelt dem Daumen, nur ist er etwas kürzer, nach außen adduziert und etwas flektiert.

Die Flexion im Metakarpophalangealgelenk ist gut möglich, aber nicht auch im Interphalangealgelenk.

Er besitzt nur zwei Phalangen, die Nagelphalange ähnelt der Nagelphalange des Daumens.

Der vierte Finger ist unbeweglich, wenn man den fünften Finger fixiert.

Den zweiten Finger kann der Knabe aktiv flektieren, aber an dieser Bewegung beteiligt sich auch der dritte Finger.

Mit dieser difformierten Hand erfaßt ihr Träger die Gegenstände in der Weise, daß er eine Adduktion des fünften Fingers gegen den zweiten Finger ausführt.

Gelenksfalten sind nur über dem Metakarpophalangealgelenk des fünften Fingers entwickelt.

Der zweite Finger besteht nur aus zwei Gliedern; von den Gelenken ist nur das Metakarpophalangealgelenk frei, das Interphalangealgelenk ist ankylotisch.

Der Mittelfinger ist atrophisch und besteht nur aus zwei zarten, kaum tastbaren Knöchelchen von Reiskörnergröße.

An der Vola manus finden wir zwei Querfurchen, ferner eine bis zur Hälfte des Metakarpus reichende Narbe, sodann zwei Narben zwischen dem dritten und vierten Finger und eine vierstrahlige Narbe zwischen dem ersten und zweiten Finger; die Narben sind locker und nirgends an den Knochen fixiert. (Tafel I., Figur 2.)

Die rechte obere Extremität ist krebsscherenförmig. Die einzelnen Finger nehmen folgende Stellungen ein: der Daumen ist abduziert, der zweite und dritte Finger sind ulnarwärts adduziert und zwar bis zu dem Grade, daß sie mit dem Daumen einen stumpfen Winkel bilden. Der vierte Finger und der Kleinfinger sind zur Achse der Extremität adduziert, weichen also in der Frontalebene nach außen ab. Die Bewegungen im Karpalgelenk sind normal. Auch die Sensibilität und die Reaktion auf den elektrischen Strom sind normal.

Die linke Hand ist ganz normal und hat bezüglich der Beweglichkeit die Funktion der rechten Hand übernommen; der Knabe schreibt, schneidet u. s. w. mit der linken Hand; die rechte Hand benützt er nur dazu, um die Gegenstände zu halten, doch gelingt auch dies nur sehr unvollkommen.

Weit interessanter als die Form ist das skiagraphische Bild der rechten Hand.

Die Längenverhältnisse sind am besten aus der beiliegenden Tabelle ersichtlich, auf der die Zahlen der rechten Hand mit jenen der linken Hand verglichen sind.

Der Carpus der rechten Hand ist 48 *mm* breit und 29 *mm* lang, der Carpus der linken Hand ist 55 *mm* breit und 33 *mm* lang.

Dimensionen in <i>mm</i>	Rechte Hand				Linke Hand			
	Meta- carpus	I. Phalange	II. Phalange	III. Phalange	Meta- carpus	I. Phalange	II. Phalange	III. Phalange
Daumen	35	20 ¹ / ₂	15	0	43	29	19 ¹ / ₂	—
2. Finger	28	25	11 ¹ / ₂	0	65	43	22	14
3. Finger	24	13	3 ¹ / ₂	0	63	44	27	17
4. Finger	21 ¹ / ₂	20	13	0	56	42	26	17
5. Finger	41 ¹ / ₂	22 ¹ / ₂	12 ¹ / ₂	0	54	31 ¹ / ₂	23	16

Aus der Betrachtung des Skiagramms geht hervor, daß sämtliche Knochen der rechten Hand subtiler, jene der linken Hand dagegen viel mächtiger sind. (Tafel I. Figur 3.)

Radius und Ulna sind von normalem Aussehen und mit ganz deutlichen Epiphysen versehen; auch an den Karpalknöchelchen ist nichts Abnormes zu finden.

Der Metakarpusknochen des Daumens ist 35 *mm* lang, besitzt an der Basis eine 6 *mm* lange proximale Epiphyse, der eine schlanke, 25 *mm* lange Diaphyse aufsitzt, die distal etwas verbreitert ist und in die distale, 4 *mm* lange Epiphyse mit annähernd sattelförmiger Artikulationsfläche übergeht; an der proximalen Epiphyse des Metakarpalknochens des Daumens

ist die sattelförmige Gelenkfläche für das Os multangulum maius gut ausgebildet.

Die erste Phalange des Daumens besteht statt aus zwei Teilen aus drei: aus zwei Epiphysen und einer Diaphyse.

Die proximale Epiphyse ist scheibenförmig, 10 *mm* breit und $4\frac{1}{2}$ *mm* lang.

Die Diaphyse ist von normaler Gestalt, 14 *mm* lang und geht in die $1\frac{1}{2}$ *mm* lange distale Epiphyse über. Die Grenze dieser akzessorischen Epiphyse ist auf der medialen Seite dieser ersten Daumenphalange noch sichtbar, auf der lateralen Seite hat eine fast vollkommene Verschmelzung stattgefunden und die Grenze wird nur durch ein kleines, symmetrisch gelagertes Höckerchen angedeutet.

Die zweite Phalange des Daumens ist mächtig entwickelt, besitzt eine 4 *mm* lange proximale Epiphyse, die infolgedessen ein Drittel der Länge der ihr aufsitzenden Diaphyse repräsentiert, die mit der mäßig höckerigen, nicht ganz deutlich konturierten Nagelpartie endet.

Aus dieser Beschreibung des Skiagramms geht die Diagnose deutlich hervor: es handelt sich um einen Knaben, dessen rechte Hand eine Ektrodaktylie mit Syndaktylie darbietet, bei der drei Knochen akzessorische distale Epiphysen tragen, eine in der Literatur ganz vereinzelt dastehende Erscheinung. Aus diesem Grunde dürfte eine ausführlichere Besprechung dieser Erscheinung gerechtfertigt sein.

Bekanntlich bestehen die Phalangen der Finger aus Diaphysen und Epiphysen. Der Metakarpalknochen des Daumens hat eine proximale Epiphyse, die übrigen Metakarpalknochen haben distale Epiphysen; sämtliche Phalangen haben proximale Epiphysen und distale Diaphysen.

Der Metakarpalknochen des Daumens verhält sich also analog den Phalangen und wurde auch aus diesem Grunde von vielen Autoren für die erste Daumenphalange erklärt.

Die Ossifikationskerne der Epiphysen erscheinen am Ende des zweiten und Anfang des dritten Jahres und verschmelzen mit den entsprechenden Diaphysen im 17. oder 18. Lebensjahre.

Bei den Diaphysen beginnt der Ossifikationsprozess in der 10.—14. Woche des embryonalen Lebens u. zw. zunächst bei der ersten und dann bei der dritten Phalange, etwas später bei der zweiten Phalange, wobei der Prozess beim zweiten Finger beginnt und beim Kleinfinger endet (v. Langer-Toldt).

Wo immer wir eine Abweichung von dieser Regel antreffen, handelt es sich um eine Vermehrung der Ossifikationszentren resp. um akzessorische Epiphysen. Eine Vermehrung der Ossifikationszentren beobachteten Kükenthal und Hasselwander, der drei Ossifikationspunkte im Os cuboideum des Menschen fand; andere Autoren machten auf eine Vermehrung der Ossifikationszentren in den Metakarpalknochen aufmerksam (Tobiášek: Über Varietäten des Trimerismus pollicis beim Menschen. Rozpravy České

Akademie. II. Abt. XVI. Jahrg. No. 4, wo bei allen Mitgliedern der Familie S. akzessorische Epiphysen an den Metakarpalknochen der Daumen gefunden wurden).

Der Metakarpalknochen des zweiten Fingers ist konisch geformt, an der Basis 20 *mm* breit, 28 *mm* lang; er ist am distalen Ende abgerundet und besteht hier aus einer viel kompakteren Masse als die übrigen Metakarpalknochen.

Das distale Ende hat keine deutliche Artikulationsfläche, obwohl es nicht ausgeschlossen ist, daß jene ebene Fläche auf der medialen Seite eine Gelenkfläche präsentiert.

Die erste Phalange des zweiten Fingers hat ein normales Aussehen und fällt nur durch ihre schlanke Form und dadurch auf, daß sie eine deutliche distale Epiphyse besitzt.

Die Gesamtlänge beträgt 25 *mm* und besteht aus folgenden Teilen: die proximale Epiphyse beträgt 5 *mm*, die Diaphyse 17 *mm*, die distale Epiphyse 3 *mm*.

Die proximale Epiphyse ist eliptisch und durch eine Furche von der Diaphyse getrennt, die anfangs etwas aufgetrieben ist, rasch aber schlanker und kompakter wird und auf ihrem distalen Ende eine akzessorische Epiphyse trägt, die eine treppenförmig vertiefte Artikulationsfläche besitzt.

Die Grenze zwischen Diaphyse und dieser akzessorischen Epiphyse stellt auf dem Skiagramm einen vorwiegend auf der radialen Seite sichtbaren, lichten Streifen dar.

Die zweite Phalange ist 12 *mm* lang; die proximale Epiphyse beträgt 2 *mm*, ist linsenförmig und von der Diaphyse deutlich getrennt; die letztere hat die Form eines Keils mit etwas breiter Kante und undeutlich konturierten Grenzen. Es muß hinzugefügt werden, daß die Achse des Metakarpalknochens mit der Achse der Phalangen des zweiten Fingers einen Winkel von etwa 90° bildet.

Der Metakarpalknochen des dritten Fingers ist analog jenem des zweiten Fingers ebenfalls rudimentär, hat die Form eines stumpfen Kegels von 13 *mm* Basis und 13 *mm* Höhe, die zugleich seine Länge angibt.

Die radiale Kante ist etwa in der Mitte wellenförmig nach innen eingebogen; diese Einbiegung ist der Eindruck eines Höckerchens an der lateralen Seite des zweiten Metakarpalknochens.

Auch die ulnare Seite ist etwas durchgebogen, doch sind hier die Vertiefungen nicht so deutlich wie die oben beschriebene.

Die erste Phalange ist sehr rudimentär; sie besteht aus einem gleichmäßig porösen Knochen von der Gestalt eines unregelmäßigen Ellipsoids von 13 *mm* Länge und 4 *mm* Breite. Diese Phalange ist eine Diaphyse ohne die proximale Epiphyse; es fehlt ihr auch die proximale Artikulationsfläche. Sie sitzt dem distalen Viertel der Ulnarkante des Metakarpalknochens des dritten Fingers auf, ist im Bereiche ihres mittleren Drittels etwas aufgetrieben und endigt mit abgerundetem Ende ohne distale Gelenkfläche.

Die zweite Phalange ist kaum erkennbar und hat die Form eines 3 *mm* langen und $\frac{1}{2}$ *mm* breiten Reiskorns. Diese Phalange besteht aus spongiösem Knochen, besitzt keine Epiphyse und ist an ihrem distalen Ende etwas aufgetrieben.

Die erste Phalange bildet mit dem Metakarpalknochen einen stumpfen Winkel von etwa 180° , während sie mit der zweiten Phalange einen bedeutend spitzeren Winkel bildet.

Außerdem muß erwähnt werden, daß der zweite und dritte Finger durch die Weichteile mit einander verwachsen sind und daß infolgedessen ihre Phalangen zu einander parallel stehen sollten, wie es beim vierten und fünften Finger der Fall ist; doch konnte beim zweiten und dritten Finger dieser Umstand nicht zur Geltung kommen, weil die erste Phalange des dritten Fingers dem medialen Rande ihres Metakarpalknochens aufsitzt und die Achse des letzteren in paralleler Richtung einhält; die zweite Phalange des dritten Fingers verläuft zwar parallel mit dem zweiten Finger, doch ist diese Phalange zum größeren Teile frei.

Der vierte und fünfte Finger sind derart mit einander verwachsen, daß nur die Spitze des vierten Fingers frei ist.

Der Metakarpalknochen des vierten Fingers ist rudimentär, von konischer Gestalt, 22 *mm* lang, an der Basis 9 *mm* breit und besteht aus sehr poröser Substanz. Die Gelenkfläche für das Os hamatum ist gut entwickelt, dagegen jene für die erste Phalange nur durch eine ebene, etwa 3 *mm* lange Berührungsfläche angedeutet.

Die erste Phalange des vierten Fingers hat eine bizarre Form und ähnelt im allgemeinen einem hohen Trapez, dessen Seiten von einer konvexen und einer konkaven Linie gebildet werden, wodurch das Trapez radialwärts etwas durchgebogen ist. Das proximale Ende wird durch eine fast ebene Fläche begrenzt, das distale Ende ist etwas verbreitert, und endet mit einer nur unbedeutend gekrümmten Gelenkfläche. Diese Phalange besitzt keine Epiphysen, sie stellt nur die allerdings gut entwickelte Diaphyse vor und beweist, daß es auch Fingerphalangen ohne Epiphysen gibt. Sie ist 21 *mm* lang, am proximalen Ende 6 *mm*, am distalen $4\frac{1}{2}$ *mm* breit.

In innigster Verbindung mit der ersten Phalange steht die zweite Phalange, die ebenfalls eine Diaphyse ohne Epiphysen darstellt. Der proximale Teil dieses Gliedes ist 4 *mm* breit, verschmälert sich aber rasch, so daß die ganze Phalange sehr schlank und nur an ihrem Ende keulenförmig verdickt ist. Ihre Länge beträgt 13 *mm*.

Die Krümmung dieser Phalange ist im allgemeinen nur eine Fortsetzung der Krümmung der ersten Phalange.

Der fünfte Finger ist ziemlich mächtig entwickelt, aber es fehlt ihm die zweite Phalange.

Sein Metakarpalknochen ist 42 *mm* lang, an der Basis 9 *mm* breit und besteht aus einer viel kompakteren Substanz als die inneren Finger. Das

proximale Ende dieses Metakarpalknochens ist normal geformt, das distale Ende aber entbehrt jene Köpfchenform, die wir bei normalen Extremitäten zu sehen gewohnt sind.

Nach sorgfältiger Erwägung und Betrachtung kann ich sagen, daß das Capitulum dieses Metakarpalknochens bloß angedeutet ist, abgesehen von dem interessanten Umstand, daß die Grenze zwischen distaler Epiphyse und Diaphyse zwar nur schwach angedeutet ist, aber bezüglich ihrer Stellung doch den Schluß gestattet, daß sie zu sehr distal steht, d. i. mit anderen Worten, daß die distale Epiphyse im Vergleich zur Diaphyse klein, besser gesagt, nicht ganz entwickelt ist.

Die erste Phalange des fünften Fingers besitzt eine proximale und distale Epiphyse und eine schlanke Diaphyse. Die Gesamtlänge im Betrage von 22 *mm* zerfällt in drei Teile: die proximale Epiphyse mißt $2\frac{1}{2}$ *mm*, die Diaphyse 18 *mm* und die distale Epiphyse $1\frac{1}{2}$ *mm*.

Die proximale Epiphyse hat eine normale Gestalt und eine konvexe Artikulationsfläche und ist durch eine deutliche Grenze von der Diaphyse getrennt, die sich gegen ihr Ende verjüngt und kompakter wird. Das distale Ende dieser Phalange besitzt an der radialen Kante einen deutlichen Einschnitt und eine Furche, die auf eine Grenze zwischen der Diaphyse und einer akzessorischen distalen Epiphyse hinweist.

Diese lichte Grenzlinie verliert sich etwa in der Mitte der Phalange, läßt sich aber mit dem bewaffneten Auge bis zur Ulnarkante verfolgen. Die distale akzessorische Epiphyse ist auf der ulnaren Seite sehr verdünnt. Die Artikulationsfläche ist mäßig eingedrückt.

Die zweite Phalange ist gut entwickelt; sie ist 13 *mm* lang und am proximalen Ende 6 *mm* breit, die proximale Epiphyse ist 2 *mm* lang, die Krümmung nach der radialen Seite ist deutlich. Das distale Ende der Diaphyse entbehrt bestimmter Grenzen, es scheint zerfasert zu sein.

Die Vermehrung der Zentren, resp. die akzessorische distale Epiphyse des Metakarpalknochens des Daumens ist bereits von früher bekannt. Aber die Literatur über diesen Gegenstand ist sehr spärlich. Bernhard Bauer publizierte in der „Deutschen Zeitschrift für Chirurgie“, Bd. 80. H. 2—4, Januar 1906 unter dem Titel: „Eine bisher nicht beobachtete, kongenitale, hereditäre Anomalie des Fingerskelettes“ einen Fall, bei dem er bei einer bloß auf die zweite Phalange des fünften Fingers lokalisierten Brachyphalangie — eine kongenitale Anomalie, die keine Seltenheit ist, wenn wir eine Reihe von Händen untersuchen — eine distale Epiphyse der Phalange vorfand.

Als Beweis führt er an, daß diese distale Epiphyse dieselbe Struktur hat wie die proximale, und ferner den Umstand, daß wir bei den meisten Epiphysen konkav gewölbte Gelenkflächen vorfinden. Allerdings ist bei seinem Falle die Diaphyse dreikantig, keilförmig, zwischen die Epiphysen gelagert, ein Umstand, der Bauer zu dem Schlusse verleitete, daß die diaphysäre Partie erst im späteren embryonalen Leben zwischen die Epi-

physen eingeschoben wurde, doch ist diese Annahme mangels an Beweisen unannehmbar.

Außerdem führt Joachimsthal einen zufälligen Befund von distaler Epiphyse an; auch er gibt keine Erklärung, sondern begnügt sich mit der Registrierung dieses Falles. Einen ähnlichen Zweck verfolgt auch die Publikation meines Falles.

Resumé.

Bei J. S. handelt es sich um Ektrodaktylie, also um eine Mißbildung der Hand. Dieser Fall ist ein Beleg für das abnorme Verhalten der Epiphysen der Phalangen; er beweist, daß auch hier wesentliche Abweichungen von der Regel vorkommen, denn wir finden bei diesem Falle teils Phalangen ohne Epiphysen, teils Phalangen mit akzessorischen distalen Epiphysen.

Auffallend ist nur der Umstand, daß wir diese distalen Epiphysen der Phalangen bei Ektrodaktylie vorfinden, also dort, wo wir mit einer Reduktion der Zahl der einzelnen Phalangen rechnen müssen; es hat den Anschein, als ob es sich hier um einen ursächlichen Zusammenhang zwischen der Ektrodaktylie und dem Befund der distalen Epiphysen handeln würde; die Beweisführung ist aber unmöglich.

LITERATUR.

1. Dr. Walter Menke: Ein Fall von Verdoppelung der Zeigefinger. Archiv f. Physiologie. 1899. p. 245.
 2. Dr. Stanislav Tobiášek: Über Varietäten des Trimerismus des Daumens beim Menschen. Rozpravy České Akademie. XVI. No. 4.
 3. Bernhard Bauer: Eine bisher nicht beobachtete kongenitale, hereditäre Anomalie des Fingerskelettes. „D. Zeitschrift f. Chirurgie.“ Bd. 80. H. 2—4. Januar 1906.
-



Obr. 1.



Obr. 2.



Obr. 3.

Über kongenitale Brachymetakarpie.

Aus der böhmischen chirurgischen Klinik des Prof. Dr. O. Kukula und dem Institute für normale Anatomie
des Prof. Dr. J. Janošík.

Von

Dr. St. Tobiášek,

I. Sekundärarzt der böhm. chirurg. Abteilung des Prof. Kukula.

(2 Taf. mit 5 Abbild.)

Vorgelegt am 21. Juni 1907.

Ich bin überzeugt, daß schon durch die obige Überschrift bei einem jeden eine klare Vorstellung von der kongenitalen Anomalie der menschlichen Hand, die den Gegenstand der vorliegenden Abhandlung bildet, ausgelöst wird; wenn dies wirklich der Fall sein sollte, dann dürfte diese neue Bezeichnung für die Abnormität der distalsten Partie der oberen Extremität, bei der wir eine kongenitale Verkürzung der Metakarpalknochen vorfinden, richtig sein.

Fälle dieser Art wurden in der Literatur bis jetzt unter dem Titel „Brachydactylia“ oder „Brachyphalangia“ geführt; aber ich glaube, daß die von mir vorgeschlagene Bezeichnung den abnormen Zustand und die Lokalisation, um die es sich hier handelt, viel genauer ausdrückt und aus diesem Grunde ist die neue Bezeichnung berechtigt und begründet.

Diese Abnormitäten sind in der Tat recht selten und der Einwand, daß diese kleinlichen Vorkommnisse, zumal sie häufig vorkommen sollen, niemand publiziere, ist hinfällig.

Soviel mir aus der mir zugänglichen Literatur bekannt ist, war L e b o u c q¹⁾ der erste, der auf diese seltene Anomalie aufmerksam machte. Vor genau 11 Jahren hat derselbe in der belgischen Akademie der Ärzte, seine Arbeit „De la brachydactilie et de l'hyperphalangie chez l'homme“ veröffentlicht. Von den 3 hier publizierten Fällen ist namentlich der zweite bemerkenswert, betreffend eine Brachyphalangie des Daumens, die dadurch entstanden ist, daß der Metakarpalknochen der Reduktion verfiel, während bei den übrigen Fingern die zweiten Phalangen verkürzt waren.

Auch der dritte Fall *Leboucq's* ist interessant; hier war der Metatarsalknochen der großen Zehe an Länge reduziert und außerdem waren die zweiten Phalangen der übrigen Finger verkürzt. Die Photographien dieser Fälle wurden i. J. 1897 auf dem Kongresse der deutschen Gesellschaft für Chirurgie demonstriert.

Später u. zw. i. J. 1900 beschrieb *Joachimsthal*²⁾ einen Fall, in dem es sich um einen abnorm kurzen Metakarpalknochen des 4. Fingers symmetrisch an beiden Händen handelte, und derselbe Autor³⁾ erwähnt einen Fall von abnorm kurzen Metakarpalknochen des 5. Fingers und einen weiteren mit abnorm kurzen Metakarpalknochen des 4. Fingers. Im letzteren Falle war ein 25jähriges Mädchen Träger dieser Anomalie, bei dem der 4. Finger dieselbe Länge hatte wie der 5. Die Länge des dritten Metakarpalknochens betrug 60 *mm*, des vierten 33 und des fünften 51 *mm*. Aus diesen Maßen ist auch der Längenunterschied des vierten Metakarpalknochens einerseits und des 3. und 5. andererseits ersichtlich.

Ähnliche Anomalien sahen an beiden Metakarpalknochen des 5. Fingers *Rieder*,⁴⁾ *Monro*,⁵⁾ und *Rabaud*.⁶⁾ *Rabaud* publizierte einen Fall von reduzierter Länge des 4. Metakarpalknochens; nach *Windle* wurde derselbe Fall von *Klippel*, *Variot* und *Martin* beschrieben, weshalb man diese Fälle als identisch anzusehen und demgemäß zu zitieren hat.

*Kenyeres*⁷⁾ beobachtete bei einem 37jährigen Schuster symmetrische Veränderungen an den distalsten Partien der oberen Extremitäten, indem der 4. Finger derart verkürzt war, daß er die Spitze des 5. Fingers nur um $\frac{1}{2}$ *cm* überragte. Die Verkürzung war bedingt durch eine Verkürzung des 4. Metakarpalknochens, was auch skiagraphisch bestätigt wurde. Bei der Bildung der Faust lag das distale Ende des 4. Metakarpalknochens um 13 *mm* proximaler als die distalen Enden der übrigen Metakarpalknochen. Skiagraphisch wurde nachgewiesen, daß die Knochen im allgemeinen normal entwickelt waren, nur war die Endphalange des linken Daumens gegenüber dem rechten verkürzt. Die Funktion der rechten und linken Hand war normal. Interessant war das Längenverhältnis der Metakarpalknochen; der zweite war 75 *mm*, der dritte 69 *mm*, der vierte 40 *mm* und der fünfte 53 *mm* lang. Die Verkürzung betrug also 35—40%.

Außer den oben erwähnten Autoren beschrieben analoge Fälle *Gubler*⁸⁾ und *Pfitzner*⁹⁾ und damit ist die Literatur, die ich sammeln konnte, erschöpft. Sie ist also recht spärlich.

In der böhmischen Fachliteratur ist kein derartiger Fall publiziert, was allerdings kein Beweis dafür sein soll, daß diese Anomalie in Böhmen noch nie beobachtet wurde; aber man kann doch sagen, daß auch dieses Faktum das seltene Vorkommen dieser Anomalie dokumentiert.

Die Brachymetakarpie, die ich genauer zu beschreiben gedenke, fand sich bei dem 31jährigen Dienstmädchen A. V. aus Tejnka bei Prag. Die Eltern des Mädchens leben und sind gesund. Geschwister hat es keine und

soweit ihm bekannt ist, hat niemand aus der Familie oder der entfernteren Verwandtschaft eine ähnliche Affektion besessen.

Auf die Verkürzung der vierten Finger wurde das Mädchen sehr bald aufmerksam, aber erst in seinem 16. Lebensjahre fiel es wegen dieser Abnormität seiner Umgebung auf; ja man kann sagen, daß die Hand in gewisser Position noch auffallender wurde.

Indem ich die Krankheitsgeschichte und andere bedeutungslose anamnestische Daten beiseite lasse, muß ich folgendes anführen.

Es handelt sich um eine Frau von mittlerer Statur und Ernährung und mittlerem Knochenbau. Die oberen Extremitäten sind gut entwickelt, die distalen Enden derselben fallen durch eine symmetrische Verkürzung der vierten Finger auf. (Tafel I., Figur 1.)

Die Verkürzung ist so hochgradig, daß der 4. Finger den fünften bloß um $\frac{1}{2}$ cm überragt; und es ist auffallend, daß diese Verkürzung auf der linken Hand größer ist als auf der rechten. Die symmetrische Anomalie ist bedingt durch eine Verkürzung des 4. Metakarpalknochens, was schon aus der photographischen Kopie ersichtlich ist (Tafel I., Figur 1.), an der man auf dem Handrücken folgendes konstatieren kann:

1. Das Metakarpophalangealgelenk ist verschwunden, wofür der Umstand spricht, daß man an Stelle der erhabenen Partie eine Einsenkung findet.

2. Die durch Adduktion der Finger entstehenden Falten reichen um $1\frac{1}{2}$ cm proximaler als de norma.

3. Die quer über das erste Interphalangealgelenk des 4. Fingers verlaufenden Hautfältchen bilden mit jenen der übrigen Finger nicht einen distalwärts konvexen Bogen, sondern liegen ebenfalls proximaler als die analogen Falten des 5. Fingers.

Außerdem finden wir bei Betrachtung des linken Handrückens, daß die dritte Phalange des Mittelfingers kurz und verdickt ist und daß auch der Nagel dieser Phalange im Vergleich mit den übrigen Nägeln auffallend verkürzt erscheint.

Auf der rechten Hand lassen sich bei Aspektion ähnliche Verhältnisse konstatieren.

Bei Betrachtung der rechten und linken Handfläche fallen zwei ziemlich tiefe, proximal sich vereinigende Furchen auf, die auf Tafel I., Figur 2. gut zu sehen sind.

Diese Furchen sind bestimmt ebenfalls dadurch bedingt, daß das Metakarpophalangealgelenk durch die Verkürzung des 4. Metakarpalknochens proximalwärts verlagert ist.

Auch auf diesem Bilde kann man konstatieren, daß die Falten über dem ersten Interphalangealgelenk des 4. und 5. Fingers in einer Geraden liegen, während bei normalen Extremitäten die Hautfalten über dem ersten Interphalangealgelenk des 4. Fingers sich eher den Falten des zweiten Interphalangealgelenks des 5. Fingers nähern.

Thenar und Antithenar sind im normalen Verhältnis zu einander. Bei Betrachtung der geballten Faust (Tafel II., Figur 3.) fällt es auf, daß sich der 4. Finger zu drei Vierteln unter dem dritten und zum Teil unter dem 5. Finger verbirgt; ferner ist die Einsenkung zwischen den Köpfchen des 3. und 5. Metakarpalknochens auffallend.

Aus dieser letzteren Erscheinung läßt sich die Verkürzung des 4. Metakarpalknochens annähernd bestimmen; gegen den 3. Metakarpalknochen beträgt die Verkürzung fast ganze 2 *cm*, gegen den 5. Metakarpalknochen beträgt die Differenz mehr als 1 *cm*.

Aktive und passive Bewegungen sind normal, auch die Sensibilität ist unverändert.

Viel interessanter sind die Verhältnisse auf den Skiagrammen, auf denen die Längendifferenzen noch auffallender sind.

Die linke Hand ergibt folgende Verhältnisse:

Länge des Carpus 35 *mm*
Länge der ganzen Hand samt Carpus 174 *mm*.

Länge in <i>mm</i>	des Meta- carpus	I. Phalange	II. Phalange	III. Phalange
des Daumens	46.5	31	15	—
II. Finger	64	38	22	15
III. Finger	57	41	27	11
IV. Finger	38	37	25	16
V. Finger	51	30	17	14.5

Das distale Ende des Radius und der Ulna ist normal geformt und besteht aus ziemlich spongiösem Knochen; auch die Karpalknöchelchen zeigen nichts Abnormes. Der Metacarpus des Daumens ist mächtig und besteht vorwiegend aus spongiöser Substanz. Nahe der proximalen sattelförmigen Fläche ist die Grenze zwischen Epiphyse und Diaphyse nur wenig sichtbar, da sie bereits ossifiziert ist. Bei Ulnar- und Volarflexion tritt auf dem Skiagramm auf der ulnaren Kante die deutliche Volarkrümmung des Metacarpus des Daumens hervor.

An der volaren Fläche des Capitulum befinden sich zwei Sesambeine.

Viel mehr als der Metakarpalknochen des Daumens ist die erste Phalange desselben rotiert, was allerdings keine abnorme Erscheinung ist, wenn die obere Extremität auf einer Unterlage ruht. Die Diaphyse besteht vorwiegend aus kompaktem, die Epiphyse aus spongiösem Knochen.

Das Endglied ist durch seine verhältnismäßige Kürze auffallend; der breiten, an ihrem proximalen Ende 12½ *mm* betragenden Epiphyse

sitzt eine schlanke Diaphyse mit der Pars unguicularis auf; dieses Glied ist mäßig hyperexentiert.

Der Metakarpusknochen des II. Fingers ist robust und erinnert an den Metakarpalknochen eines Mannes. Die breite proximale Epiphyse verschmälert sich ziemlich unvermittelt zur Diaphyse, die allmählich in das ziemlich breite Köpfchen übergeht. Beim Metakarpophalangealgelenk findet sich ein kleines Sesambein.

An den Phalangen des II. Fingers ist nichts Abnormes zu sehen und auch die Längenverhältnisse scheinen normal zu sein.

Auch der Metakarpalknochen und die beiden ersten Phalangen des III. Fingers weisen nichts Abnormes auf; aber die dritte Phalange ist im Verhältnis zu ihrer Breite auffallend kurz (13 mm breit, 11½ mm lang; auch hier konstatiert man die typische Brachyphalangie). Die Verkürzung dieses Gliedes betrifft nur die Diaphyse, da die Epiphyse und die Pars unguicularis offenbar gut entwickelt sind.

Der Metakarpalknochen des IV. Fingers ist deutlich verkürzt; auch hier kann man nachweisen, daß die Verkürzung durch die abnorme Kürze des diaphysären Anteils bedingt ist, da das Aussehen der beiden Enden normal ist. Am Capitulum fällt die Abflachung der Berührungsfläche im Metakarpophalangealgelenk auf, wodurch es geschah, daß sich der höckerförmige Auswuchs an der medialen Seite viel größer präsntiert. Auch ist es nicht ausgeschlossen, daß das Köpfchen volar flektiert ist.

Die übrigen Phalangen dieses Fingers und der Metakarpalknochen des 5. Fingers weisen keine Anomalien auf. Nur die zweite Phalange des 5. Fingers verdient eine besondere Erwähnung, weil dieselbe einen Anlauf zur Brachyphalangie nimmt, was sich zahlenmäßig durch die verhältnismäßige Länge nachweisen läßt.

Die rechte Hand ergibt folgende Verhältnisse (Tafel II., Fig. 5.):

Länge des Karpus 33 mm
Länge der ganzen Hand samt Karpus 174 mm.

Länge in mm	des Metacarpus	I. Phalange	II. Phalange	III. Phalange
des Daumens	46.5	31	15	—
II. Finger	66	37	19	15
III. Finger	60	40	28	16
IV. Finger	38	39	20	16
V. Finger	52	31	17.5	15

Schon aus den oben angeführten Daten und aus der Betrachtung des Skiagramms ist ersichtlich, daß es sich hier um Verhältnisse

handelt, die jenen der linken Hand, fast möchte ich sagen, symmetrisch sind.

Auch auf diesem Skiagramm fällt als Anomalie auf die abnorme Länge des Metakarpus des 4. Fingers, die schlanke Diaphyse desselben und die ulnarwärts befindliche, einem kleinen Horn nicht unähnliche Spitze am Köpfchen in der Nähe der Artikulationsfläche.

Allerdings läßt sich in vivo nicht nachweisen, wodurch dies bedingt ist; doch ist die Hypothese zulässig, daß man die Ursache in dem Umstande zu suchen hat, daß die normal entwickelte Muskulatur an einem abnorm kurzen Metakarpus angebracht ist.

Detailliertere Deduktionen sind aus diesem Falle aus dem Grunde nicht zu ziehen, weil bei einer mehr als 30 Jahre alten Frau die Ossifikation bereits beendet ist und Epiphyse und Diaphyse von einander nicht mehr zu unterscheiden sind.

Resumé.

Bei A. V. handelt es sich um Brachymetakarpie des vierten Fingers beider Hände.

Da aber, wie ich oben betont habe, Capitulum und Basis des Metakarpalknochens fast das Aussehen normaler Metakarpalknochen haben (bis auf die Abflachung des Capitulum), neige ich der Ansicht zu, daß diese Anomalie durch eine ungenügende Entwicklung des diaphysären Anteils bedingt ist; worin aber die letzte Ursache hiefür zu suchen ist, blieb mir unerklärlich. Die Brachymetakarpie beruht wahrscheinlich auf einer Alteration der Generationsenergie der knorpeligen Epiphyse, die zu einer vorzeitigen Ossifikation der Interkalarknorpel führt. Vielleicht gelingt es aber durch diesen Hinweis auf derartige Fälle, bei jüngeren Individuen zufällig jüngere Formen dieser teratologischen Eigentümlichkeit zu finden; dann dürfte es nicht schwierig sein, die Ursache dieser Mißbildung skiagraphisch, wenn nicht nachzuweisen, so doch wenigstens mehr zu beleuchten.

Literatur.

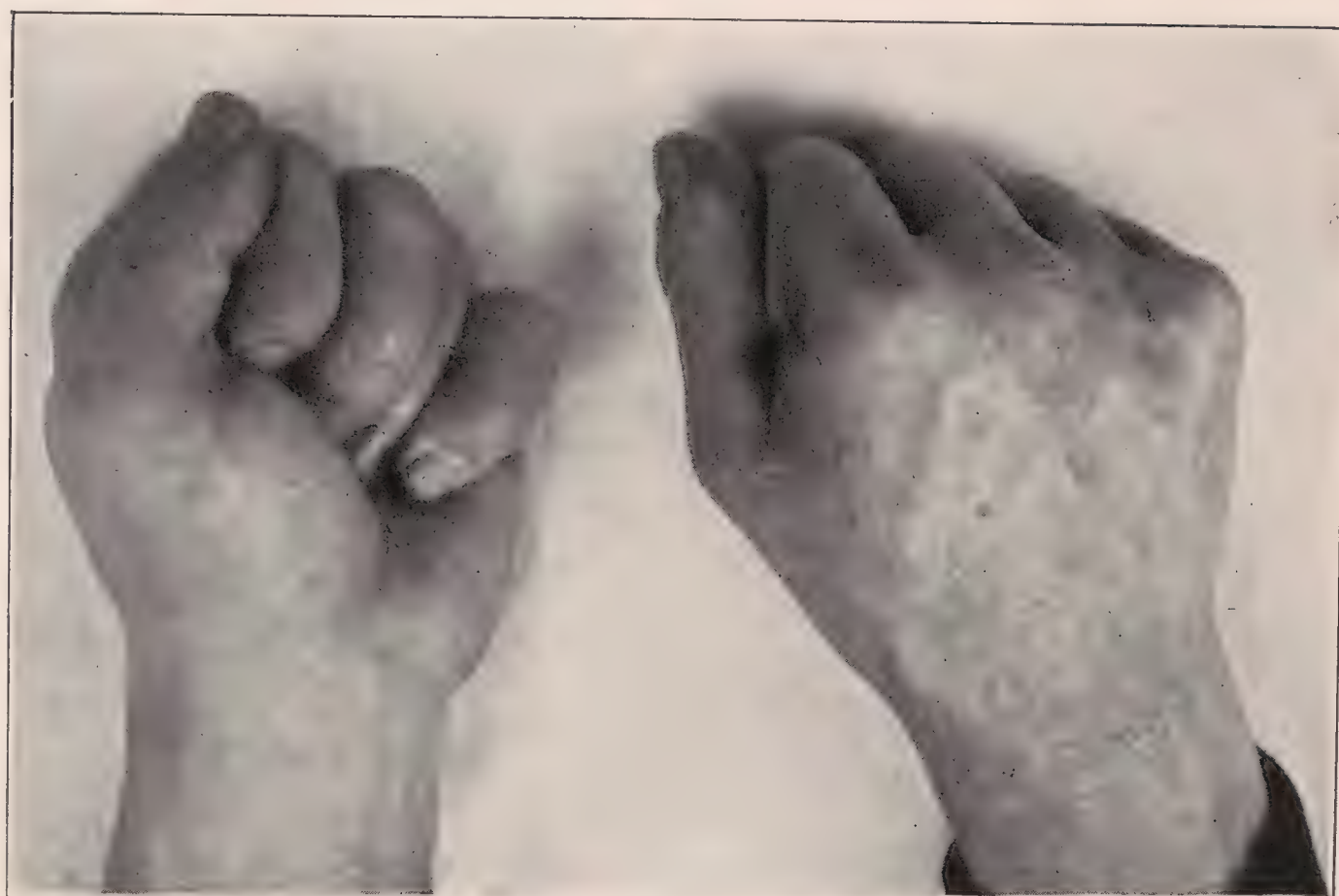
1. L e b o u c q : De la brachydactylie et de l'hyperphalangie chez l'homme. Zit. nach dem Archiv für patholog. Anatomie und Physiologie. Bd. 151. S. XV.
2. Joachimsthal: Berliner klin. Wochenschrift. No. 38.
3. J o a c h i m s t h a l : Archiv für patholog. Anatomie u. Physiologie. Bd. 151. S. XV. Bd. I.



Obr. 1.



Obr. 2.



Obr. 3.



Obr. 4.



Obr. 5.

4. R i e d e r,
 5. M o n r o, } zit. nach Windle in Merkel-Bonnet.
 6. R a b a u d,
 7. K e n y e r e s: Fortschritte auf dem Gebiete der Roentgenstrahlen. Bd. IX.
 - H. 5. in der Arbeit: Angeborene Mißbildungen in Roentgenbildern.
 8. G u b l e r. Gazette medicale 1850. p. 610.
 9. P f i t z n e r: Beiträge zur Kenntnis des menschlichen Extremitätenskeletts.
- Schwalbe, Morph.Arbeiten Bd. IV. S. 544.
-

Beiträge zur Kenntnis der Psylloden.

Von

Dr. Karel Šulc.

(Mit 2 Tafeln.)

Vorgelegt am 22. November 1907.

1. *Psylla spartii* Guérin, Loew 1843., 1877.

K o p f. — S c h e i t e l hinten 0·30 *mm* breit, in der Mittellinie 0·17 *mm* lang; hinten mäßig ausgeschnitten, die hinteren Ecken stark hervortretend, mit je einem Punktauge, die Vorderecken verschmälert und stark nach unten gebogen. — F ü h l e r 1·4 *mm* lang, die Fühlergruben sehr breit, geräumig. — S t i r n k e g e l von breiter Basis zum abgerundeten Gipfel, rasch und gleichmäßig verschmälert, nach unten geneigt, sehr kurz, nur 0·07 *mm* lang, behaart. — Färbung des Kopfes: Grund schmutzig grün, gelblich, manchmal mit unentwickelter Zeichnung, eigentlich nur mit einigen ockergelben, rotbraunen, braunen Flecken.

T h o r a x. Von derselben Färbung, die Zeichnung jedoch sehr ausgedehnt und genau begrenzt.

F l ü g e l 2·60 *mm* lang, in der Mitte der äußeren Hälfte 1·10 *mm* breit; das Ende des Flügels gleichmäßig abgerundet, die Radien der vorderen und der hinteren Hälfte gleichlang; die Flügelspitze kommt in die hintere Hälfte der Costa discoidalis. — F l ü g e l a d e r n: äußere Hälfte der Costa basalis; die ganze Costa stigmalis beinahe gerade, Subcosta stigmalis sehr kurz, schmilzt sofort ober dem Ende des inneren Viertels des Radius mit der Costa stigmalis in mäßig verdickte Costo-Subcosta stigmalis zusammen; Radius fast gerade, vor der Insertion nach hinten gebogen; Cubitus₁ gleichmäßig gebogen, Gipfel des Bogens Rami₁ Cubiti₂ in innerer Hälfte der Länge. Färbung: lichtgelb, gelblichbraun, die Rippen der Adern fein lichtbraun, immer um etwas dunkler als die Adern. — F l ü g e l m e m b r a n sehr fein, im inneren Drittel wasserhell, dann nach außen zur Flügelspitze gleichmäßig mehr und mehr intensiv gelblich

oder bräunlich. — Kleine Oberflächendornen bedecken die Membran in allen Zellen (Flügel montiert in Glycerin) aber entlang der Adern bleiben dornenfrei Streifen; diese sind in der äußeren Flügelhälfte etwas enger als in der inneren, sonst überall gleichmäßig breit, nur in der Cellula basalis anterior unregelmäßig wellig; in allen Marginalzellen reichen die Dornengruppen in voller Breite bis dicht zur Costa; die Dornen stehen dicht 0·01—0·02 mm von einander in unregelmäßigen Vierecken und Trapezen (Mitte der Cell. discoidalis) — anderswo scheinen sie auch Kränzchen und Ketten zu bilden. — Analoge Unterflächendornen bedecken auf der Flügelunterseite alle Zellen im vollen Umfange der Oberflächendornengruppen — die Dornen selbst sind jedoch um die Hälfte kleiner und spärlicher. In den Cell. radialis und discoidalis sind auf der Unterfläche gegen den Rand schmale, flaschenartige, nicht in eine Gruppe gestellte, sondern zerstreute Dornen; auf den Zellen Marginalis_{1,2} und Cubitalis sind auf analogen Stellen Gruppen von stärkeren Dornen (Marginalguppen), welche zirka zwei Drittel der Höhe der Cell. marginalis, erreichen und viel enger als die Oberflächendornengruppen stehen. (Ocul. 4., Obj. 4. Reichert). — Stigma fehlt.

Hinterflügel von gewöhnlicher Gestalt und ebensolchem Adernverlauf; Adern gelblich, Cell. analis angeraucht.

Beine gelblich, grünlichgelb, bräunlich.

Abdomen grün, gelblichgrün, gelbgrün — auch mit sepiabraunen Segmentplatten.

♂ Körperende. — ♂ Analsegment 0·30 mm hoch, 0·10 mm breit, gerade, gegen das Ende ein wenig verschmälert, zerstreut behaart, horngelb. — ♂ Genitalsegment 0·25 lang, 0·25 mm hoch, Seitenansicht nach unten und hinten gleichmäßig bogenförmig begrenzt, zerstreut behaart, horngelb oder grünlich. — ♂ Kopulationszange von der Seite gesehen an der Basis gerade, nach hinten mäßig abgerundet lappenartig erweitert und am breitesten (0·07 mm) — dann allmählich bis auf 0·03 mm verschmälert und mit dem letzten Viertel merklich nach oben und hinten gebogen; 0·30 mm hoch. — Von oben biegen sich die Zangenäste zur Mittellinie, werden breiter — so daß sie etwa einen von oben nach unten gedrückten und mit der Höhlung nach vorne gerichteten Löffel vorstellen — und endigen am innersten Rande mit einer kurzen, abgerundet stumpfen, nach vorn und innen gerichteten Zacke. — Von hinten sind die Zangenäste an der inneren Seite der Basis merklich abgerundet, lappenartig erweitert, dann gegen den Gipfel gleich breit und gebogen; das Ende stellt den erweiterten Löffel in entsprechender Perspektive dar; äußerer Umriß der Zangen umgekehrt eiförmig, der innere birnförmig. Behaarung gleichmäßig kurz, nur am hinteren inneren Rande längere Borsten. Farbe horngelb, das Ende bräunlich. ♀ Körperende. — ♀ Analsegment von oben gesehen kurz keilförmig, um den Anus breit, am Ende von den Seiten

Tafel I.

*Psylla spartii* Guérin Loew.

1. Kopf von oben. 2. ♀ Analsegment von oben. 3. ♀ Anal- und Genitalsegment von der Seite. . . . Ansatzstellen der Dornen. 4. Dornen des Schnabels des Anal- und Genitalsegmentes. 5. ♀ Anus und Gürtel der perianalen Wachsdrüsenöffnungen von oben. 6. ♀ äußerer Legestachel, von der Seite. 7. ♀ innerer Legestachel, Endstück von der Seite. 8. ♂ Kopulationszange, Genital- und Analsegment von der Seite. 9. ♂ Kopulationszange und Genitalsegment von hinten. 10. Das Ende der ♂ Kopulationszangen von oben. 11. Flügel, — — — Grenze der Oberflächendornen, + + + + Grenze der Unterflächendornen, + — + — gemeinschaftliche Grenze der beiden. 12. Stellung der Flügelmembrandornen, Oberflächendornen, + + + + Unterflächendornen.

abgestutzt, das Ende abgerundet. Von der Seite (an in KOH ausgekochten und in Glycerin eingelegten Präparaten) dreieckig; der obere Umriß 0·80 *mm* lang, nach hinten und unten allmählich herabfallend, in der proximalen Hälfte nach oben sehr wenig ausgebogen, dann folgt eine schroff abgesetzte gleichmässige allmählich bucklige Konvexität. — Buckel — endlich allmählich wellig: die Reihenfolge ist: Berg, Tal, Berg, so daß das scharf ausgezogene Ende nach unten gebogen ist; an der Unterseite ist es ausgeschweift — weiter nach hinten ist aber der untere Umriß in der Mitte nach unten schwach ausgebuchtet — in der Fortsetzung fast gerade. — 0·35 *mm* vom hinteren Ende beginnen am unteren Rande unter dem Buckel Dornen, erst 1, 2, dann 3—5 in 20 Querreihen, und gehen bis an das Ende, indem sie anfangs den Streifen entlang dem unteren Rand, dann aber volle zwei untere Drittel des Schnabels (ausgezogenes Ende des Analsegmentes) einnehmen. Die Dornen sind anfangs scharf, dünn, lang ausgezogen, stellenweise durch Dornhaare vertreten, je mehr nach hinten aber, werden sie kürzer und kleiner. — Haare: 3—4 große Borsten am Buckel; unter dem oberen Rande des Schnabels keine großen Borsten; der Buckel, der Grund desselben mit sehr dichten, starken Borsten; Basalteil des Segmentes zerstreut kurz behaart, auf dem oberem Umrisse einige kurze, feine, durchsichtige Haare. — *A n u s* 0·20 *mm* lang, ringsum ein hufeisenförmiger nach hinten klaffender Gürtel von Wachsdrüsenöffnungen, indem die Enden nach aussen gebogen sind und die inneren Höhepunkte der Biegung anliegen; ringsum den Gürtel ein Kranz von kleinen Haaren. — ♀ *G e n i t a l s e g m e n t* von der Seite dreieckig, der Schnabel ganz allmählich dünn ausgezogen und gleichmäßig nach oben gebogen; die obere Hälfte 0·66 *mm*, die untere 0·55 *mm*, die hintere 0·45 *mm*; der Buckel auf dem unteren Umriß undeutlich — dieser nach unten gleichmässig gebogen; unter dem oberen Ende des Schnabels einige Dornen in 2—3—5 Querreihen, gleichartig mit jenen auf dem Schnabel des Analsegmentes; sie reichen nicht einmal unter die Insertion der äußeren Legescheide; ober und unter ihnen viele kleine kurze Haare, anders der ganze Basalteil, Buckelort und der untere Umriß dicht zerstreut behaart. — Farbe gelb, gelbbraunlich, das Ende bräunlich. — ♀ *ä u ß e r e L e g e s c h e i d e* nach hinten gleichmäßig abgerundet, in dem hinteren Teil fein länglich, in dem Basalteil schuppenartig geritzt. — ♀ *ä u ß e r e r L e g e s t a c h e l*: Körper gleichmäßig breit und vollkommen im ganzen chitiniert, am oberen Rand eine schmale Leiste; das Ende an der Unterseite gegen die abgerundete Spitze quer nach oben abgestutzt und im ganzen in der Basis nach oben gebogen. — ♀ *i n n e r e r L e g e s t a c h e l*: Der Endteil lang messerförmig, der obere Umriß gerade, nur am proximalen Ende flügelartig scharf ausgezogen; Leiste am unteren Rande anfangs schmal, dann nach hinten breit flügelartig ausgebreitet und nach außen abgerundet; das Ende stumpf abgerundet, der Nabel fehlt.

Größe 2·5—2·75 mm, gemessen vom Kopfe zum Ende der zusammengelegten Flügel.

Nährpflanze: *Sarothamnus scoparius*. L.

Lebensweise unbekannt.

Larven unbeschrieben.

Vorkommen selten.

Geographische Verbreitung: England, Frankreich, Spanien, Nord-Ost-Deutschland; aus Böhmen und Österreich bisher unbekannt.

Literarisches: *Psylla Spartii* Guérin wurde zum erstenmale von Guérin-Ménéville (Iconographie du règne animal de G. Cuvier, Part VII. 1843.) aus Frankreich beschrieben. — Foerster, 1848, beschrieb dieselbe Art aus Deutschland (Uebersicht der Gattungen und Arten in der Familie der Psylloden 1848.) Ich habe diese Foersterschen Typen, jetzt im k. k. Hofmuseum, Wien, studiert. — *Psylla Spartii* Hartig, 1841, (Gerwar's Zeitschrift f. d. Entom. III.) ist die schon früher vom Latreille beschriebene *Arytaina genistae*. — 1877 beschrieb sie sehr gründlich Fz. Loew (Verh. Z. B. Ges. Wien) nach den Foerster'schen Typen und vervollständigte die ursprüngliche Guérin'sche Diagnose in hohem Grad. — 1871 wurde durch Putton *Psylla torifrons* Loew zur *Ps. spartiophila* Foerster gestellt; nach den gründlichen Untersuchungen Fr. Loews ist aber *torifrons* eine gute Art einer selbständigen Gattung *Amblyrrhina* Loew 1879. — 1876 wurde die Art von J. Scott aus England unter dem Namen *spartiophila* Förster als not uncommon notiert. — 1899 fügt Putton (Catalogue des Hemiptères) den Ländern England, Deutschland und Frankreich noch Spanien als weitere Heimat der Art hinzu.

2. *Psylla spartiicola* n. sp.

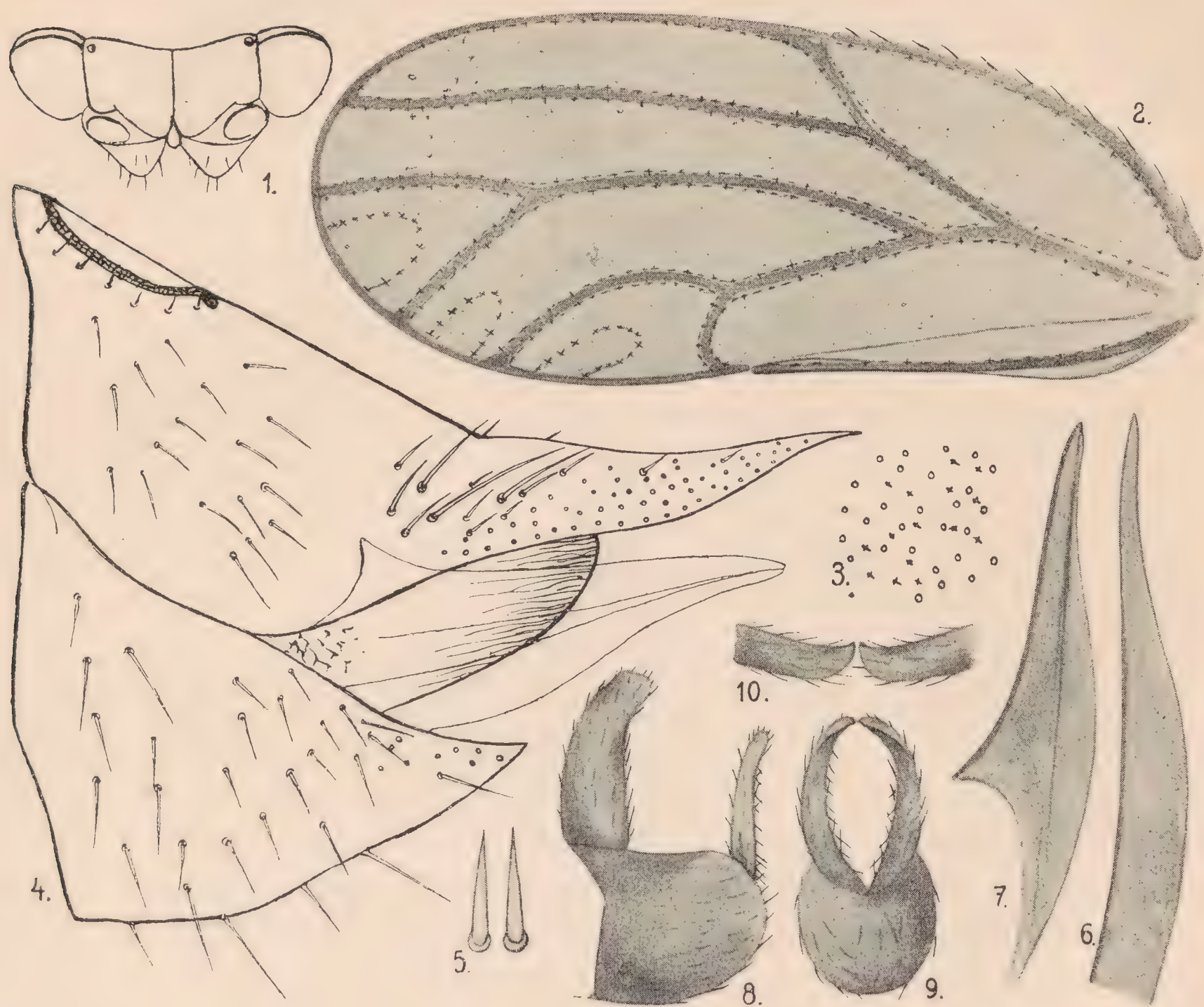
Kopf. Scheitel hinten ausgeschnitten und 0·35 mm breit, 0·17 in der Mittellinie lang; die Hinterecken stark hervortretend, mit je einem Punktauge; die Vorderecken ebenfalls stark hervortretend, breit abgerundet und nach unten geneigt. — Fühler 1 mm lang, braun. — Stirnkegel aus breiter Basis rasch verschmälert, nur 0·07 mm lang, am Ende breit abgerundet, nach unten gebogen, behaart. — Färbung des Kopfes: Grund weißgelb, Zeichnung schwarzbraun, ausgedehnt, genau begrenzt.

Thorax weißgelb, grünlich mit schwarzbrauner, ausgedehnter, genau begrenzter Zeichnung; dunkle Färbung vorherrschend.

Flügel 2 mm lang, 0·80 mm in der Mitte der äußeren Hälfte breit; das Ende gleichmäßig abgerundet, die Flügelspitze liegt in der hinteren Hälfte der Costa discoidalis; die Radien der vorderen und der hinteren Hälfte gleichlang. — Flügeladern: die äußere Hälfte der Costa

basalis anterior und der Costa stigmalis beinahe gerade; Subcosta stigmalis und Costa stigmalis verschmolzen, nur ganz am Anfang bleibt ein kleines Fensterchen (Stigma-Rudiment) erhalten. Das mittlere Drittel des Radius nach vorne nur sehr wenig gebogen — die Ader bleibt eher gerade, nur

Tafel II.



Psylla spartiicola. n. sp.

1. Kopf von oben. 2. Flügel, — — — — Grenze der Oberflächendornen, + + + Grenze der Unterflächendornen, + — + — gemeinschaftliche Grenze der beiden. 3. Stellung der Flügelmembrandornen, o o o Oberflächendornen, + + + Unterflächendornen. 4. ♀ Anal- und Genitalsegment von der Seite, o o o Ansatzstellen der Dornen. 5. Die Dornen des Schnabels des Anal- und Genitalsegmentes. 6. Äußerer Legestachel. 7. Innerer Legestachel (Endstück). 8. ♂ Kopulationszange, Anal- und Genitalsegment von der Seite. 9. ♂ Zange und Genitalsegment von hinten. 10. Ende der ♂ Kapitulationszangen von oben.

vor der kostalen Insertion ist sie schwach nach hinten gebogen. Ramus₁ Cubiti₁ und Ramus₁ Cubiti₂ gleichmäßig gebogen, der erste liegt beinahe in der Fortsetzung des Cubitus. — Färbung: licht gelb, die Rippen lichtbraun. — Flügelmembran in die äußeren zwei Drittel bräunlich angelaufen, das innerste Drittel lichter. — Oberflächendornen bedecken alle Zellen vollkommen, so daß keine dornenfreien Streifen übrigbleiben und nur durch spärlichere Dornen bei den Adern vorgetäuscht

werden — namentlich in den zwei inneren Dritteln des Flügels; die Dornen sind klein und stehen sehr dicht aneinander (0.01 mm) in unregelmäßigen Vierecken; da und dort werden auch Ketten gebildet. Unterflächendornen bedecken analog den Oberflächendornen alle Zellen, sind aber viel kleiner und spärlicher. — Die Marginalgruppen (der Unterfläche) bestehen aus niedrig flaschenförmigen Dornen und bilden in Cell. radialis und discoidalis keine eigentlichen Gruppen, indem sie sehr zestreut sind und mit Reichert obj. 4., Oc. 4. nicht einmal gesehen werden können; sie nehmen die ganze Breite der Cell. radialis und $\frac{3}{4}$ der Breite der Cell. discoidalis ein; die übrigen Marginalgruppen sind eng — enger als die Oberflächendornengruppe der entsprechenden Zelle — und die Dornen dicker als jene der Discoidalis- und Radialis-Zelle; stellenweise sind sie zu 2 oder 3 gruppiert; die Höhe einzelner Gruppen erreicht die Hälfte der Höhe der Cell. marginalis. — Stigma verschwunden durch Verschmelzung der Costa und Subcosta stigmalis.

Hinterflügel gewöhnlich.

Füße korngelblich.

Abdomen: Bindehaut gelblich, grünlich, die Segmentplatten gelblich bis schwarzbraun.

♂ Körperende. — ♂ Analsegment 0.30 mm hoch, 0.10 mm breit, gerade, das Ende leicht nach hinten gebogen, zerstreut, behaart, schwarzbraun. — ♂ Genitalsegment 0.30 mm lang 0.25 mm hoch, nach hinten unten durch einen gleichmäßigen Bogen begrenzt (Seitenansicht), zerstreut behaart, schwarzbraun. — ♂ Kopulationszange von der Seite in den zwei Basaldritteln gerade, das obere Drittel mäßig nach hinten gebogen, das Ende abgerundet; 0.22 hoch, im ganzen Verlauf 0.03 mm breit, unten ohne lappenartige Erweiterung. — Von oben biegen sich die Zangenäste zur Mittellinie, bleiben gleichbreit (0.03 mm), Vorder- und Hinterseite parallel und endigen vorne mit einer sehr kurzen stumpf abgerundeten, nach vorne gerichteten Zacke; innere Seite und Hinterecke in einem breit abgerundet. (Man kann nicht sicher feststellen, ob es sich hier nicht auch um eine stark von oben nach unten gedrückte und mit einer Höhlung nach vorne gerichtete löffelförmige Erweiterung handelt). — Von hinten biegen sich die geraden, überall gleichbreiten Äste mit ihrem obersten Drittel zur Mittellinie; bei geschlossenen Zangen ist der äußere Umriß ein gleichmäßiges, der innere unten ein spitziges O; Breite des äußeren Umrißes in der Hälfte der Höhe 0.20 mm , Breite des Astes 0.04 mm . — Behaarung: gleichmäßig zerstreute, am hinteren Rande längere Borsten. — Färbung: schwarzbraun. ♀ Körperende. — ♀ Analsegment von oben keilförmig, von den Seiten am Ende kurz abgeschnitten; von der Seite (mikrosk. Präparat in KOH gekocht und in Glycerin eingebettet) dreieckig; der obere 0.60 mm lange Umriß geht von hinten gerade bis zum Anfang des Buckels, welcher scharf abgesetzt ist, jedoch niedrig ist und nach hinten fließend in den Schnabel übergeht; der Umriß

des Schnabels bildet zuerst ein langes Tal, dann einen langen Berg; Schnabel selbst allmählich lang ausgezogen, das Ende dünn scharfspitzig; unterer Umriß des Schnabels unter dem Ende ausgeschweift, in der Mitte nach unten aus, und in dem proximalen Drittel mäßig eingebuchtet. Basalteil unter dem Anus 0·20 mm breit. — Haare: Basalteil lang zerstreut behaart, am Buckel einige kurze Borsten und mehrere kleine Haare, unter dem oberen Umriße des Schnabels einige kurze Borsten, am oberen Umriß einige kurze kleine durchsichtige Härchen; das Ende kahl. — Dornen dünn, lang, gleichmäßig dünn ausgezogen, bei 30 mm vom Ende beginnend, zuerst zu 1, dann zu 2—3—4—5 in zirka 20 Querreihen, anfangs den unteren Rand des Schnabels entlang, dann die ganze Seite desselben für sich einnehmend; sie werden nach hinten kürzer. — ♀ Anus 0·20 mm lang, ringsum ein Gürtel mit Wachsdrüsenöffnungen, welcher nach hinten klafft, indem die Enden nach außen gebogen sind und die inneren Höhepunkte der Biegungen anliegen. Rings um den Gürtel ein Kranz von kleinen Haaren. — Gelblich bis schwarzbraun.

♀ Genitalsegment dreieckig, oben 0·45 mm, unten 0·35 mm, hinten 0·38 mm lang. Schnabel sehr kurz, rasch verschmälert, nicht ausgezogen; unter dem oberen Umriß nur einige (6—8) Haare zu 1—2 in Querreihen. Haare lang, sehr zerstreut am unteren Umriß, am kaum bemerkbaren Buckel und an der Basalfläche. — Äußere Legescheiden nach hinten abgerundet, in dem Endteil länglich gerunzelt, im Basalteile schuppenartig gekritzt. — Äußere Legestacheln: Körper gleichbreit, gleichmäßig chitiniert, gegen das Ende allmählich verschmälert, nach oben abgerundet, auf der Unterseite wellig ausgeschweift, die Spitze scharf bogenförmig von unten nach oben verlaufend, oben aber gerade. — Innere Legestacheln. Endstück lang messerartig; das distale Ende von oben nach hinten abgerundet, unten gerade; der Beginn der Leiste scharf ausgeschnitten — dieselbe anfangs sehr schmal, nach hinten flügelartig, abgerundet, erweitert abstehend. — Färbung: gelblich bis schwarzbraun.

Größe: 2 mm, gemessen bis zum Ende der geschlossenen Flügel.

Nährpflanze: wahrscheinlich *Sarothamnus scoparius* L.

Lebensweise unbekannt.

Larven unbeschrieben.

Fundort: Rennes Les Bains Aude, Frankreich, Legit? Coll. K. k. Hofmuseum Wien. 2 Exemplare 1 ♂ und 1 ♀ sub *Spartii* Guérin des Loew.

Anmerkung. Steht der *Psylla Spartii* Guérin sehr nahe, unterscheidet sich von ihr habituell durch geringere Größe und dunklere Färbung, plastisch am Flügel durch das breiter abgerundete und auch breitere Ende, durch dichter stehende Flügelmembrandornen, welche näher an die Adern herantreten als bei *Spartii*. Kopulationszange niedriger, schmaler, am Ende nicht erweitert und weniger nach hinten gebogen — an der Basis

dann ohne lappenförmige Erweiterung. ♂ Analsegment niedriger; ♀ Analsegment absolut kürzer, der Schnabel aber relativ länger und schlanker, Haare spärlicher aber länger. ♀ Genitalsegment umgekehrt bei *Spartiicola* kürzer, bei *Spartii* länger und mehr ausgezogen; Dornen an Zahl geringer, ebenso die Haare — diese dafür stärker und zweimal so lang. ♀ Äußere Legescheiden bei beiden Arten gleich. Der äußere Legestachel hat das Ende unten ausgeschweift; obere Seite nach oben mäßig bogenförmig, die Spitze von unten nach oben abgerundet — bei *Spartii* oberer und unterer Umriß des Legestachelendes bis an die abgerundete Spitze gerade. Der Beginn der Leiste scharf abgeschnitten, bei *Spartii* allmählich entstehend.

Das Material habe ich durch die gütige Vermittlung des Kustos, Herrn A. Handlirsch vom K. k. Hofmuseum in Wien zur Untersuchung erhalten.

Über die Arten der Unterfamilie Perlinae aus Japan.

Von

Prof. **Franz Klapálek.**

(Mit 19 Textfiguren.)

Vorgelegt am 18. October 1907.

Mc Lachlan führt in seiner Abhandlung: A sketch of our present knowledge of the Neuropterous Fauna of Japan (Trans. Ent. Soc. Lond. 1875) im ganzen 6 Arten der Gattung *Perla* an und seitdem ist nur die einzige *P. tennina* Needh. beschrieben worden. Jetzt kennen wir nicht weniger als 17 Arten, welche die älteren Auktoren in die Gattung *Perla* eingereiht hätten. Aber das Hauptverdienst der vorliegenden Arbeit soll nicht in der Vermehrung der Arten, sondern in der Vertiefung unserer Kenntnisse liegen. Genaue Beschreibungen nicht nur der Farben sondern insbesondere der morphologisch wichtigen Organe, namentlich der Genitalanhänge, alles, insoweit es nötig erscheint, durch erläuternde Abbildungen begleitet, sollen den künftigen Arbeitern eine feste Basis für ihre Arbeit bieten. Bei der sicher zu erwartenden bedeutenden Vermehrung der Arten kann diese Arbeit keineswegs für eine definitive gelten, sondern nur für die Bemühungen eines Pionniers, der den ersten Schlag in einem unbekannten, unerforschten Urwalde macht. Möchte nur seine Richtung die richtige sein!

Ich möchte noch, — insoweit es möglich ist, auf Grund des spärlichen Materiales zu urteilen — darauf hinweisen, daß die Fauna von Japan eine weit größere Verwandtschaft mit derjenigen von Amerika als von Europa zeigt. Ich habe nicht nur keinen Vertreter der Untergattung *Perla*, welche in unserem Weltteile so überhandnimmt, gefunden, sondern eine verhältnismäßig starke Vertretung der Gattungen *Acroneuria* und *Neoperla*, welche auch in Amerika vorkommen.

Übersicht der Gattungen und Untergattungen.

- | | | |
|----|--|---|
| 1. | Zwei Punktaugen | 2 |
| — | Drei Punktaugen | 3 |
| 2. | Punktaugen nahe aneinander gestellt; das Medialfeld der Hinterflügel kurz Gen. <i>Neoperla</i> | |
| — | Der gegenseitige Abstand der hinteren Punktaugen fast gleich groß oder größer als die Entfernung derselben vom Innenrande der Augen; das Medialfeld der Hinterflügel lang . . Subg. <i>Kiotina</i> | |
| 3. | Beim Männchen der 5. Dorsalring normal | 4 |
| | Derselbe schildartig erweitert | 6 |
| 4. | Die männliche Subgenitalplatte mit einer nagelartigen Verdickung versehen; die weibliche Subgenitalplatte mit einem ganzen Hinterrande; die Zelle zwischen Media und dem vorderen Cubitus mit Queradern | 5 |
| — | Die männliche Subgenitalplatte ohne den Nagel; die weibliche Subgenitalplatte stumpf dreieckig bis halbkreisförmig, in der Mitte des Hinterrandes mit einer Auskerbung . . . Subg. <i>Kamimuria</i> | |
| 5. | Die Subanalklappen beim Männchen klauenartig; die weibliche Subgenitalplatte kurz, bogenförmig Gen. <i>Acroneuria</i> | |
| — | Die Subanalklappen des Männchens sehr lang, ruderförmig, nach oben gerichtet; weibliche Subgenitalplatte lang, parabolisch, an der Spitze stumpf dreieckig zugeschnitten . . . Gen. <i>Niponiella</i> | |
| 6. | Der zehnte Dorsalring ist beim Männchen geschlitzt mit nach oben aufgeworfenen Rändern des Ausschnittes und mit einer polsterförmigen Verdickung der Innenseite; die weibliche Subgenitalplatte klein, rundlich am Hinterrande ausgekerbt. | |
| | Subg. <i>Paragnetina</i> | |
| — | Der zehnte Dorsalring des Männchens in starke Fortsätze verlängert, welche ihn überragen; die weibliche Subgenitalplatte entweder lang parabolisch oder kurz, bogenförmig ohne eine Auskerbung des Hinterrandes | 7 |
| 7. | Der fünfte Dorsalring beim Männchen in der Mitte des Hinterrandes mit einer rundlichen Auskerbung; der zehnte Dorsalring bildet zwei einfach dornartige Fortsätze; die weibliche Subgenitalplatte groß, parabolisch Sbg. <i>Togoperla</i> | |
| — | Der fünfte Dorsalring des Männchens hinten stark ausgeschnitten, wodurch zwei dreieckige, an der Wurzel unter den basalen Teil unterschobene Abschnitte entstehen; der zehnte Ring bildet jederseits einen doppelten klauenartigen Fortsatz; die weibliche Subgenitalplatte bogenförmig Sbg. <i>Oyamia</i> | |

Übersicht der Arten der Gattungen *Acroneuria*, *Perla* und *Niponiella*.

1. Schläfen deutlich und parallel; nur zwei Punktaugen; Ader $2A_1$ gebogen, 1—2 Äste bildend, von welchen der hintere mit dem Aste $2A_2$ durch eine Querader verbunden ist; männliche Subgenitalplatte mit einem Nagel; die weibliche Subgenitalplatte groß, wenigstens den neunten Ring überragend 2
- Der Kopf hinter den Augen abgerundet, höchstens mit sehr kurzen Schläfen; drei Punktaugen 3
2. Der Flügelvorderrand gelb gesäumt; der gegenseitige Abstand der Punktaugen etwa so groß wie der Abstand derselben vom Innenrande der Augen *Kiotina Pictetii*
- Flügel durchwegs gleichmäßig gefärbt; der gegenseitige Abstand der Punktaugen noch etwas größer als die Entfernung derselben vom Innenrande der Augen *Kiotina angusta*
3. Am Anfange der Anastomose ein brauner Nebelfleck; Nervatur bräunlich, aber der Radius lichter, gelb; die männliche Subgenitalplatte mit Nagel; jene des Weibchens kurz, bogenförmig und in der Mitte des Hinterrandes seicht ausgeschnitten *Acroneuria stigmatica*
- Kein Nebelfleck am Anfange der Anastomose 4
4. Alle Adern gleichfarbig 5
- 2—3 vordere Längsadern auffallend gelb 7
5. Der ganze Körper ockergelb; Beine nur an den Knien mit einem gelben Ringe; Flügel den gelben Vorderandsstreifen ausgenommen, glashell; die männ. Subgenitalplatte mit einem Nagel *Acroneuria fulva*.
- Kopf und Thorax auffallend dunkler als der ockergelbe Hinterleib; Flügel gelb oder gelbbraun getrübt 6
6. Kopf mit gelber Zeichnung; Beine gelb und die Schenkel nur von der Mitte ihrer Dorsalkante schwarzbraun; die männliche Subgenitalplatte mit einem Nagel versehen *Acroneuria Jouklii*
- Kopf und Thorax schwarzbraun, auf dem Kopfe nur die Stirnschwielen ockergelb; die Hüften und ganze Schenkel schwarzbraun; die Flügel mit Ausnahme des gelblichen Vorderrandsstreifens deutlich angeraucht; die männliche Subgenitalplatte ohne Nagel die weibliche Subgenitalplatte kurz, bogenförmig, in der Mitte ausgeschnitten *Kamimuria tibialis*
7. Über die Mittellinie des Pronotums zieht sich ein gelber Streifen; die weibliche Subgenitalplatte groß und gewölbt *Togoperla tennina*
- Die Seiten des Pronotums auffallend gelb gesäumt; die männlichen Subanalklappen stark verlängert, aneinander liegend und nach oben gekrümmt; die weibliche Subgenitalplatte, groß, parabolisch und den neunten Ring überragend . . *Niponiella limbatella*
- Pronotum einfärbig 8

- 8. Die drei ersten Längsadern gelb *Togoperla limbata*
- Nur zwei erste Längsadern gelb 9
- 9. Beine einfärbig gelb und der Körper ockergelb *Kamimuria quadrata*
- Beine einfärbig schwarzbraun 10
- Beine gelb und schwarzbraun, Füße gelb 11
- 10. Kopf und Thorax schwarzbraun, Hinterleib ganz ockergelb *Oyamia gibba*
- Kopf, Thorax und die vier ersten Hinterleibsringe schwarz, das übrige orckergelb *Oyamia seminigra*
- 11. Auf den Schenkeln nur ein schmaler Kniesaum schwarz; die weibliche Subgenitalplatte groß, halbkreisförmig, mit einer starken Auskerbung in der Mitte; Flügel dunkel mit einem auffallenden gelben Vorderrandstreifen *Kamimuria Bolivari*
- Das ganze apikale Drittel der Schenkel schwarzbraun; die weibliche Subgenitalplatte kurz und klein, hinten mit einer stumpfen Auskerbung; Flügel nur schwach getrübt und der lichtere Vorderrandsstreifen ist nicht auffallend *Paragnetina tinctipennis*

Acroneuria Pict.

Übersicht der Untergattungen.

- 1. Der Vorderast der zweiten Analader ist nicht geschweift, mit zahlreichen Ästen, welche mit dem Mittelaste nicht verbunden sind; drei Punktaugen; Kopf hinter den Augen abgerundet und die Schläfen undeutlich *Acroneuria*
- Der Vorderast der zweiten Analader geschweift, gewöhnlich mit zwei Ästen, von welchen der hintere durch eine Querader mit 2A₂ verbunden ist; zwei Punktaugen; Cerci kurz; der Kopf hinter den Augen verlängert, mit deutlichen Schläfen *Kiotina*

Acroneuria fulva n. sp.

Der ganze Körper gelbbraun, die Oberseite des Kopfes und der Brust und die Hinterleibsspitze etwas dunkler als die Bauchseite und der größte Teil des

Hinterleibes; Punktaugen innen schwarz gesäumt; der Knierand der Schenkel und die Wurzel der Schienen sind schmal schwarz gesäumt. Flügel glashell, mit gelber Nervatur und da die drei ersten Längsadern stärker sind, erscheinen die Flügel entlang des Vorderrandes gelblich.

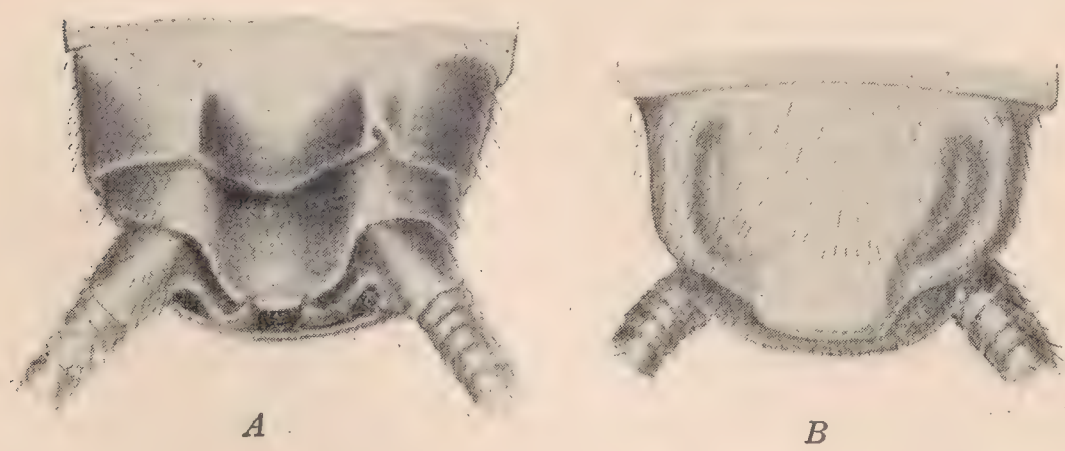


Fig. 1. *Acroneuria fulva* n. sp. ♂ Das Hinterleibsende A von oben B von unten.

Körperlänge 15—19 mm, Flügelspannung 44—56 mm.

Wir sind drei Männchen bekannt, eins in meiner Sammlung (Japan), das andere im Berliner Museum (Japan, Hilgendorf) und das dritte im Pariser Museum (Nippon moyen, env. de Tokio et Alpes de Nikko, J. Harmand, 1901).

***Acroneuria stigmatica* n. sp.**

Kopf oben gelbbraun, zwischen den Augen dunkler, rötlich, Punktaugen selbst innen schmal schwarz gerandet, die hinteren nebst dem über den Scheitel durch einen schwarzbraunen Bogen verbunden und über das vordere zieht sich hinter der *M*-Linie ein querer schwarzbrauner Streifen;

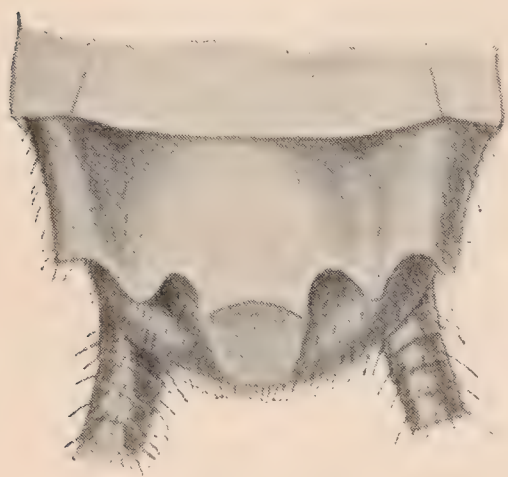


Fig. 2. *Acroneuria stigmatica* n. sp. ♂
Hinterleibsende von unten.

auch der Kopfschild ist öfters in der Mitte schwärzlich. Pronotum mit dem Kopfe etwa gleichfarbig, auf den Seitenfeldern entlang des Mittelfeldes dunkler, bräunlich. Meso- und Metanotum licht braun, auf dem Scutum dunkler und in der Mittellinie bis zu dem Scutellum des Metanotums zieht sich ein hell gelber Streifen. Hinterleib gelbbraun, gegen die Spitze zu dunkler, an den Seiten mit einem unterbrochenen, fast kastanienbraunen Streifen. Die Unterseite gelb. Fühler gelbbraun, gegen die Spitze zu braun; Taster gelbbraun. Auf den Beinen sind die Hüften,

Schenkelringe und der unterste Teil der Schenkel gelb, der übrige Teil der Schenkel ist braun, gegen die Spitze zu allmählich dunkler, besonders der Knierand ist schwarzbraun; die Schienen sind im ersten Fünftel bis Sechstel ihrer Länge unter dem Knie auffallend gelb, sonst aber wie die Füße braun. Cerci gelbbraun. Flügel schwach braun angeraucht, am Anfange der Anastomose mit einem verwaschenen dunkleren Makel. Die Nervatur lichtbraun mit Ausnahme des Radius, welcher gelb ist und demnach ziemlich auffallend hervortritt.

Körperlänge des ♂ 16—19 mm, des ♀ 20—24 mm; Flügelspann. des ♂ 44—50 mm, des ♀ 54—62 mm.

Ich habe vor mir mehrere Exemplare aus dem Pariser Museum und zwar ein Paar mit der Bezeichnung Tokio, 1906, J. Harmand, dann 2 ♂ und 3 ♀ Nippon moyen, env. de Tokio et Alpes de Nikko, J. Harmand 1901. In dem Materiale des Berliner Museums ist ein ♂ mit der Bezeichnung „Japan, Dr. Donitz“, welches

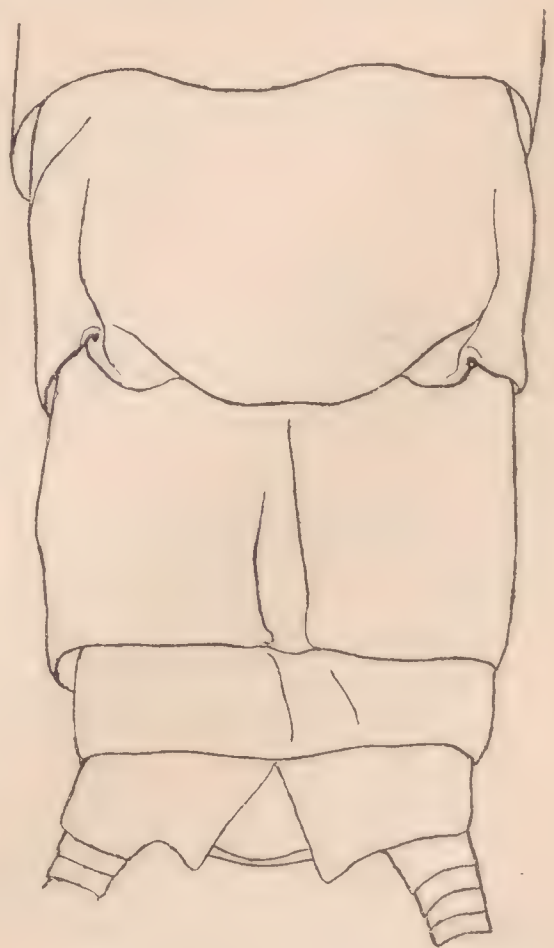


Fig. 3. *Acroneuria stigmatica* n. sp. ♀
Hinterleibsende v. unten.

sich dadurch von den übrigen Stücken unterscheidet, daß die Stirn zwischen den Punktaugen ganz kastanienbraun ist.

***Acroneuria Jouklii* n. sp.**

Kopf dunkel ockergelb, glänzend, von der *M*-Linie bis zum Vorderande kastanienbraun, zwischen den Punktaugen fast schwarz, welche Farbe vorne, hinter der *M*-Linie quer fast bis zum Seitenrande in der Form eines Querstreifens sich verbreitet; auch die bogenförmige Scheitellinie ist schwärzlich. Pronotum kastanienbraun, in dem Mittelfelde und der Vorderrandsfurche in die dunkel ockergelbe Farbe übergehend. Auf dem Meso- und Metanotum ist das Praescutum ockergelb, die übrige Fläche rötlich kastanienbraun, aber die Flügelwurzel, welche das Scutellum in einem Bogen umfaßt, ist gelb. Hinterleib sowie die ganze Unterseite ockergelb. Das untere Fühlerdrittel bis auf die kastanienbraune Oberseite des ersten Gliedes ist licht gelbbraun, der übrige Teil übergeht allmählich ins Schwarzbraune. Taster dunkelbraun. Beine ockergelb, Schenkel gegen die Spitze zu schwarzbraun und zwar so, daß diese Farbe etwa in der Mitte ihrer Dorsalkante beginnt und sich allmählich erweitert bis sie an der Spitze die ventrale Kante erreicht; auch Schienen unter den Knien gelbbraun; ebenso gefärbt sind auch die Füße. Cerci bis auf ein kleines ockergelbes Stück abgebrochen. Flügel deutlich gelbbraun getrübt, entlang des Vorderrandes mehr gelb; Nervatur gelb.

Beim Männchen die Körperlänge 14 mm, Flügelspannung 43 mm.

Ein einziges ♂ in der Sammlung des Museums zu Brüssel und zwar ohne besondere Lokalitätsangabe, aber unter dem Materiale aus Gifu.

***Kiotina Pictetii* n. sp.**

Perla infusata Pict. (Perlides p. 221.) nec. Newm.

Körper schwarzbraun, Hinterleib besonders am Grunde lichter; Stirnschwielen und der mittlere Teil der *M*-Linie rötlich. Flügel stark braun gefärbt, die Zellen in der Mitte etwas lichter, das Kostal- und Subkostalfeld bis zur Anastomose zitrongelb; der übrige Teil des Subkostalfeldes ist dunkler als die andere Membran.

Schläfen auffallend lang und parallel, Punktaugen klein, von einander und dem Innenrande der Augen gleich entfernt.

Die weibliche Subgenitalplatte groß, das 10. Segment überragend in der Form einer halben Ellipse und in der Mitte des Hinterrandes mit einer großen halbkreisförmigen Auskerbung.

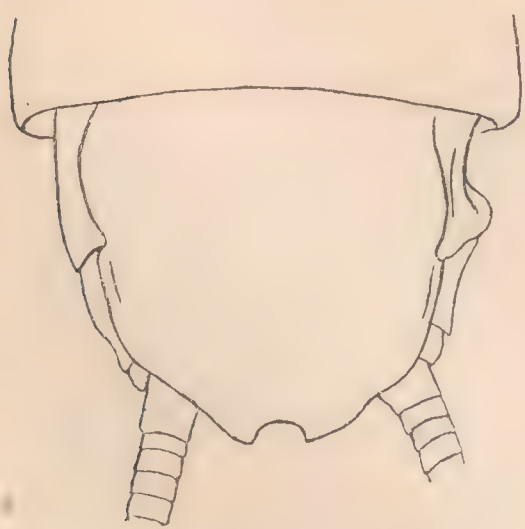


Fig. 4. *Kiotina Pictetii* n. sp. ♀ D. Hinterleibsende von unten.

Körperl. des ♂ 14 mm, des ♀ 17—20 mm; Flügelsp. des ♂ 40 mm, des ♀ 45—50 mm.

3 ♂ aus Gifu, April-Mai (Mus. Brüssel), 1 ♀ Japan, Koretz 1875 (k. k. Hofmuseum), 1 ♀ Japan (Coll. de Selys-Longchamps), und 1 ♀ Tokyo 1906, J. Harmand (Mus. Paris).

Kiotina angusta n. sp.

Kopf beim ♂ schwarzbraun, nur die Punktaugen, Stirnschwielen und *M*-Linie rötlich; beim ♀ ist derselbe in der Mitte dunkel kastanienbraun bis fast schwarz, vorn und an der Seite gelbbraun, welche Farbe auch die bogenförmige und jederseits hinten den Stirnschwielen erweiterte Scheitel-

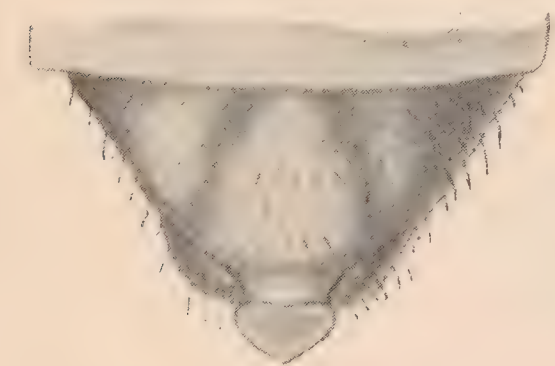


Fig. 5. *Kiotina angusta* n. sp. ♂ Die Subgenitalplatte.

sutur hat. Stirnschwielen und *M*-Linie rotbraun; auf den Schläfen, hinter den Augen übergeht die Farbe ins Braune. Pronotum glänzend schwarzbraun, Meso- und Metanotum kastanienbraun, Hinterleib licht braun, gegen die Spitze zu etwas dunkler; die Unterseite braun.

Fühler und Taster schwarz, Beine dunkel bis schwarzbraun, Cerci etwas lichter. Flügel gleichmäßig stark braun angeraucht mit etwas dunklerer, graubrauner Nervatur.

Schläfen auffallend lang und parallel. Der Abstand der Punktaugen etwas größer als die doppelte Entfernung derselben vom Innenrande der Augen.

Die weibliche Subgenitalplatte lang, den neunten Ring überragend, nach hinten verschmälert und an der Spitze tief rundlich ausgeschnitten.

Körperlänge 12 mm, Flügelspannung 34 mm.

Ein Pärchen aus Japan, leg. Koretz (k. k. Hofmuseum).

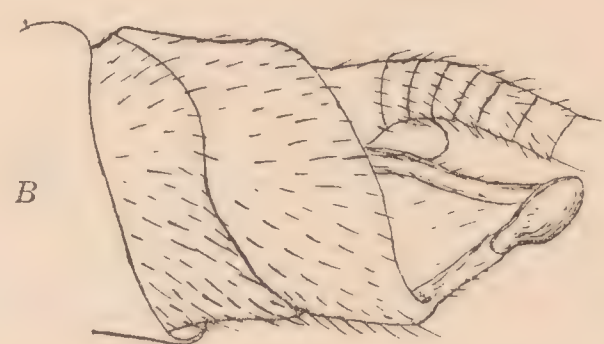
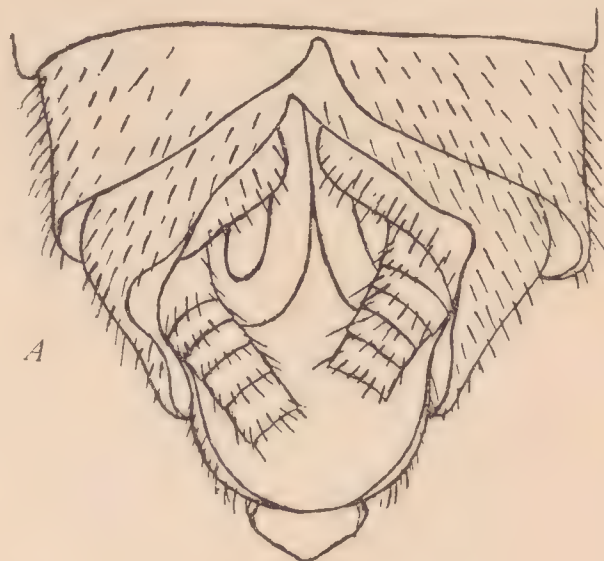


Fig. 6. *Kiotina angusta* n. sp. ♂ D. Hinterleibsende A von oben, B v. d. Seite.

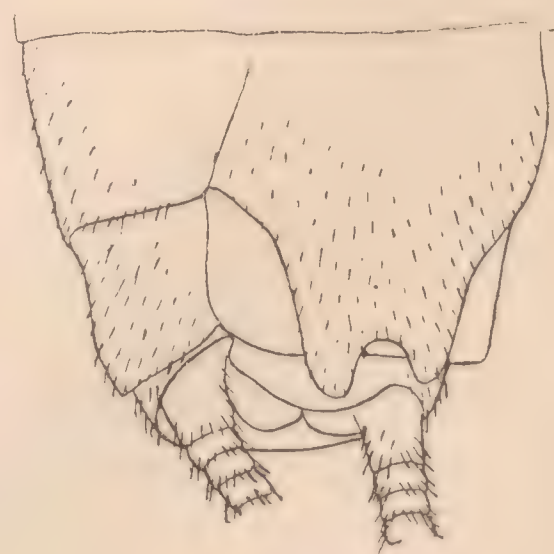


Fig. 7. *Kiotina angusta* n. sp. ♀ Hinterleibsende v. unten (etwas gequätscht).

Niponiella n. g.

Die einzige Art ist

Niponiella limbatella n. sp.

Kopf schwarzbraun, an den Seiten breit, vorne schmal gelb gerandet; unten ist derselbe gelb mit schwarzbrauner Kehle. Auch Pronotum schwarzbraun, an den Seiten breit, am Vorder- und Hinterrande schmal gelb gesäumt. Meso- und Metanotum glänzend schwarzbraun, aber von der Flügelwurzel nach vorn und hinten als ein Saum von Praescutum und Scutellum zieht sich ein bogenförmiger gelber Streifen, wodurch eine breit eiförmige Mittelpartie abgeschieden wird. Hinterleib am Grunde ockergelb, gegen die Spitze zu braun. Die Unterseite ist ockergelb, der mittlere Teil der Brustringe ka-

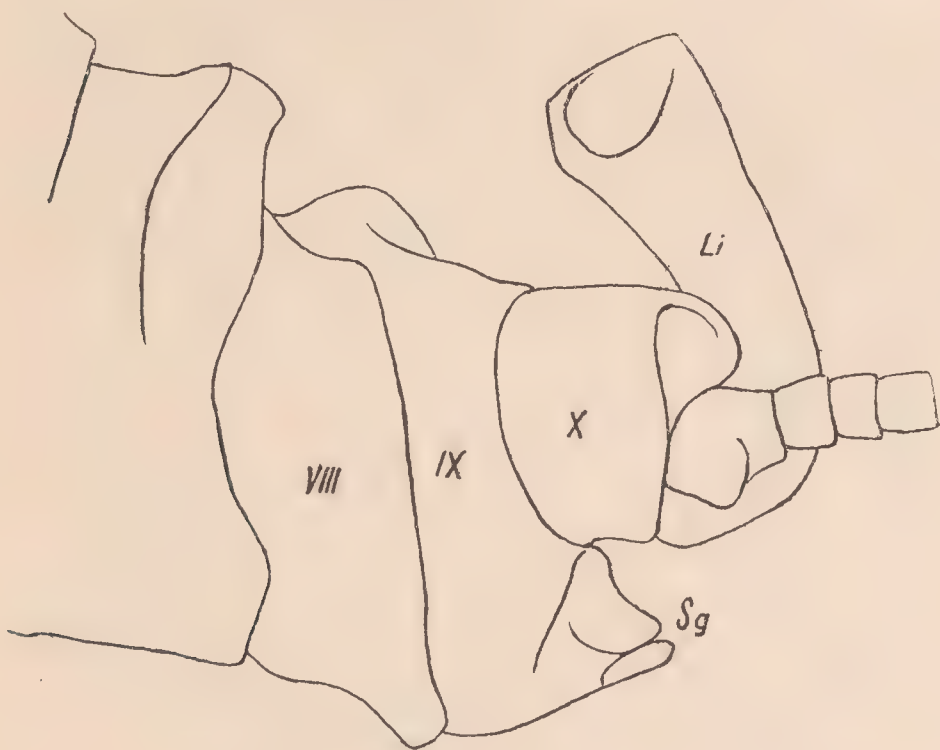


Fig. 8. *Niponiella limbatella* n. sp. ♂ D.
Hinterleibsende v. d. Seite.



Fig. 9. *Niponiella limbatella* n. sp. ♀ Die Subgenitalplatte.

stanienbraun. Fühler am Grunde gelb, dann braun und an der Spitze schwarz. Taster schwarzbraun. Beine ockergelb mit brauner Dorsalkante der Schenkel und Schienen oder nimmt die braune Farbe überhand und nur die Wurzel der Schenkel und die ventrale Kante der Schenkel und der Schienen übergehen ins Gelbe. Cerci insoweit sie erhalten sind, gelb. Die Flügelmembran stark braun getrübt mit Ausnahme des Kostal- und Subkostalfeldes, welche wie die drei ersten Längsadern und die Queradern in den genannten Feldern gelb sind.

Beim Männchen erscheint der 7. Dorsalring in der Mitte des Hinterrandes verdickt, der 9. trägt in der Mitte einen stark erhobenen Höcker. Die Subgenitalplatte ist kurz und vor dem Hinterrande mit einem starken, länglich eiförmigen Nagel versehen. Der 10. Ring ist von der Seite gut sichtbar, aber oben durch die verlängerten Subanalklappen verdeckt; er scheint am Grunde für einen großen, stumpf dreieckigen Lobus des Hinterrandes des neunten Ringes ausgeschnitten zu sein. Die Subanalklappen sind ungewöhnlich stark verlängert, zwischen den Schwanz-

borsten nach oben gekehrt, gegen das abgestutzte Ende schwach erweitert und divergierend und auf der Außenseite ausgehöhlt. Cerci wahrscheinlich, wie wir nach der schnellen Abnahme der Stärke ihrer Glieder urteilen können, kurz.

Beim Weibchen ist der 8. Ventralbogen in eine große, den 9. Ring überragende Subgenitalplatte verlängert; sie ist im ganzen parabolischen Umrisses, welcher an der Spitze in drei stumpfe Winkel gebrochen ist.

Körperlänge des ♂ 12 mm, des ♀ 12—13·5 mm; Flügelspannung beim ♂ 37 mm, beim ♀ 40—42 mm.

Ich habe vor mir ein einziges ♂, wahrscheinlich aus Gifu, da es in dem aus dieser Lokalität stammenden Materiale des Museums in Brüssel war, in welchem noch 2 ♀ sich befinden, von denen eins die Etiquette: „Gifu, April—May 1886“ trägt. Nebstdem habe ich zwei in Yokohama gesammelte ♀ untersucht, eins aus dem Berliner, das andere aus dem Greifswalder Museum.

Perla Geoffroy.

1. Subg. **Kamimuria Klp.**

Übersicht der Arten.

1. Beine einfärbig gelb, nur der Knierand der Schenkel schmal schwarz gesäumt; Flügel licht, aber in den vorderen ist der Radius braun, auffallend dunkler als die Costa und Subcosta; die weibliche Subgenitalplatte kurz *quadrata*
2. Beine schwarzbraun, nur der größere Teil der Schienen gelb; Flügel bräunlich aber die Nervatur licht; weibliche Subgenitalplatte kurz *tibialis*
3. Beine gelb, nur der Knierand der Schenkel und Schienen schwarzbraun; Flügel angeraucht, mit einem auffallenden gelben Streifen am Vorderrande; erste zwei Längsadern gelb, die übrigen braun; weibliche Subgenitalplatte groß, halbkreisförmig *Bolivari*

Kamimuria tibialis Pict.

Perla tibialis Pict. Perlides p. 217.

Kopf mäßig glänzend, schwarzbraun, bei Männchen nur hinter den Stirnschwielen, nach außen von den hinteren Punktaugen mit einem gelben vertieften Makel; beim Weibchen ist nebst dem noch am Hinterhaupte nach hinten und innen von den Augen ein kleinerer Fleck derselben Farbe und jederseits von dem vorderen Punktauge eine schiefe längliche Schwiele, welche den mittleren Teil der M-Linie bildet. Die Kopfunterseite ist ebenfalls schwarzbraun. Pronotum schwarzbraun,

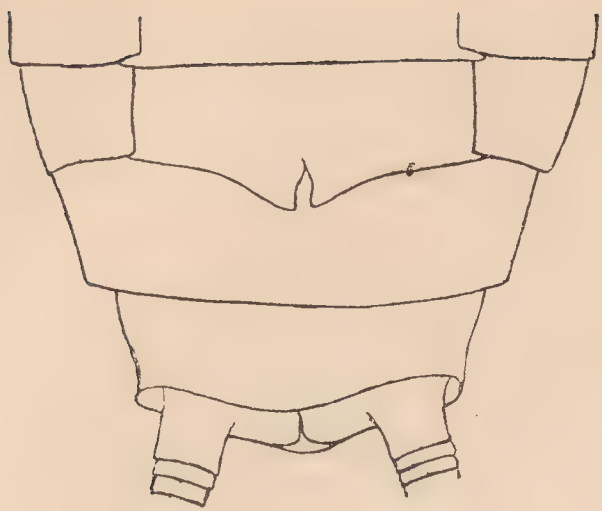


Fig. 10. *Kamimuria tibialis*
Pict. ♀ D. Hinterleibsende
v. unten.

beim Weibchen an den Seiten etwas lichter. Meso- und Metanotum schwarzbraun bis kastanienbraun; Hinterleib gelbbraun, die letzten Ringe bräunlich. Brust gelbbraun bis braun. Das erste Fühlerglied schwarz, der Grund der Geißel gelbbraun, allmählich ins Braune bis Schwarzbraune übergehend. Taster und Beine schwarzbraun, nur Schienen bis auf ein kleines Stück unter den Knien gelbbraun. Cerci gelbbraun, gegen die Spitze zu bräunlich. Flügel schwach bräunlich, am Vorder- rande etwas gelblich; Nervatur gelbbraun

oder rötlich gelbbraun.

Körperlänge des ♂ 12—14 mm, des ♀ 17—20 mm; Flügelsp. des ♂ 33—40 mm, des ♀ 42—52 mm.

Ich besitze 1 ♂ aus Yokohama; gesehen habe ich 2 ♂ und 2 ♀ aus dem Wiener Hofmuseum,, die mit der Etiquette: Koretz, Japan versehen sind; dann ein Paar aus Coll. de Selys mit der Bezeichnung „Japan“, welches Mc Lachlan gesehen hat und erwähnt und ein ♀ aus dem Berliner Museum mit derselben Lokalitätsangabe.

Kamimuria quadrata n. sp.

Körper strohgelb, an der Hinterleibsspitze lichtgelb, die Stirn beim Männchen zwischen den Punktaugen nur schwach dunkler, beim Weibchen mit einem dunkelbraunen bis schwarzen glänzenden Makel, welcher einen fast viereckigen Umriß hat. Pronotum an den Seiten und in dem Mittelfelde bräunlich; ebenso das Scutum und Scutellum des Mesonotums. Fühler am Grunde schwarzbraun, gegen die Spitze zu etwas lichter. Die Beine mit dem Körper gleichfärbig, die Knien, Wurzel und Spitze der Füße bräunlich. Nur die Vorderflügel schwach getrübt, die hinteren glashell. Nervatur der Vorderflügel braun, Costa, Subcosta und die Queradern in den 2 ersten Feldern gelb, was den Eindruck macht, als ob die Flügel längs des Vorder- randes gelb wären; in den Hinterflügeln ist die Nervatur durchwegs gelb. Cerci licht- gelb.

Körperlänge des ♂ 11 mm, des ♀ 12-14 mm; Flügelspannung des ♂ 38-42 mm, des ♀ 46—52 mm.

1 ♀ Japan (Mus. Berlin), 2 ♂, 1 ♀, Oivaki, Sep. 1887 (Mus. Brüssel).

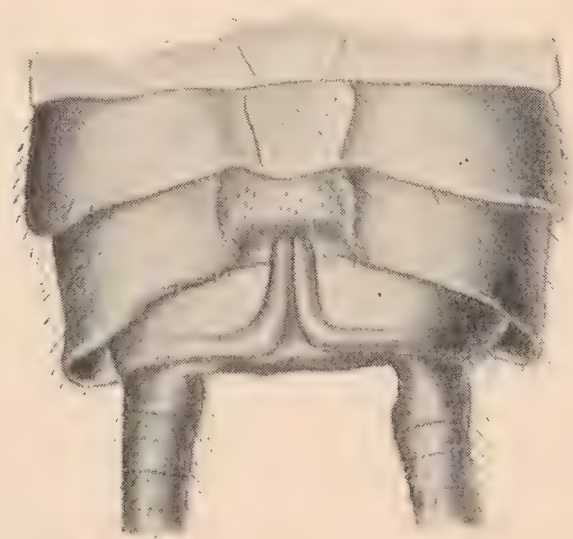


Fig. 11. *Kamimuria quadrata*
n. sp. ♂ D. Hinterleibsende
v. oben.

Kamimuria Bolivari *n. sp.*

Kopf schwarzbraun, das Hinterhaupt von der bogenförmigen Scheitelsutur, die *M*-Linie, Stirnschwielen und ein Makel nach außen von den hinteren Punktaugen lichter, rötlich braun, die Wangen von den Augen bis zum Vorderende des Kopfschildes lichtgelb. Pronotum rotbraun, Meso- und Metanotum kastanienbraun, nur das Praescutum und die Schultern licht braun, das erstere mit einem gelben Mittelstreifen. Hinterleib oben dunkel ockergelb, die ganze Unterseite des Körpers licht ockergelb. Fühler im unteren Drittel licht gelb, dann allmählich braun werdend. Taster dunkelbraun. Die proximale Hälfte der Beine ist gelb, mit dem Bauche gleichfärbig, die distale von dem Knierande der Schenkel angefangen braun. Cerci gelb, mit der Hinterleibsspitze gleichfärbig. Flügel stark braun gefärbt mit einem gelben Vorderrandstreifen. Nervatur dunkelbraun, nur Costa, Subcosta und die Queradern im Kostal- und Subkostal-felde gelb.

Körperlänge des ♀ 20 mm, Flügelspannung 60 mm.

1 ♀ im Museum zu Madrid mit der Bezeichnung: „Japon, Maravedo“.

Diese Art ist der *P. limbata* Pict. ähnlich, hat aber das erste Fühlerglied gelb, nicht schwarz und die Beine sind auffallend zweifärbig. Die Form der Subgenitalplatte beweist, daß sie von der *P. limbata* Mc Lachl. verschieden ist.

2. Subg. Paragnetina *Klp.*

Perla tinctipennis Mc Lachl. On the neuropt. Fauna of Japan.
(Trans. Ent. Soc. Lond. 1875, pag. 171.)

Kopf glänzend, in der Mitte der Stirn schwarzbraun, vorn auf dem Kopfschilde gelbbraun, an den Seiten und auf dem Hinterhaupte rotbraun, die Stirnschwielen und die *M*-Linie in der Mitte gelbbraun; bei lichterem Stücken ist der Kopf glänzend gelbbraun und nur die Stirn verwaschen kastanienbraun. Pronotum glänzend rötlich braun, in der Mitte der Seitenfelder dunkelbraun; Meso- und Metanotum glänzend dunkel kastanienbraun, auf dem Praescutum olivenbraun, auf den Schultern gelbbraun. Die Brust gelbbraun, Hinterbrust braun. Hinterleib gelbbraun. Fühler braun, am Grunde lichter, aber das erste Glied mit einem braunen Flecke.

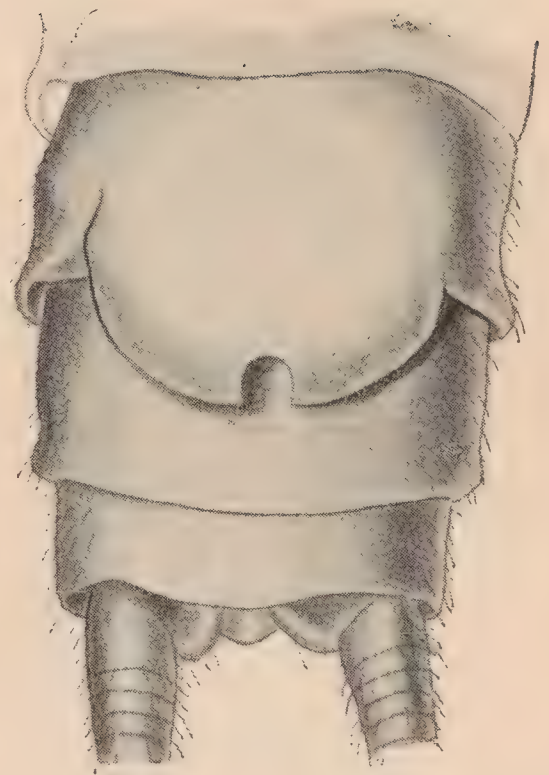


Fig. 12. *Kamimuria Bolivari* *n. sp.* ♀ D. Hinterleibsende v. unten.

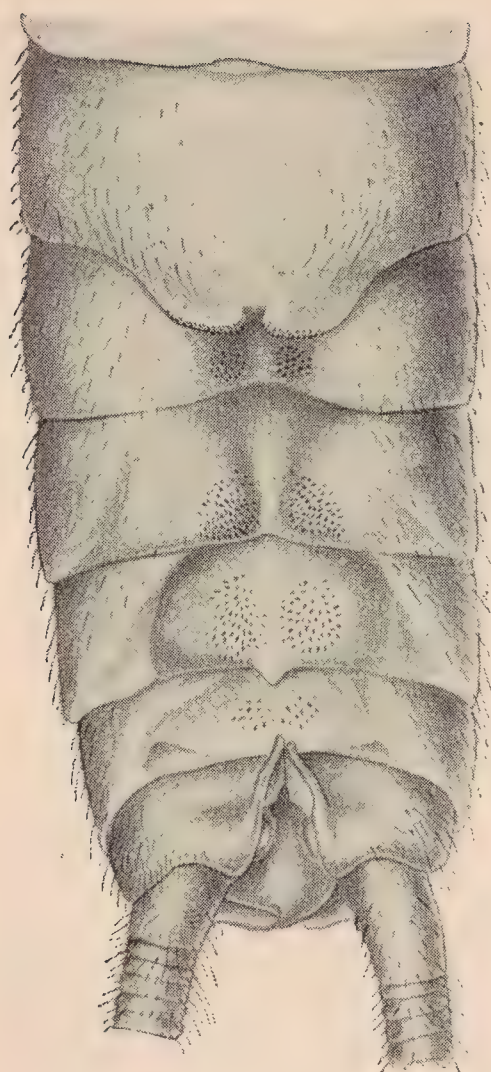


Fig. 13. *Paragnetina tinctipennis* Mc Lachl. ♂ D. Hinterleibsende v. oben (nach Alcohol-exemp.)

Taster gelbbraun, die Glieder vor der Spitze dunkler. Beine gelbbraun, das Ende der Schenkel und die Schienen schwarzbraun; auch die zwei ersten Fußglieder sind auf ihrer Unterseite dunkler, doch bleibt ein auffallender Unterschied zwischen der Farbe der dunklen Schienen und der lichten Füße. Cerci gelbbraun. Flügel schwach oliv angelaufen mit gelbbrauner Nervatur und vor der Spitze deutlich gelb gefärbtem Kostalfelde; Radius braun und auffallend hervortretend.

Die Körperlänge des ♂ 13 mm, des ♀ 22—28 mm; Flügelspannung des ♂ 48 mm, des ♀ 64—75. mm.

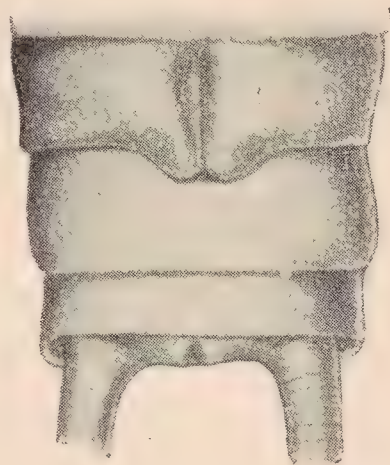


Fig. 14. *Paragnetina tinctipennis* Mc Lachl. ♀ D. Hinterleibsende v. unten.

3 ♂ und 1 ♀ mit der Etiquette Japonia, Donitz in dem Berliner Museum, 1 ♀ aus Yokohama in dem Museum zu Greifswald und 1 ♀ mit der Bezeichnung: Nippon moyen, env. de Tokio et Alpes de Nikko, leg. J. Harmand 1901 im Pariser Museum. Mc Lachlan führt ein ♀ aus Yokohama an.

3. Subg. *Togoperla* Klp.

Übersicht der Arten.

Pronotum fast einfärbig braun, nach hinten verschmälert . . . *limbata*
Dasselbe mit einem gelben Mittelstreifen und parallelen Seiten . . . *tennina*

Togoperla limbata Pict.

Perla limbata Pict. Perlides pag. 219, Pl. XIX., Fig. 1—5.

Kopf oben glänzend braun, zwischen den Punktaugen schwarz, vor der *M*-Linie schwarzbraun; die *M*-Linie und die Stirnschwielen rötlich dunkelbraun; auch das Hinterhaupt etwas lichter. Unten ist der Kopf braun, in der Mitte der Kehle dunkler. Pronotum braun, das Mittelfeld gewöhnlich etwas lichter; auch Meso- und Metanotum sind dunkelbraun, aber doch etwas lichter. Hinterleib dunkel ockergelb. Fühler im unteren Drittel ockergelb, gegen die Spitze zu schwarzbraun. Die ersten zwei Glieder der Maxillar- und das Grundglied der Labialtaster sind am

dunkelsten, braun bis dunkelbraun, das mittlere lichtbraun, die übrigen sind gelbbraun. Beine braun, Schenkel mit zwei, Schienen mit einem ockergelben Streifen auf der unteren Kante; Füße auffallend lichter, gelbbraun. Die Unterseite des Körpers und Cerci gelbbraun. Flügel stark braun gefärbt mit einem auffallenden gelben Vorderrandstreifen. Nervatur braun mit Ausnahme der Costa, Subcosta, Radius und der Queradern im Kostalfelde, welche gelb sind.

Körperlänge des ♂ 16 mm, des ♀ 25 mm; Flügelspannung des ♂ 48 mm, des ♀ 56—60 mm.

1 ♂ und 2 ♀ aus Hozuyama, Kuvadagori Tamba, Japan VI. 96. (Mus. Hamburg); 1 ♀ Kioto, leg. A. Koretz 1875 (K. k. Hofmuseum); 1 ♀ Japan (Coll. de Selys). Mc Lachlan hat 3 ♂ aus Kobe (leg. Lewis) gesehen.

Die hier beschriebene Art stimmt mit der von Pictet gegebenen Beschreibung gut überein bis auf den Radius, der ebenfalls gelb ist und nicht mit den übrigen Adern gleichfarbig wie aus den Worten Pictets zu verstehen ist. Daß Mc Lachlan in seiner Abhandlung diese Art meint, beweist die Form der weiblichen Subgenitalplatte.

***Togoperla tennina* Needh.**

Perla tennina Needham, New genera et species of Perlidae (Proc. of the Biol. Soc. of Wash. 1905, pag. 109.

Schwarzbraun mit dunkelgelber Zeichnung; Kopf in der Mitte schwärzlich mit einem dreistrahligem Makel, welcher von dem Hinterrande nach vorn ausläuft und zwar so, daß der mittlere Strahl vorn abgestutzt ist, die seitlichen nur wenig nach außen von den hinteren Punktaugen reichen. Fühler und Taster ganz schwärzlich. Pronotum mit einem breiten hellgelben Mittelstreifen; die wurmförmigen Schwielen glänzend. Auf dem Metanotum ist eine schmälere gelbe Mittellinie und an der Flügelwurzel sind gelbe Flecke. Flügel braun angeraucht mit schwärzlicher Nervatur mit Ausnahme des Vorderrandes, an welchem sie blasser sind. Beine an der Wurzel schwärzlich braun; alle Schenkel und Schienen auf der Innenkante oberhalb des unteren Viertels lichter. Hinterleib schwarz mit kurzen Schwanzborsten, welche die Flügel nicht überragen.

Kopf kaum breiter als das Pronotum; Punktaugen klein, von einander entfernt. Pronotum wenig breiter als lang, mit einem schwach bogenförmigen Vorder- und Hinterrande, geraden, parallelen Seiten und fast rechtwinkligen Ecken.

Der achte Ventralring bildet beim Weibchen eine breite, fast sackartig gewölbte Subgenitalplatte; ihr Hinterrand ist rundlich und nach oben gehoben.

Körperlänge 15 *mm*, bis zur Flügelspitze 20 *mm*, der Fühler 10 *mm*, Flügelspannung 34 *mm*.

Hikozan, Buzen, Japan 28. IV. 1902 1 ♀.

4. Subg. *Oyamia* Klph.

Übersicht der Arten.

Beim Männchen sind die ersten 4 Hinterleibsringe mit dem übrigen Teile gleichfärbig; die Rückenfläche des oberen Fortsatzes des 10. Ringes gewölbt; Flügelspannung des Weibchens etwa 65 *mm*; der weibliche Hinterleib ganz ockergelb *gibba*
Bei dem Männchen die ersten 4 Hinterleibsringe wie der Thorax schwarz; die Rückenfläche des oberen Fortsatzes des 10. Ringes ausgehöhlt; Flügelspannung des Weibchens 53 *mm*; der Hinterleib des Weibchens am Grunde schwarzbraun, nur gegen die Spitze ins Ockergelbe übergehend *seminigra*

Oyamia gibba n. sp.

Kopf matt glänzend schwarzbraun bis schwarz, nur ganz hinten auf dem Hinterhaupte ins Rötliche übergehend; die *M*-Linie schwarz, glänzend, die Stirnschwielen hell rotbraun, so daß sie scharf von der Farbe des Grundes abstechen. Die Unterseite des Kopfes lichtbraun, schwärzlich gewölkt. Pronotum matt, glänzend schwarz, Meso- und Metanotum schwarzbraun, in der Mittellinie etwas heller; die Brust gelbbraun, schwärzlich gewölkt. Abdomen gelbbraun 1. Fühlerglied schwarz, die Geißel schwarzbraun, gegen den Grund zu lichter, unten fast gelbbraun. Taster

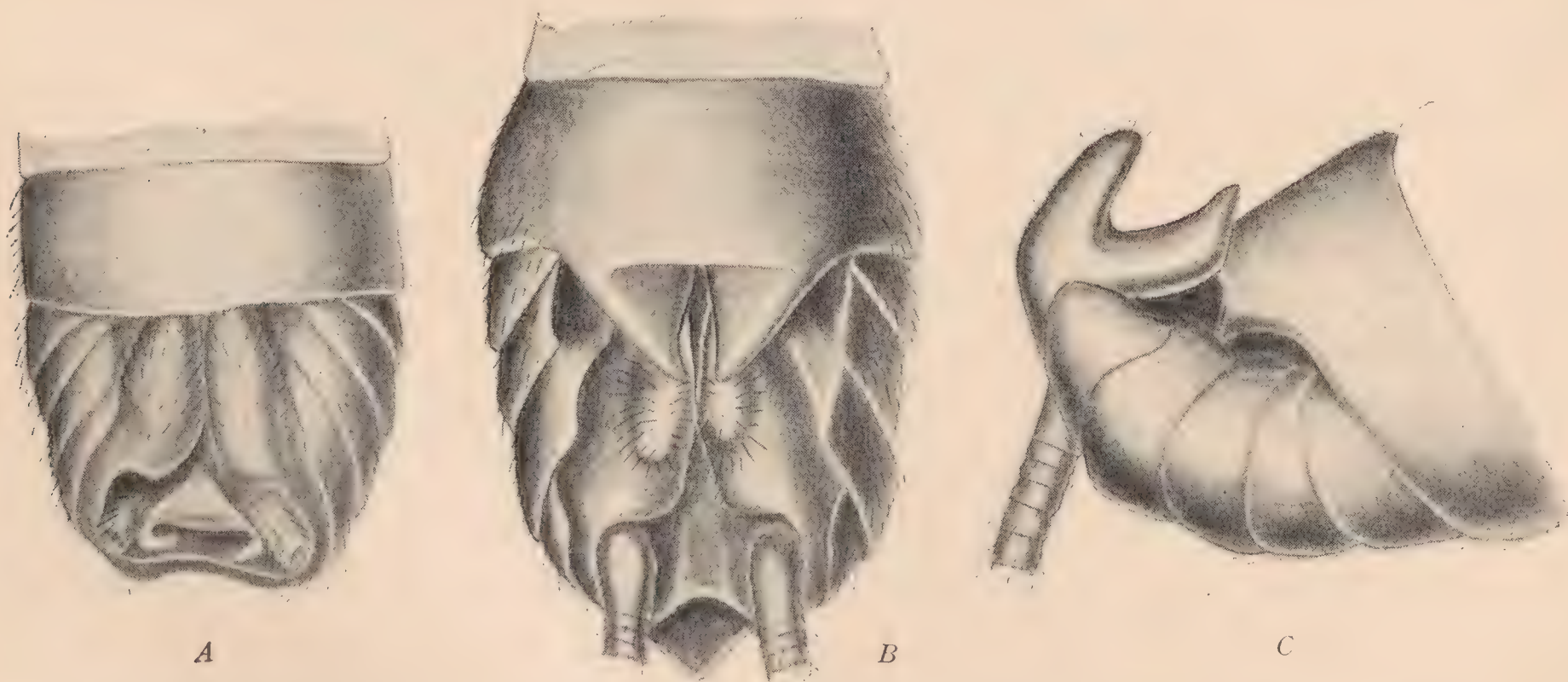


Fig. 15. *Oyamia gibba* n. sp. ♂. A D. Hinterleibsende v. oben, die Fortsätze des 10. Ringes unter dem Hinterrande des 5. verdeckt. B mit sichtbaren Lobi des 10. Ringes. C D. Hinterleibsende v. der Seite.

kastanienbraun. Beine schwarzbraun, die Hinterschenkel auf der unteren Kante mit zwei parallelen gelbbraunen Linien, welche auf den Mittelschenkeln nur schwach angedeutet sind. Flügel stark, braun angeraucht, mit gelbem Vorderrandstreifen welcher nur das Kostalfeld und den äußersten Grund des Subkostalfeldes einnimmt, so daß von den Längsadern nur die Costa gelb ist. Die Queradern im Kostalfelde sind ebenfalls gelb; die übrigen Adern dunkelbraun. Cerci rötlich braun.

Körperlänge des ♂ etwa 18 mm, des ♀ 23—30 mm; Flügelspannung des ♂ 44—54 mm, des ♀ 65—70.

Die Art scheint häufig zu sein, da ich eine größere Menge von Exemplaren aus verschiedenen Sammlungen gesehen habe. Sie ist öfters als *P. limbata* bestimmt worden, aber ungeachtet der Form des Pronotums ist es kaum möglich den Unterschied in der Farbe der Subcosta zu übersehen; diese ist bei *limbata* gelb, bei unserer Art mit den übrigen Adern gleich, braun. Die Unterschiede in den Sexualcharakteren, welche Pictet nicht beschreibt, sind sehr auffallend und schließen jedes Fehlgehen aus.

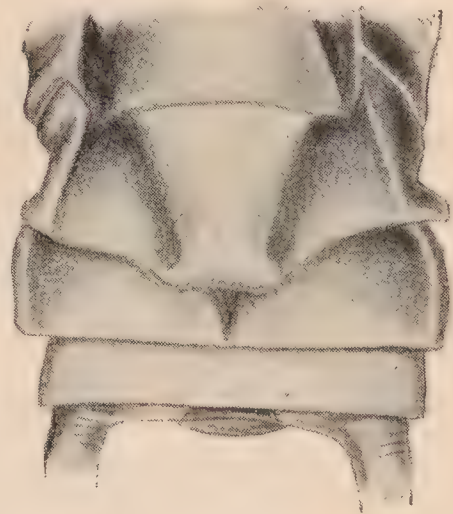


Fig. 16. *Oyamia gibba* n. sp. ♀ D. Hinterleibsende v. unten.

***Oyamia seminigra* n. sp.**

Diese Art steht der vorhergehenden sehr nahe und ist nur in einigen Details verschieden. Die Farbe des Vorderkörpers ist, soweit es möglich, noch dunkler, rein schwarz. Die 4 ersten Hinterleibsringe sind bei dem Männchen noch schwarz und erst die folgenden rötlich ockergelb; beim Weibchen ist der Hinterleib schwarzbraun, matt glänzend und nur an der Spitze ins Gelbbraune übergehend. Cerci in der Regel etwas dunkler, bis dunkelbraun. Die Flügelmembran ist besonders entlang des Radius dunkler im Gegensatze zu dem Vorderrandstreifen, welcher lichter ist.

Körperlänge des ♂ 16—18 mm, des ♀ 19 mm, Flügelspannung des ♂ 40—44 mm, des ♀ 53 mm.

2 ♂ und 1 ♀ Japan, Kofou, leg. L. Drouart, 1906 und 1 ♀ aus Japan 1868, alles im Pariser Museum.

***Neoperla* Needham.**

Neoperla Needh., New genera and species of Perlidae (Proc. of the Biol. Soc. of Washington, Vol. XVIII, p. 108. *Perla* Pictet et auct. partim. *Pseudoperla*, Banks (Trans. Amer. Entom. Soc. Vol. XIX., p. 342), nom. praeocup.

Übersicht der Arten.

Flügel schwach getrübt, so daß das gelbe Kostal- und Subkostalfeld sich nicht von der übrigen Fläche abhebt; Radius der ganzen Länge

nach einfarbig gelb wie die Costa und Subcosta, die übrigen Adern
 nur in den Vorderflügeln dunkler *geniculata*
 Flügel auffallend getrübt, mit gelben Vorderrandsstreifen; Radius in
 beiden Flügelpaaren viel dunkler als Costa und Subcosta und
 höchstens nur an dem Grunde etwas lichter; die übrigen Adern
 braun *niponensis*

Neoperla geniculata Pict.

Perla geniculata Pict. Perlides p. 232.

Kopf licht gelbbraun mit schwarzbraunem abgerundet viereckigem
 Makel auf der Stirn und einem dreieckigen Flecke vor der schwach ent-

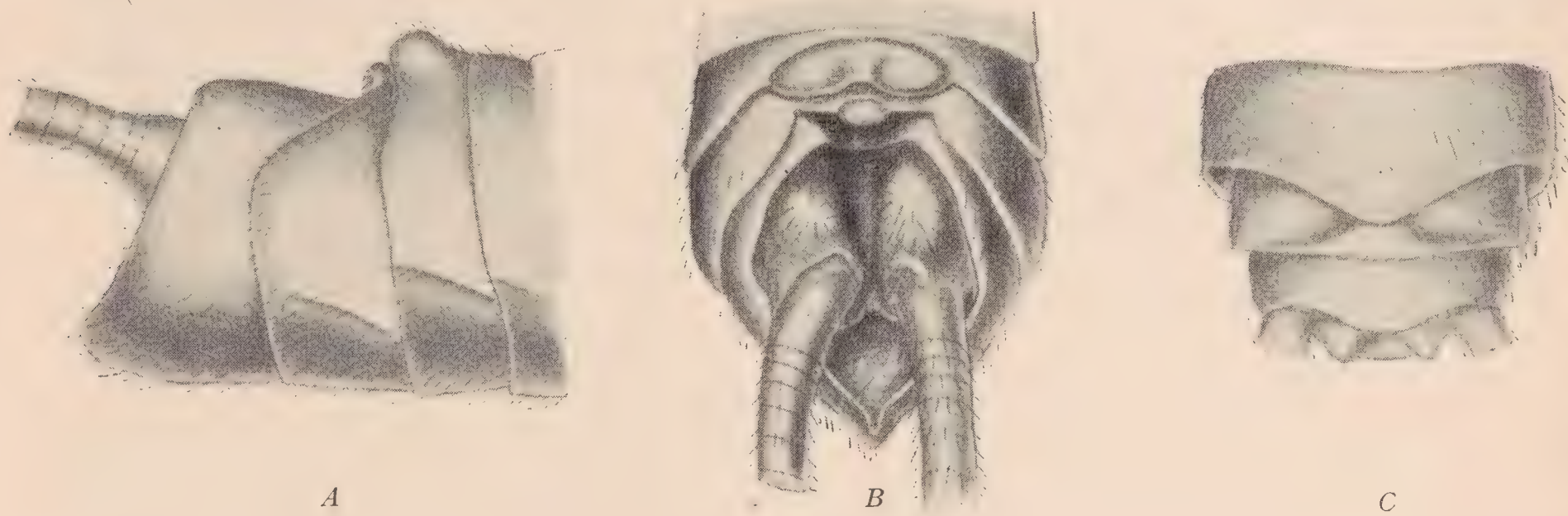


Fig. 17. *Neoperla geniculata* Pict. A D. ♂ Hinterleibsende v. d. Seite. B das-
 selbe v. oben. C D. ♀ Hinterleibsende v. unten.

wickelten *M*-Linie auf dem Clypeus; der erstere zieht sich bis auf das
 Hinterhaupt, der letztere erreicht nicht den Vorderrand des Clypeus. Pro-
 notum ebenfalls licht gelbbraun, mit schmal schwärzlich braun gesäumten
 Seitenrändern, welche durch einen schiefen, schmalen Streifen mit dem
 mittleren breiten, etwa ein Drittel der ganzen Breite einnehmenden Streifen
 verbunden sind. Hinterleib sowie die ganze Unterseite des Körpers licht
 gelbbraun. Fühler in dem unteren Drittel ockergelb, gegen die Spitze zu
 schwärzlich. Die ersten Tasterglieder gelb. Auf den Beinen ist das den
 Knien anliegende Drittel der Schenkel und Schienen, die Spitze der
 Schienen und die Füße schwarz. Flügel schwach getrübt, im Kostal- und
 Subkostalfelde zwar deutlich gelb, aber diese Färbung tritt keineswegs
 auffallend hervor. Costa, Subcosta und Radius in den Vorderflügeln sind
 deutlich lichter als die übrige Nervatur, wobei der Radius in seiner ganzen
 Länge gleich gefärbt ist. In den Hinterflügeln ist die Nervatur gelb.

Körperlänge des ♂ 8—9 mm, des ♀ 12 mm; Flügelspannung des
 ♂ 28—35 mm, des ♀ 35—41 mm.

1 ♀ Yokohama (Coll. Klapálek), 1 ♂ Kioto, leg. Koretz 1875 (Wiener Hofmuseum) und 2 ♂ und 3 ♀, von welchen aber nur ein ♂ die Etiquette Gifu, April—May 1886 trägt (Mus. Brussel).

Neoperla niponensis Mc Lachl.

Perla niponensis Mc Lachlan, A sketch of our present knowledge of the Neuropterous Fauna of Japan. (Trans. Ent. Soc. Lond. 1875, pag. 172).

Kopf gelbbraun, mit einem Stich ins Grünliche, die Stirn schwarz auf einer dreieckigen Stelle, deren Basis vor den orangegelben Stirnschwielen quer über die Stirn sich zieht und die mittlere Ecke der *M*-Linie berührt, die Seiten aber von den Stirnschwielen über die Punktaugen gegen das Hinterhaupt gehen; auch das durch den

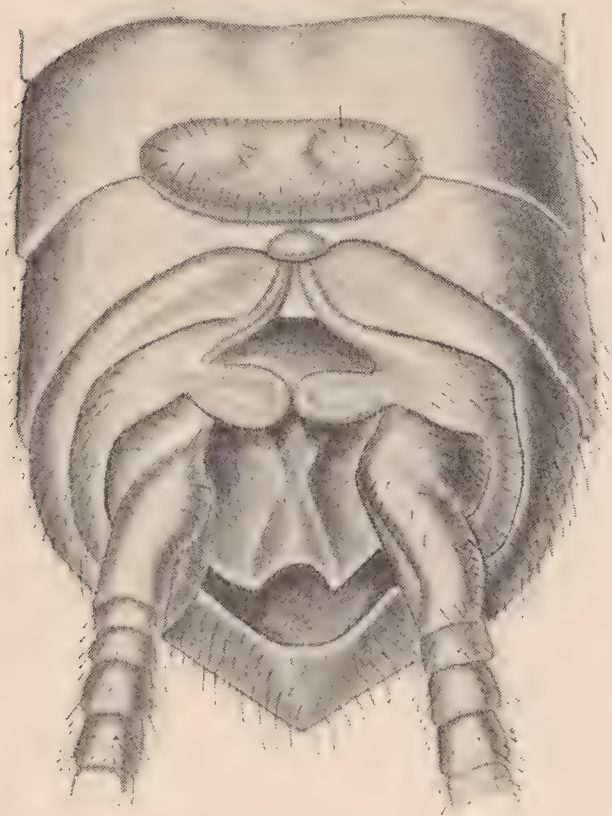


Fig. 18. *Neoperla niponensis* Mc Lachl. ♂ D. Hinterleibsende v. oben.

mittleren Winkel der *M*-Linie begrenzte Mittelfeld des Kopfschildes ist schwarz.

Pronotum grünlich gelbbraun, der abgesetzte Vorder- und Hinterrand und ein mehr als ein Drittel der ganzen Breite einnehmender mittlerer Streifen sind schwarzbraun; nur der äus-

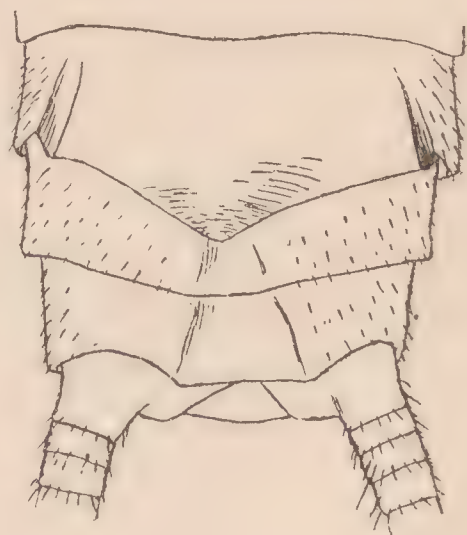


Fig. 19. *Neoperla niponensis* Mc Lachl. ♀ D. Hinterleibsende v. unten.

serste Seitenrand zeigt einen schwarzbraunen Saum. Meso- und Metanotum grünlich dunkelbraun, mit helleren Stellen besonders an der Flügelwurzel. Hinterleib oben schmutzig gelbbraun, die ganze Unterseite des Körpers gelbbraun. Fühler schwarzbraun, zweites Glied gelbbraun. Beine grünlich gelb, Schenkel und Schienen am Knie, Füße ganz braun. Schwanzfäden gelbbraun, Flügel glänzend, stark braun angeraucht mit Ausnahme des Kostal- und Subkostalfeldes, welche schwefelgelb sind. Adern braun, Costa, Subcosta und die Wurzel des Radius gelb.

Körperlänge des ♂ 8 mm, des ♀ 10—12 mm; Flügelspannung des ♂ 27 mm, des ♀ 29—33 mm; Mc Lachlan gibt als Flügelspannung 38 mm an.

Ich habe ein ♀ aus Yokohama (Mus. Berlin), 1 ♀ aus Tokyo, leg. J. Harmand 1906 (Mus. Paris) und 1 ♂ aus Japan (Mus. London) gesehen; Mc Lachlan führt 3 ♀ aus Yokohama an.

Incertae sedis.***Perla lugubris* Mc Lachl.**

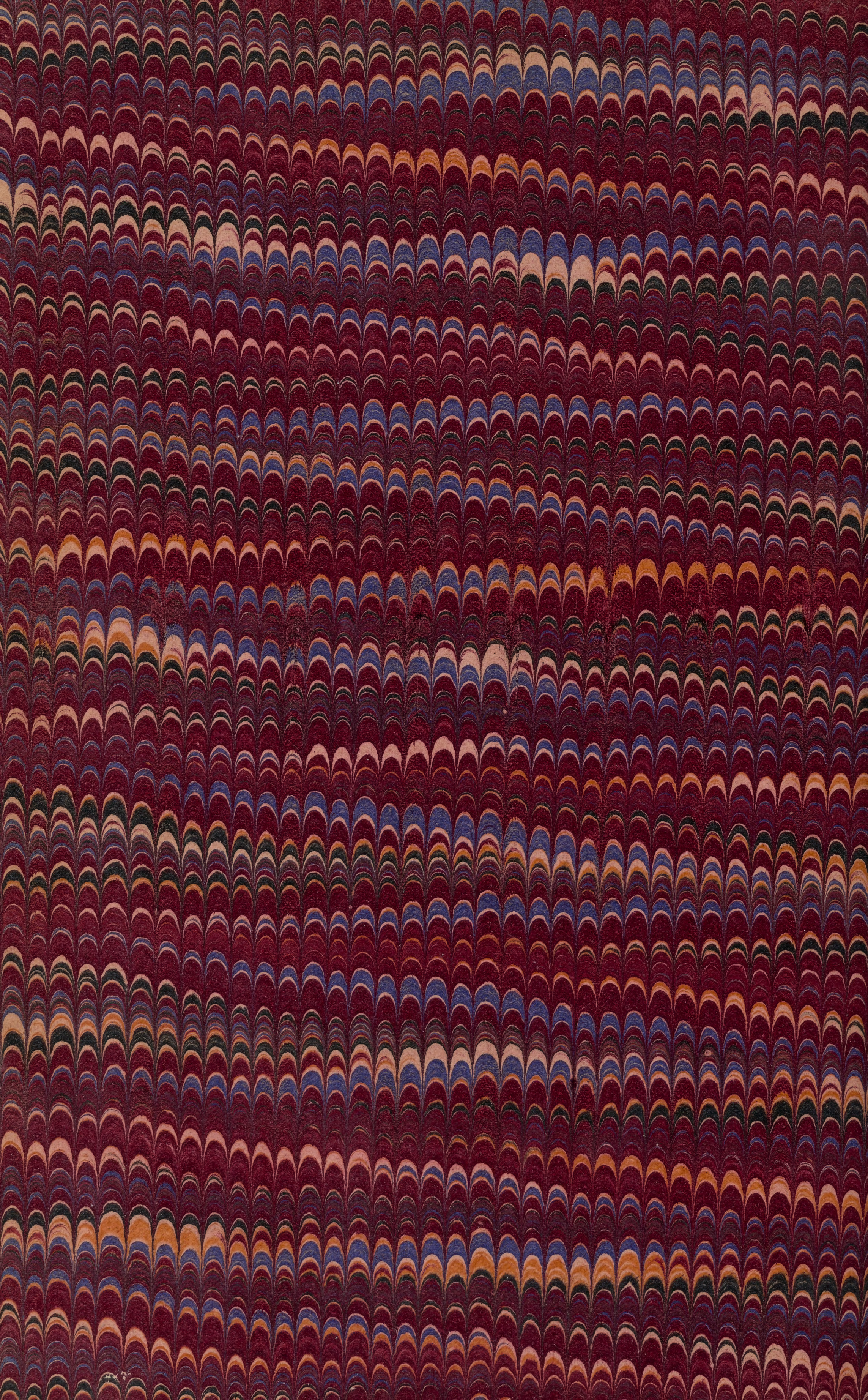
On the neuropt. Fauna of Japan (Trans. Ent. Soc. London 1875, p. 173).

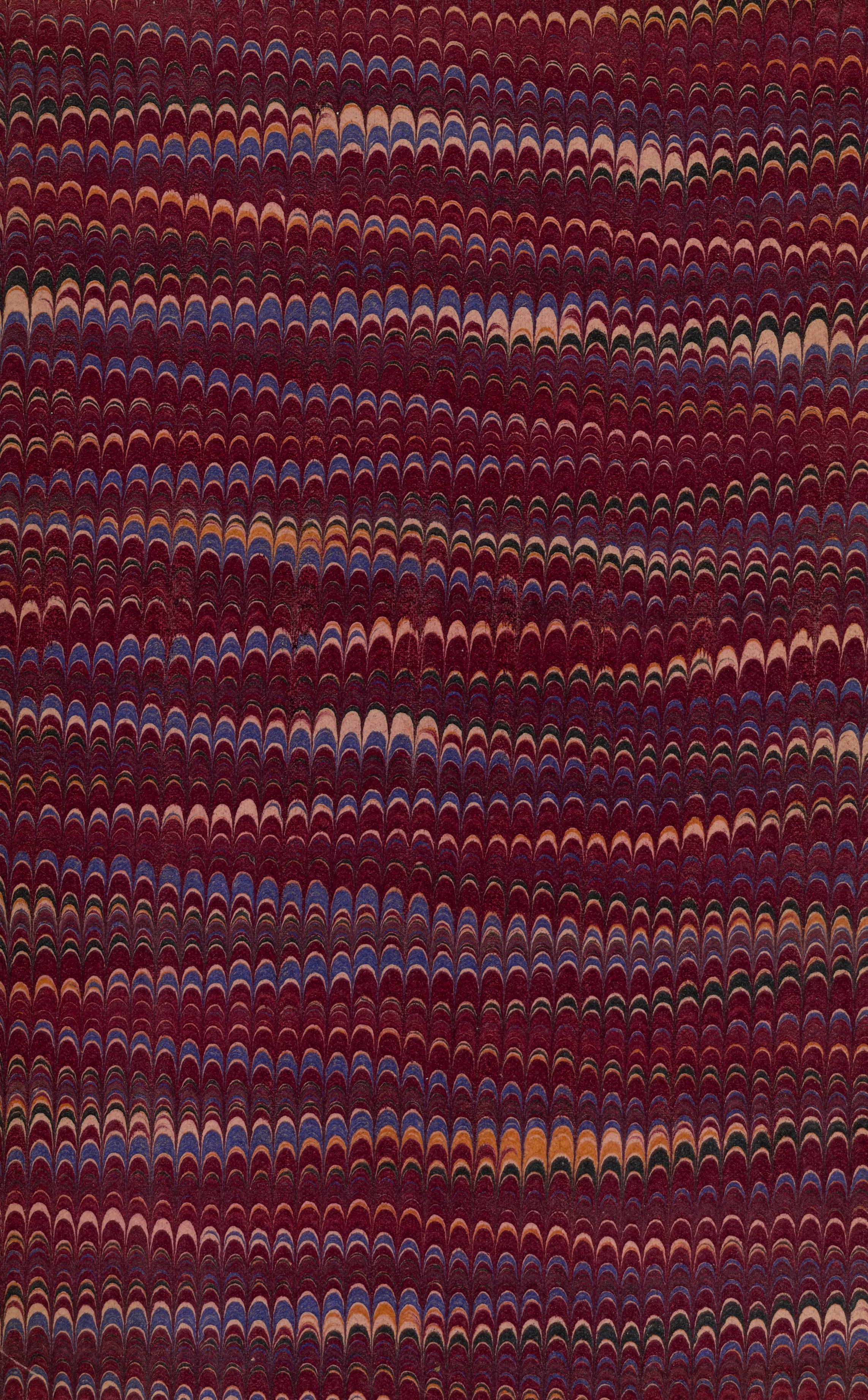
Der ganze Kopf und Thorax matt schwarz, Punktaugen rötlich, Augen braun, Stirnschwielen schief, flach und länglich; Fühler in der unteren Hälfte bräunlich, in der oberen schwarz. Pronotum etwas breiter als lang, mit geraden Seiten; seine Fläche grob gerunzelt. Hinterleib grau, gelblich mit gleichfärbigen Schwanzfäden. Flügel gleichmäßig angeraucht, mit starker, schwarzer Nervatur: das Subkostalfeld der vorderen dunkelbraun; dieses Flügelpaar sehr verlängert, schmal und die Spitze des zweiten ebenso verlängert. Beine einfärbig schwarzbraun.

Körperlänge 19 mm, Flügelspannung 56 mm.

1 ♂ aus Kobe (Lewis) in der Sammlung von Mc Lachlan.

Es ist mir keine Art bekannt, welche dieser aus der Abhandlung Mc Lachlans übersetzten Beschreibung entsprechen würde. Die Type war ein ♂ und zeigte wahrscheinlich keine auffallenden Merkmale auf dem 5. Dorsalsegmente und der Subgenitalplatte, da Mc Lachlan, der ihren systematischen Wert bereits kannte, dieselben sicher beschrieben hätte. Wir müssen demnach dafür halten, daß *P. lugubris* entweder in die Unter-gattung *Kamimuria* oder *Perla* s. str. gehört; die letztgenannte ist aber bisher nicht aus Japan bekannt.





SMITHSONIAN INSTITUTION LIBRARIES



3 9088 01298 3698